



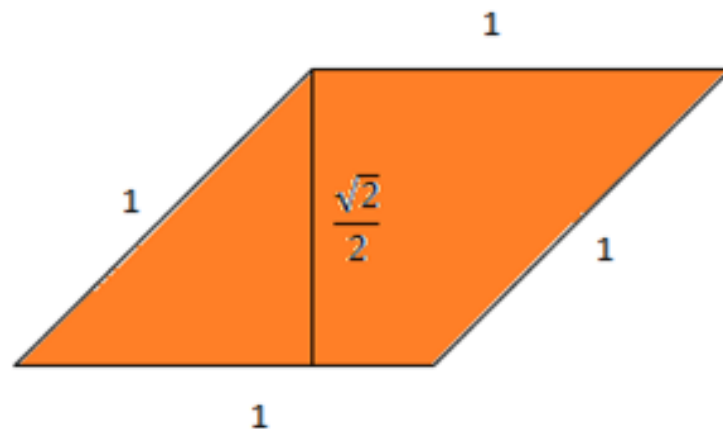
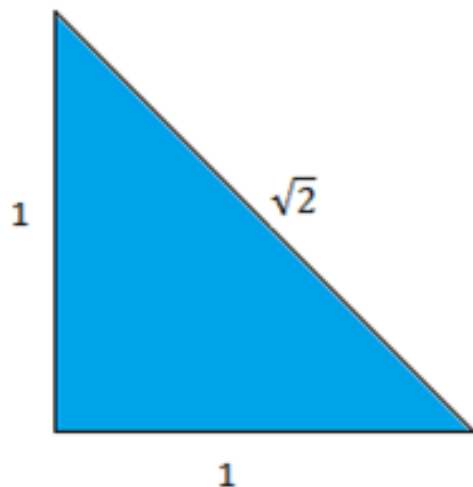
# 1<sup>a</sup> Jornada de didàctica de les matemàtiques

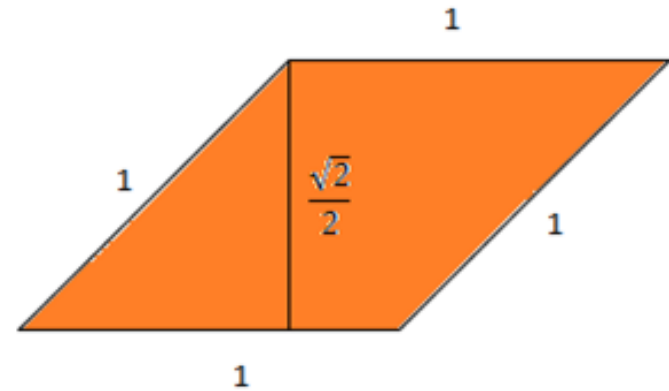
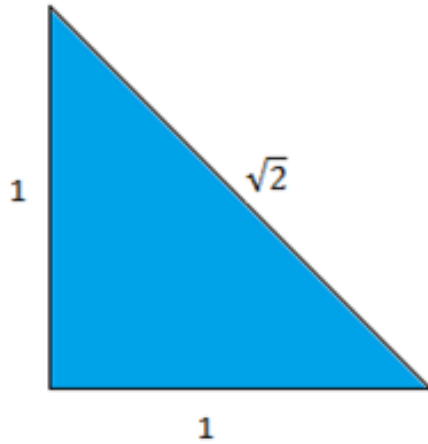
Mostra de l'activitat del mosaic de Puig Adam  
i generalització a Pattern Blocks

Barcelona, 17 de novembre de 2017

Grup Cúbic

Una idea que apareix en el llibre “*Didáctica Matemática Eurística*” de P. Puig Adam (1956) com a base d’una lliçó que ell titula “*Iniciación al cálculo con irracionales cuadráticos*”.



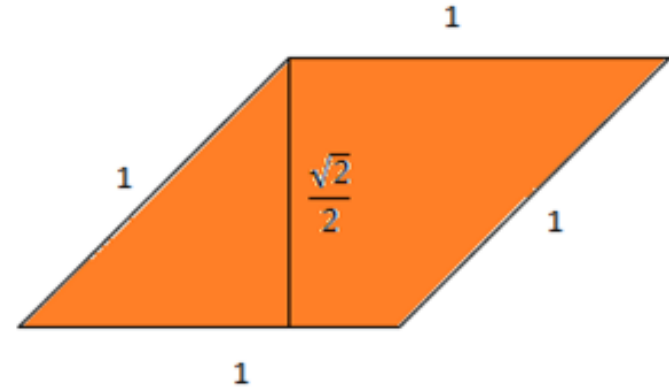
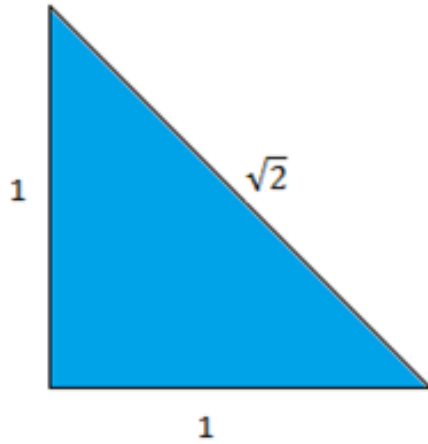


Dues peces que encaixen bé i permeten formar mosaics

# Mosaics com aquest...



Capella de Santa Cristina  
Lloret de Mar  
Fotografia de Sílvia Margelí

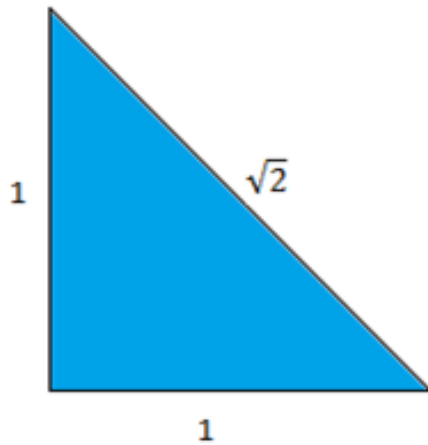


Perímetres?

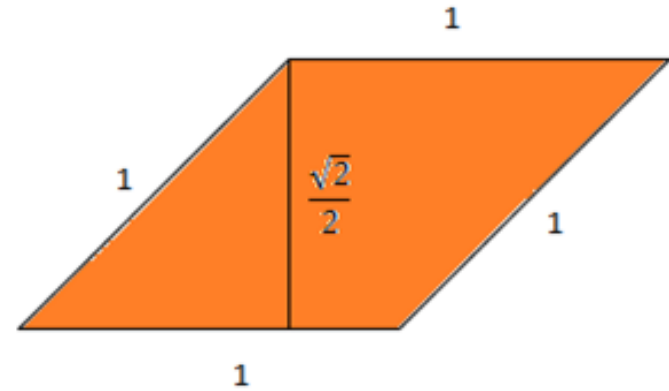
Angles interiors?

Àrees?

Fem mosaics!



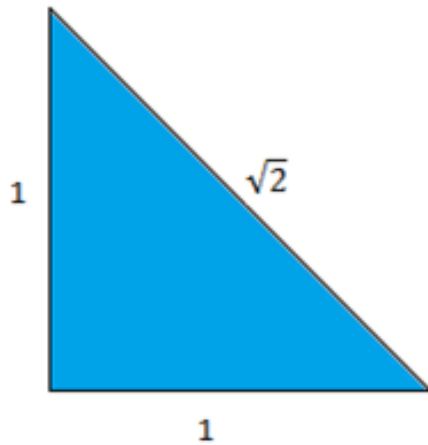
$$Àrea = \frac{1}{2}$$



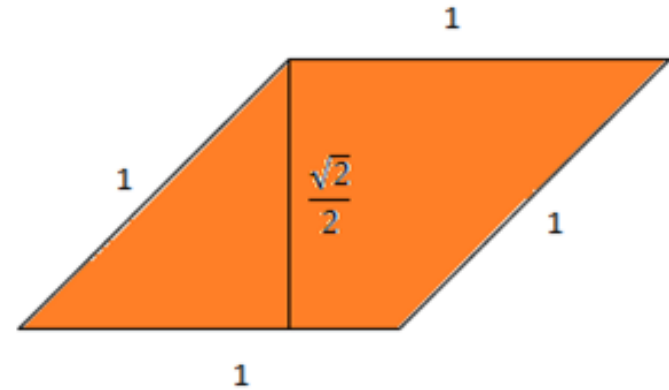
$$Àrea = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Fem mosaics!

Familiaritzem-nos amb les peces!

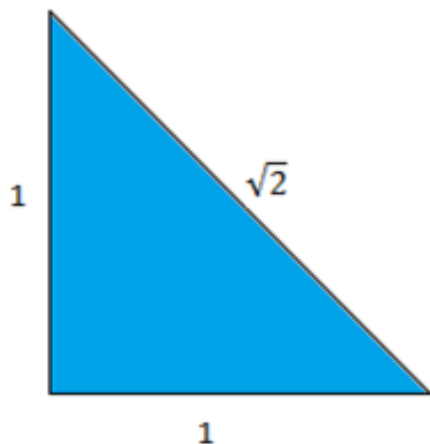


$$Àrea = \frac{1}{2}$$

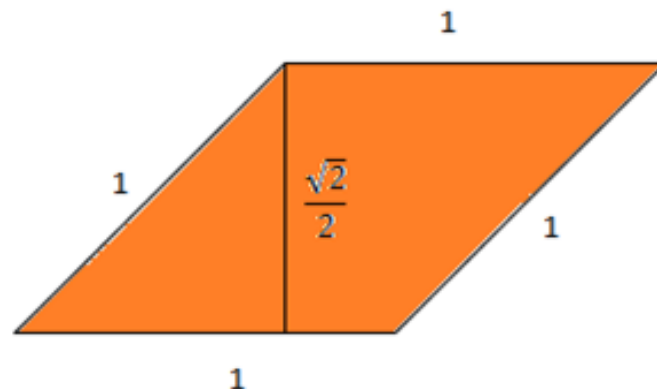


$$Àrea = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Seria possible construir una figura formada tan sols per triangles que tingués la mateixa àrea que una figura formada tan sols per rombes?



$$Àrea = \frac{1}{2}$$



$$Àrea = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

L'àrea de qualsevol mosaic format per aquestes peces tindrà una part racional procedent tan sols dels triangles i una part irracional procedent tan sols dels rombes!

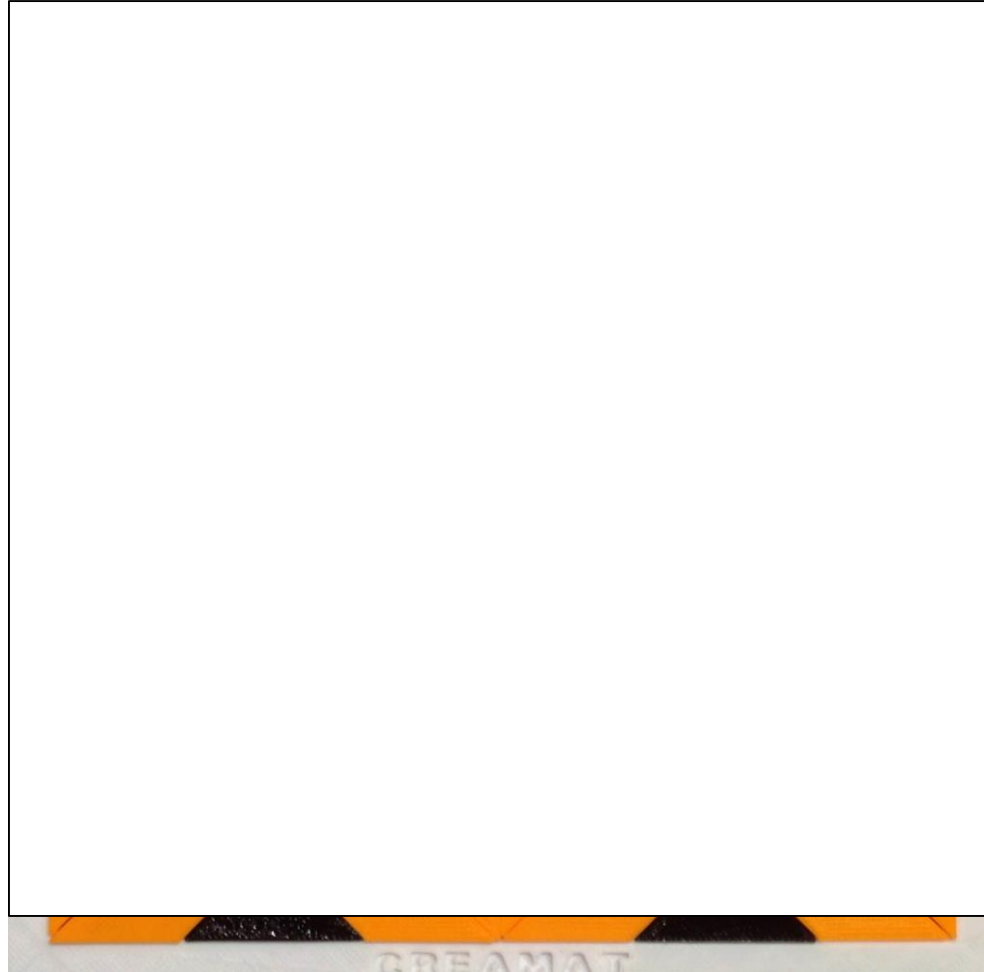


Tenim un mosaic quadrat



Mosaic fet amb impressora 3D pel CESIRE  
CREAMAT

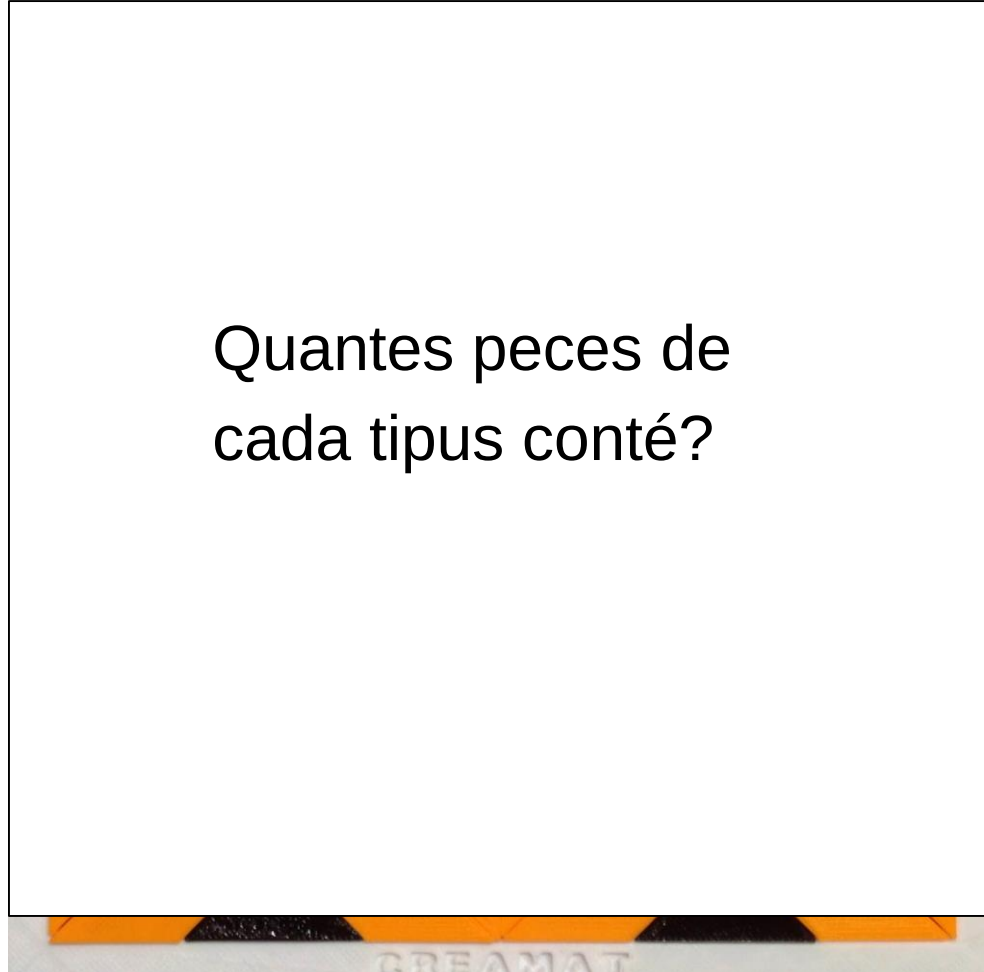
Tenim un mosaic quadrat



Mosaic fet amb impressora 3D pel CESIRE  
CREAMAT

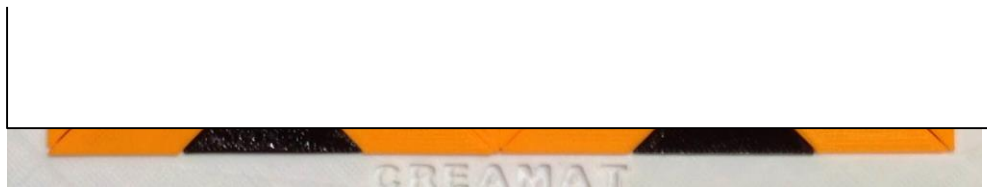
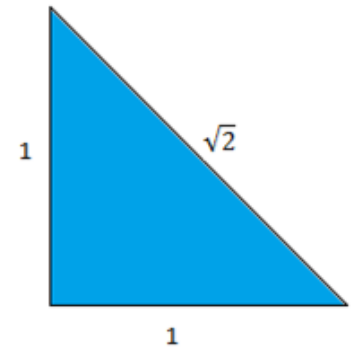
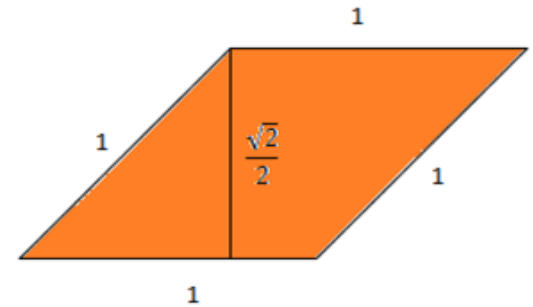
Tenim un mosaic quadrat

Quantes peces de  
cada tipus conté?



Mosaic fet amb impressora 3D pel CESIRE  
CREAMAT

Quantes peces de cada tipus conté?

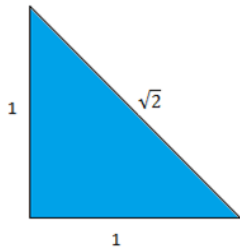


$$4 + 2\sqrt{2}$$

Si és un quadrat la seva àrea serà:

$$(4 + 2\sqrt{2})^2 = 16 + 2 \cdot 4 \cdot 2\sqrt{2} + 4 \cdot 2 = 24 + 16\sqrt{2}$$

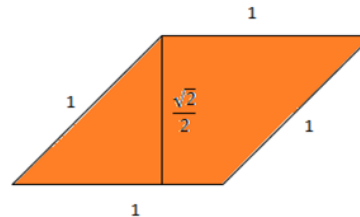
Part racional deguda als  
triangles



$$Àrea = \frac{1}{2}$$

48 triangles

Part irracional deguda als  
rombes



$$Àrea = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

32 rombes

Podem comprovar-ho!

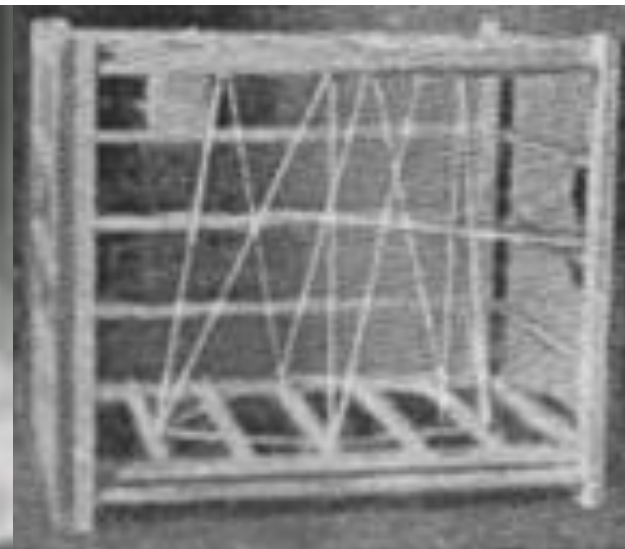
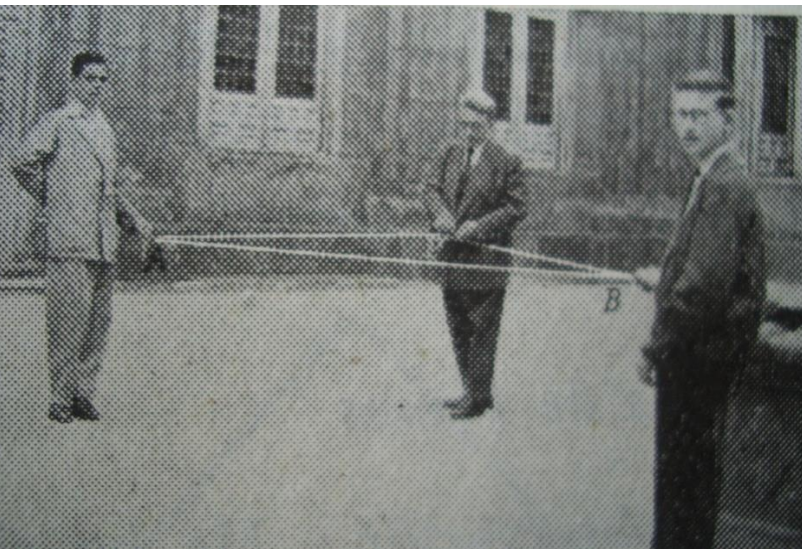


Mosaic fet amb impressora 3D pel CESIRE  
CREAMAT



*«La inconmensurabilidad de las áreas de estas piezas me sugirió una lección activa sobre irracionales cuadráticos y su cálculo»*

P. Puig Adam





**C<sup>2</sup>EM**

BARCELONA 2016

**CONGRÉS CATALÀ D'EDUCACIÓ MATEMÀTICA**



<http://tinyurl.com/patternblocksc2em>

#c2em #patternblocks

# *Pattern blocks: tot un ventall d'activitats a l'aula*



CONGRÉS CATALÀ  
D'EDUCACIÓ  
MATEMÀTICA  
11, 12 i 13 de juliol



CEIP Son Anglada



Universitat  
de les Illes Balears

Maria Àngels Rueda  
@manangelss  
Daniel Ruiz-Aguilera  
@druizaguilera

Aquesta foto té 492 dies!

---



13 de juliol 2016 - aula T1

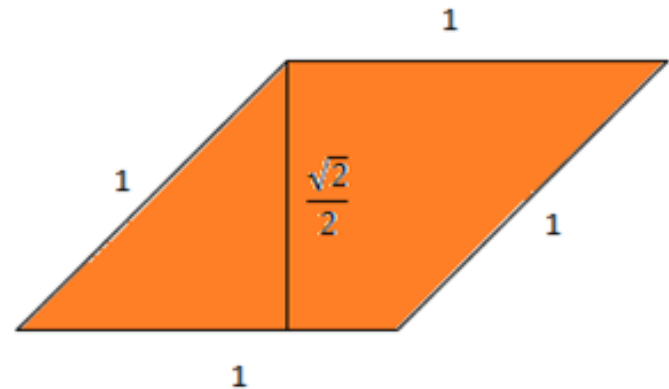
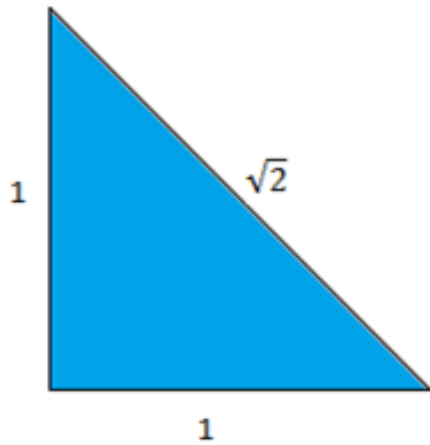
Aquesta foto té 492 dies!

---



**Moltes gràcies, Daniel i M. Àngels!**

Però aquestes dues peces poden donar encara més joc associant-les als actuals Pattern Blocks...

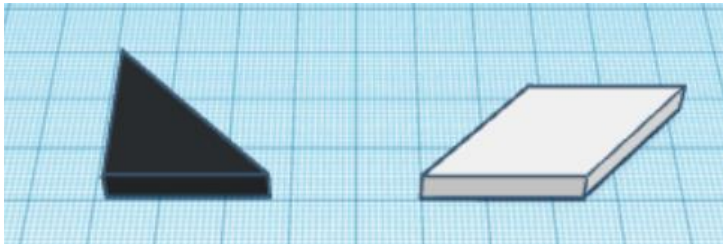




# Generem les peces del mosaic d'en Puig Adam

---

Programa d'edició 3D



<https://www.tinkercad.com/things/gaoQLuFXF4Q-peces-del-mosaic-de-pere-puig-adam>

## Nota pel lector...

---



**Les diapositives amb marc blau  
corresponen a la presentació d'en Daniel  
Ruiz i la M. Àngels Rueda efectuada en el  
marc del C2EM**

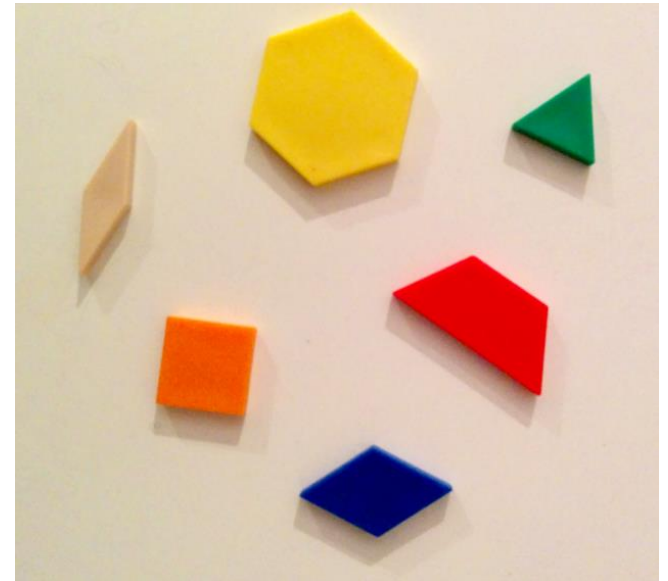


**Les diapositives sense marc  
corresponen a les propostes  
d'enriquiment del Grup Cúbic amb les  
peces del mosaic d'en Puig Adam**

**P1.** Com podem classificar  
les peces?

# *CLASSIFICACIONS*

- Color
- Forma
- Nombre de costats
- Perímetre
- Superfície
- Polígons regulars i irregulars
- Angles

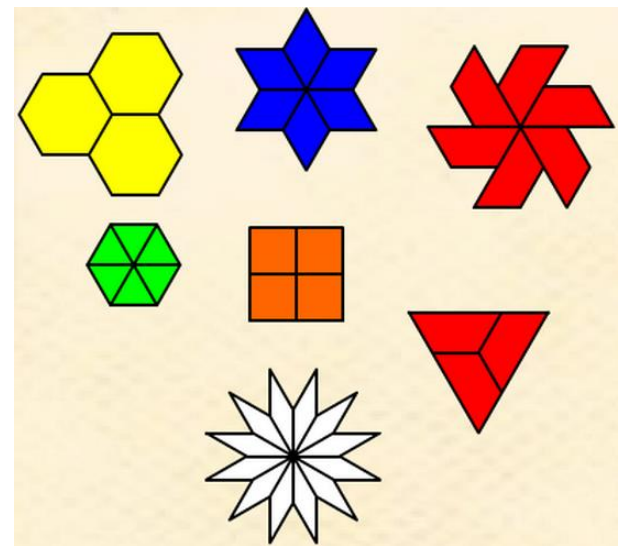




**P2.** Quins angles tenen  
les peces?

# *ANGLES DELS PATTERN BLOCKS*

- Triangle equilàter:  $60^\circ$
- Quadrat:  $90^\circ$
- Trapezi:  $120^\circ$  i  $60^\circ$
- Rombe blau:  $120^\circ$  i  $60^\circ$
- Rombe blanc:  $30^\circ$  i  $150^\circ$
- Hexàgon:  $120^\circ$



# DESCOBRINT EL MATERIAL

| PECES          | FORMA                                                                               | COSTATS | PERÍMETRE | ÀREA | ANGLES                              |
|----------------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------|-----------|------|-------------------------------------|
| T              |    | 1       | 4         |      | 4 de $90^\circ$                     |
| G              |    | 1       | 6         |      | 6 de $120^\circ$                    |
| V <sub>M</sub> |    | 1       | 5         |      | 2 de $60^\circ$<br>2 de $120^\circ$ |
| B <sub>V</sub> |    | 1       | 4         |      | 2 de $60^\circ$<br>2 de $120^\circ$ |
| BL             |   | 1       | 4         |      | 2 de $150^\circ$<br>2 de $30^\circ$ |
| V <sub>O</sub> |  | 1       | 3         |      | 3 de $60^\circ$                     |

<https://matesasadako.wordpress.com/2015/11/13/pattern-blocks/>

## Els Pattern Blocks i el mosaic d'en Puig Adam

---

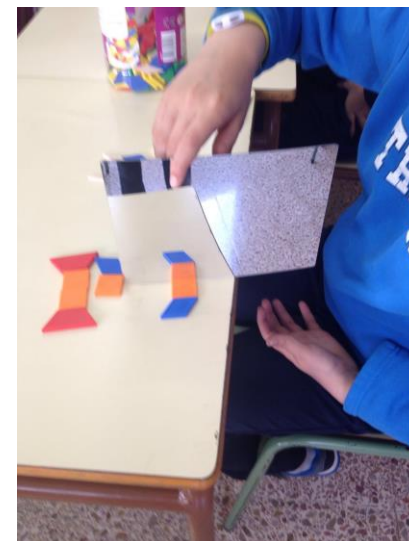
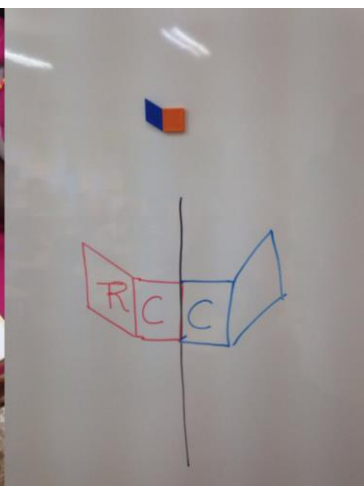
- Triangle equilàter:  $60^\circ$
- Quadrat:  $90^\circ$
- Trapezi:  $120^\circ$  i  $60^\circ$
- Rombe blau:  $120^\circ$  i  $60^\circ$
- Rombe **ocre**:  $30^\circ$  i  $150^\circ$
- Hexàgon:  $120^\circ$
- **Triangle rectangle:  $45^\circ$  i  $90^\circ$**
- **Rombe blanc:  $45^\circ$  i  $135^\circ$**



**P3.** Si posam un mirall  
davant algunes peces,  
què es veurà?

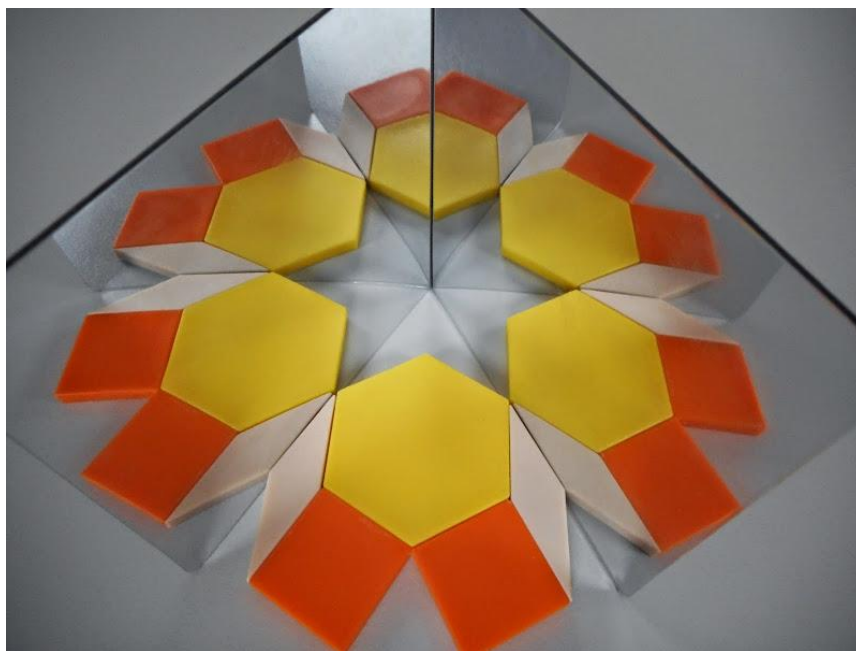
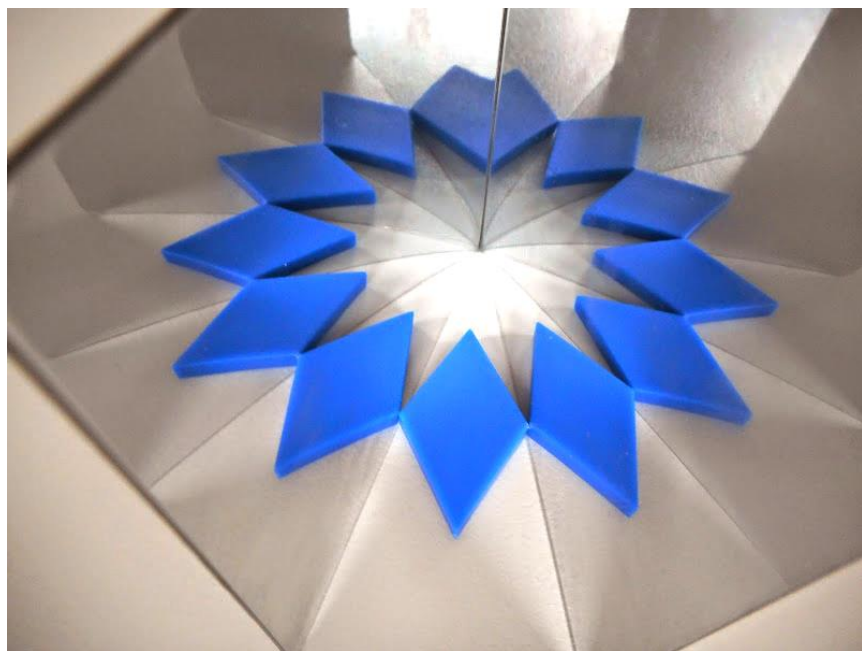
# ***SIMETRIA***

A partir d'una figura donada



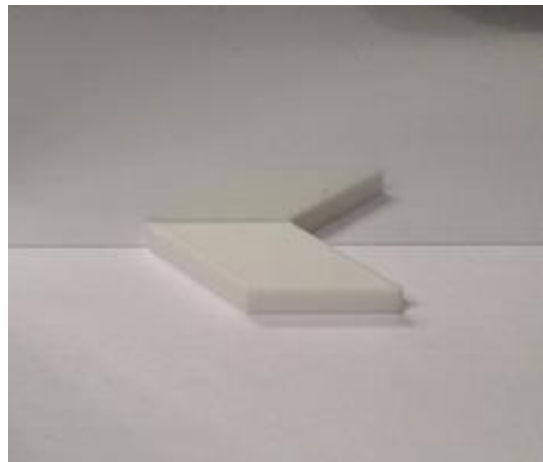
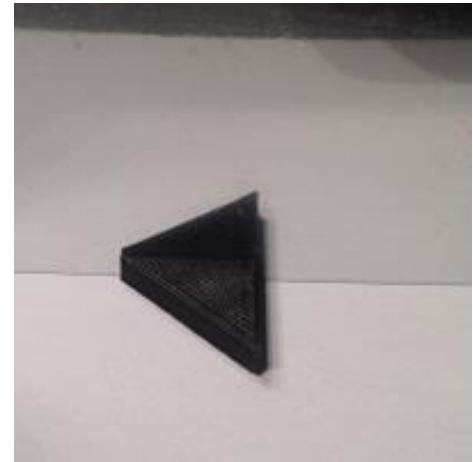
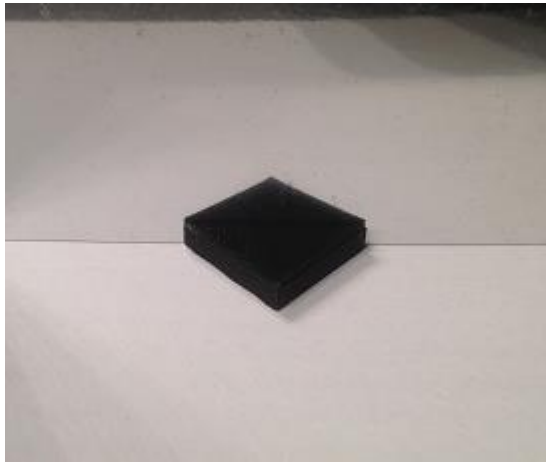
# ***SIMETRIA***

Intentar reproduir un model amb un mirall



# Els Pattern Blocks i el mosaic d'en Puig Adam

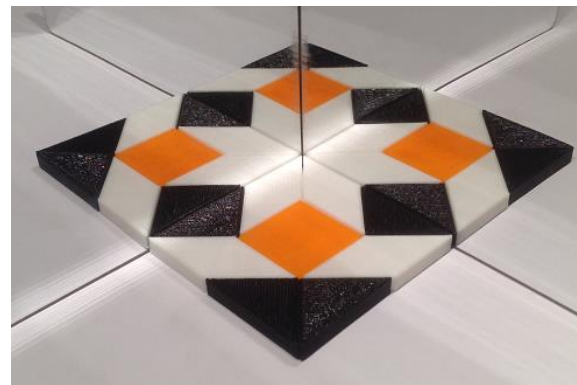
---





# Els Pattern Blocks i el mosaic d'en Puig Adam

---

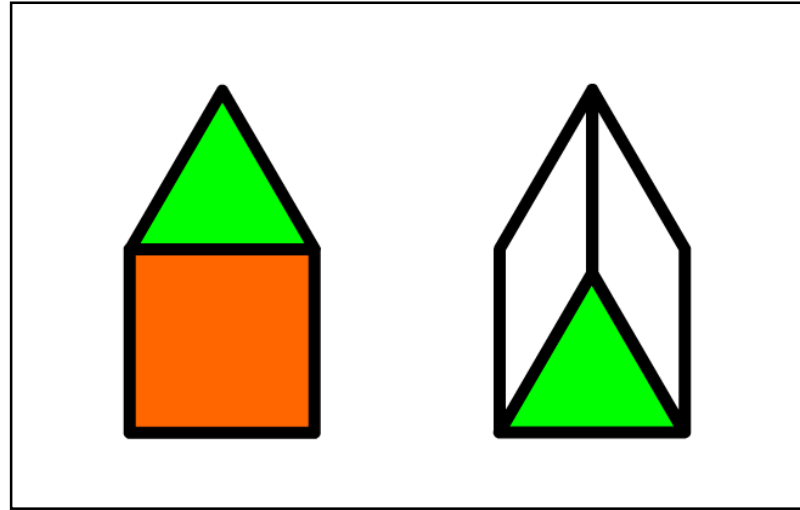


**P6.** Quina relació d'àrees hi ha entre el quadrat i el triangle?



**P6.1** El rombe ocre es pot mesurar amb el quadrat o amb el triangle?

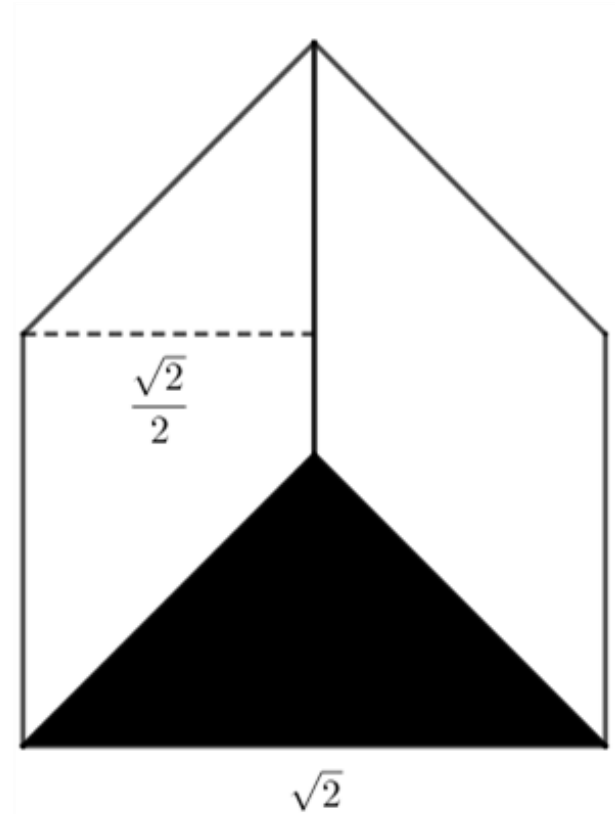




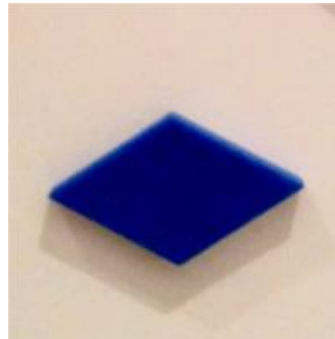
El rombe ocre és  $\frac{1}{2}$  del  
quadrat!

# Els Pattern Blocks i el mosaic d'en Puig Adam

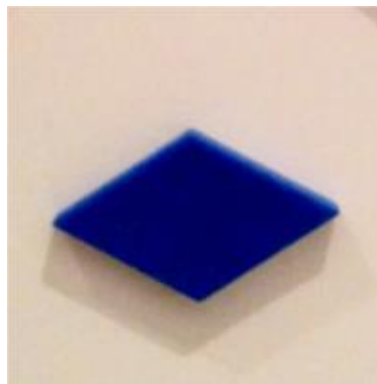
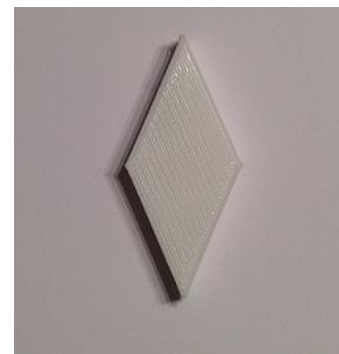
---



**conclusió:** tenim dues famílies de mesura!

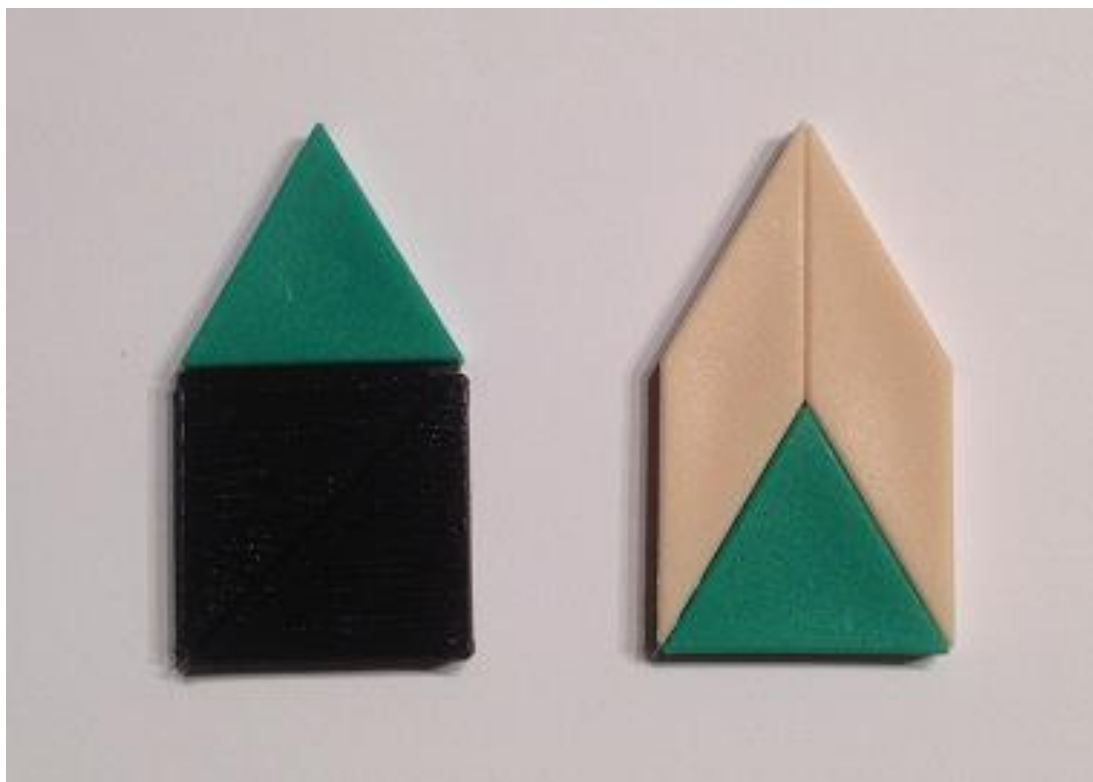


**conclusió:** tenim tres famílies de mesura!



# Els Pattern Blocks i el mosaic d'en Puig Adam

---



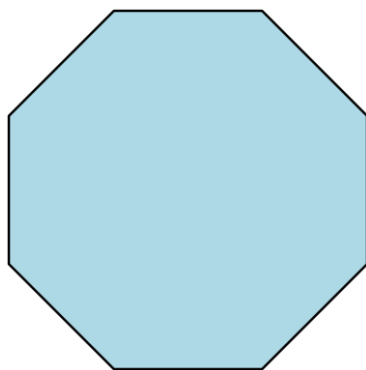
← Tenen la mateix àrea! →





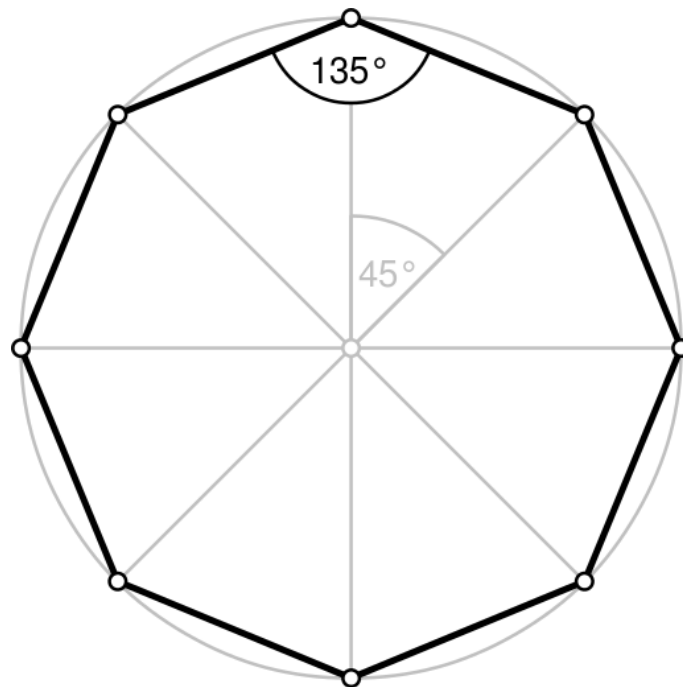
**P7.** Quins polígons  
regulars es poden  
construir amb *Pattern  
Blocks*?

Es poden construir  
octògons regulars?



# *OCTÒGONS REGULARS*

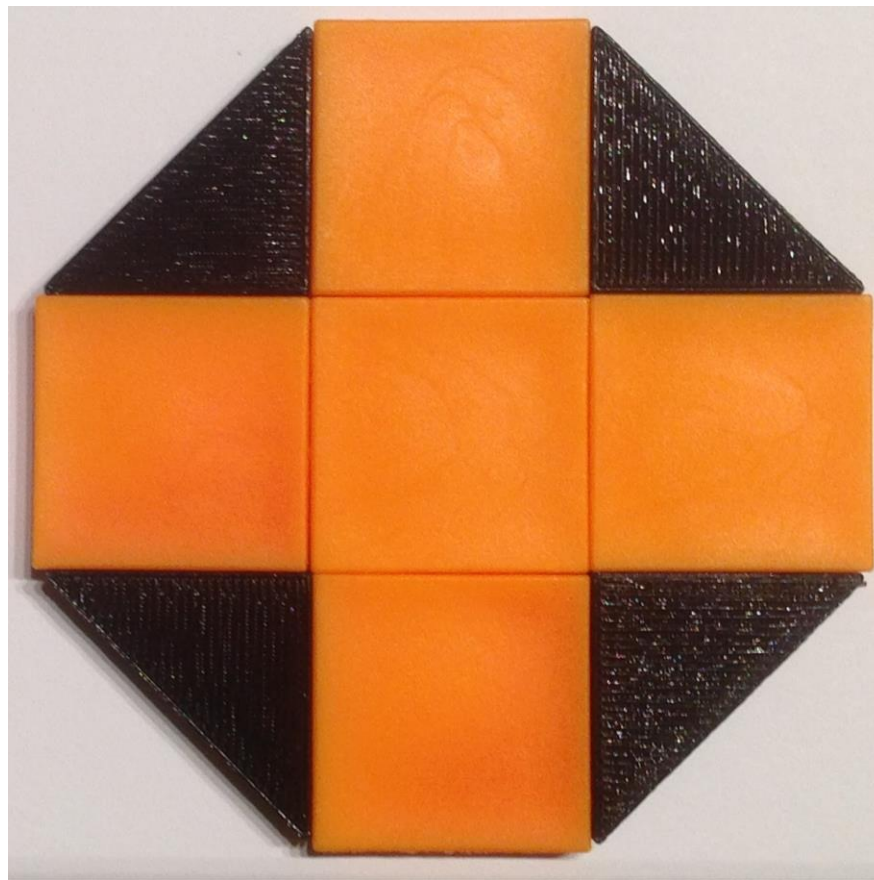
No es poden construir angles de  $135^\circ$ !



# Els Pattern Blocks i el mosaic d'en Puig Adam

---

**Ara sí  
poden  
construir  
angles de  $135^\circ$ !**



# Els Pattern Blocks i el mosaïc d'en Puig Adam

---

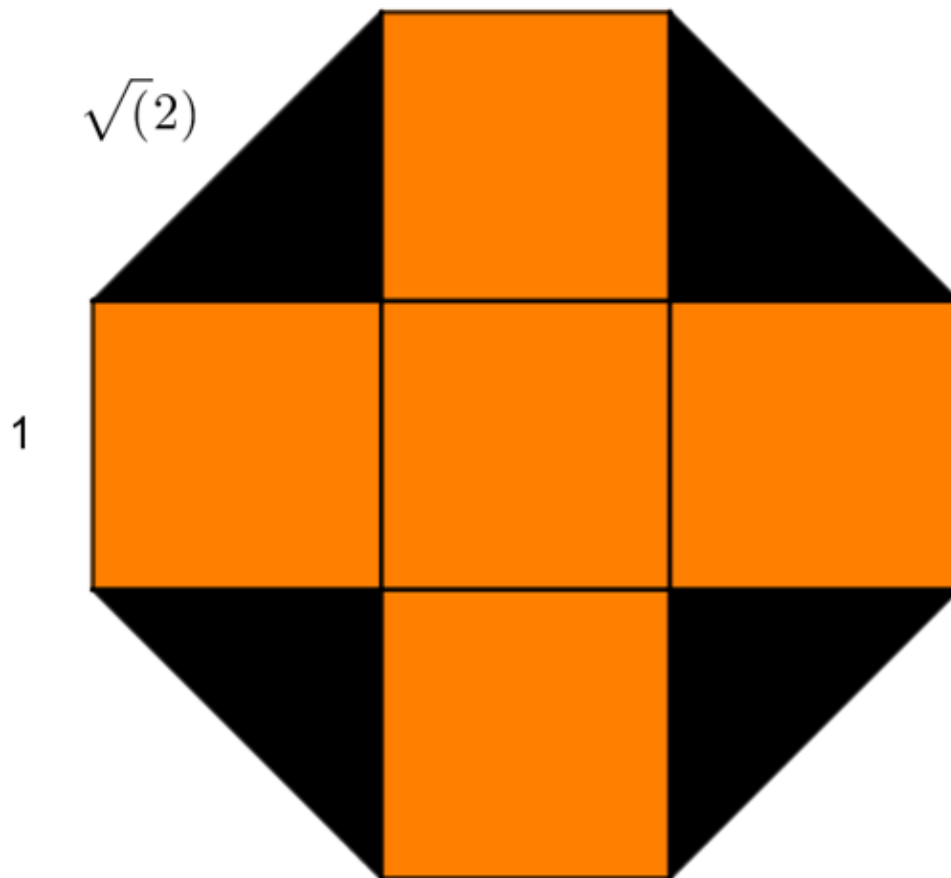
Ara sí  
podem  
construir  
angles de  $135^\circ$ !



# Els Pattern Blocks i el mosaïc d'en Puig Adam

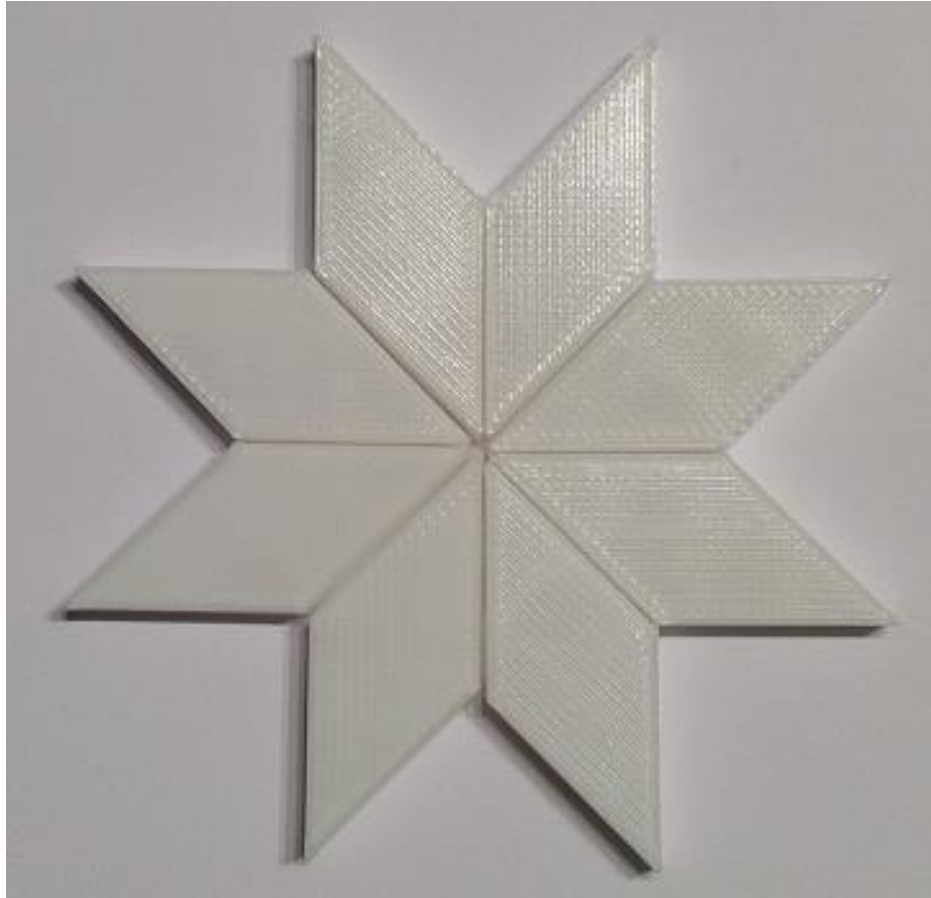
---

**No tenen  
els costats  
IGUALS!  
Però...**



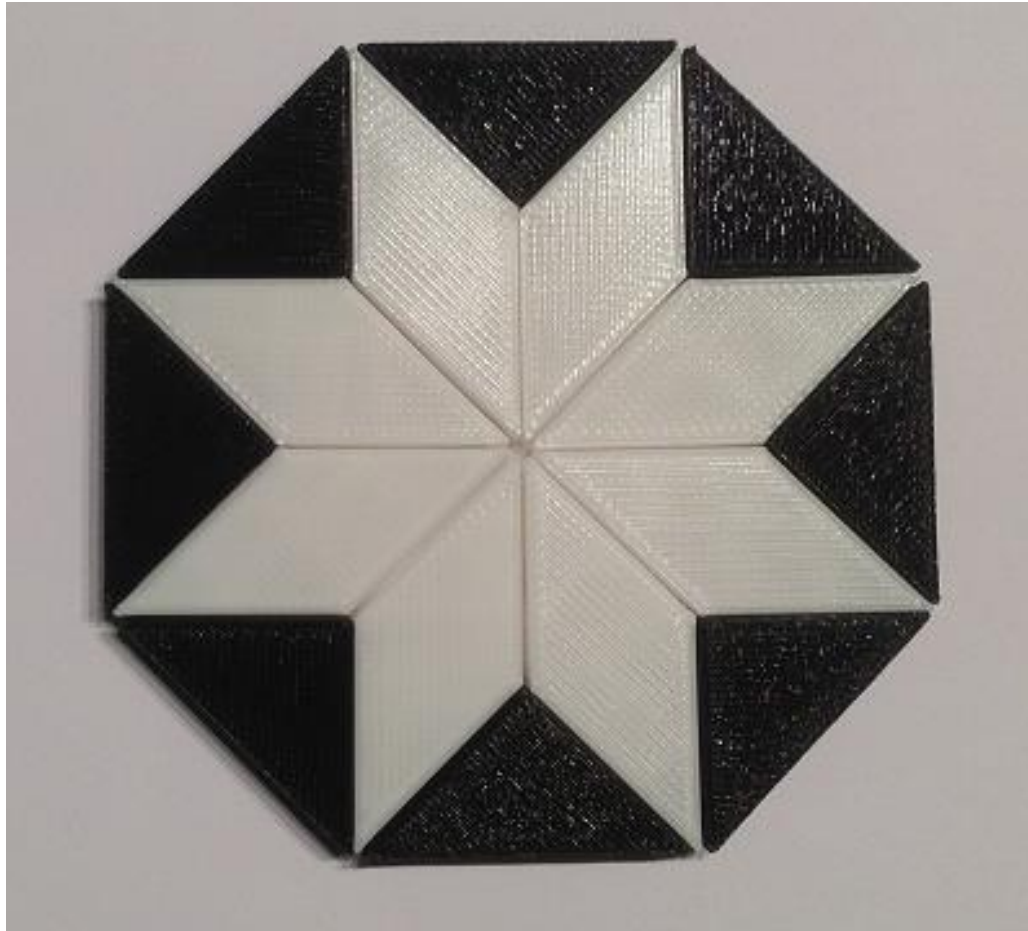
# Els Pattern Blocks i el mosaic d'en Puig Adam

---



# Els Pattern Blocks i el mosaic d'en Puig Adam

---



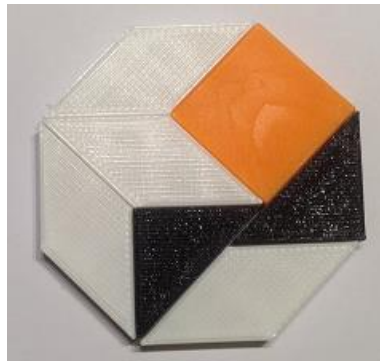
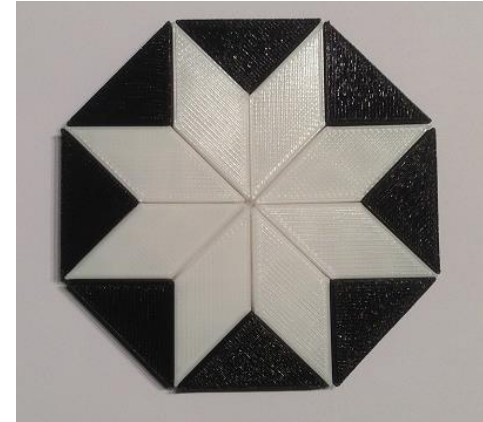
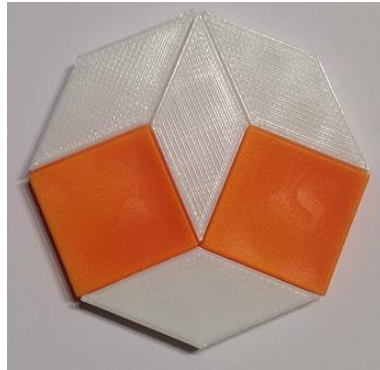


**P8.** Construiu diferents  
dodecàgons... Quants  
diferents podeu arribar  
a fer?

**P8.** Construiu diferents  
**octàgons**... Quants  
diferents podeu arribar  
a fer?

# Els Pattern Blocks i el mosaïc d'en Puig Adam

---



# Els Pattern Blocks i el mosaic d'en Puig Adam

---

| Amb Pattern Blocks |                    |
|--------------------|--------------------|
| 60°                | Triangle equilàter |
| 90°                | Quadrat            |
| 120°               | Hexàgon regular    |
| 150°               | Dodecàgon regular  |

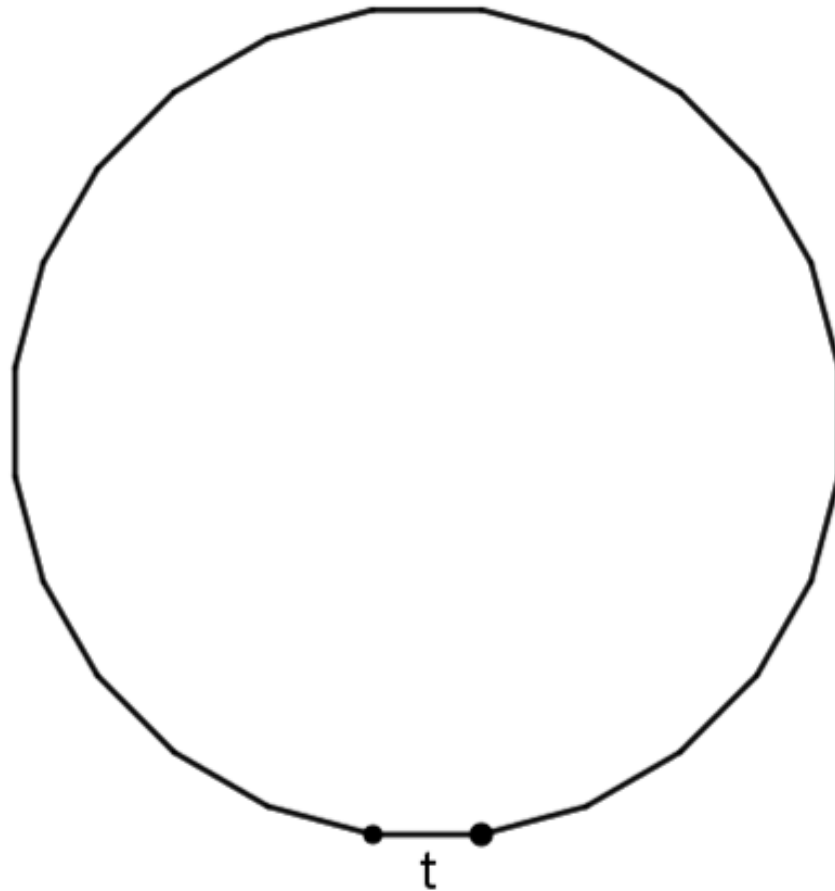
## Els Pattern Blocks i el mosaic d'en Puig Adam

---

| Amb Pattern Blocks + Puig Adam |                               |
|--------------------------------|-------------------------------|
| 75°                            | XXXXXXXXXXXX                  |
| 105°                           | XXXXXXXXXXXX                  |
| 135°                           | Octàgon regular               |
| 165°                           | Icosikaitetràgon regular (24) |

# Els Pattern Blocks i el mosaic d'en Puig Adam

---



$$A = 6t^2 \cot \frac{\pi}{24} = 6t^2 (2 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6})$$

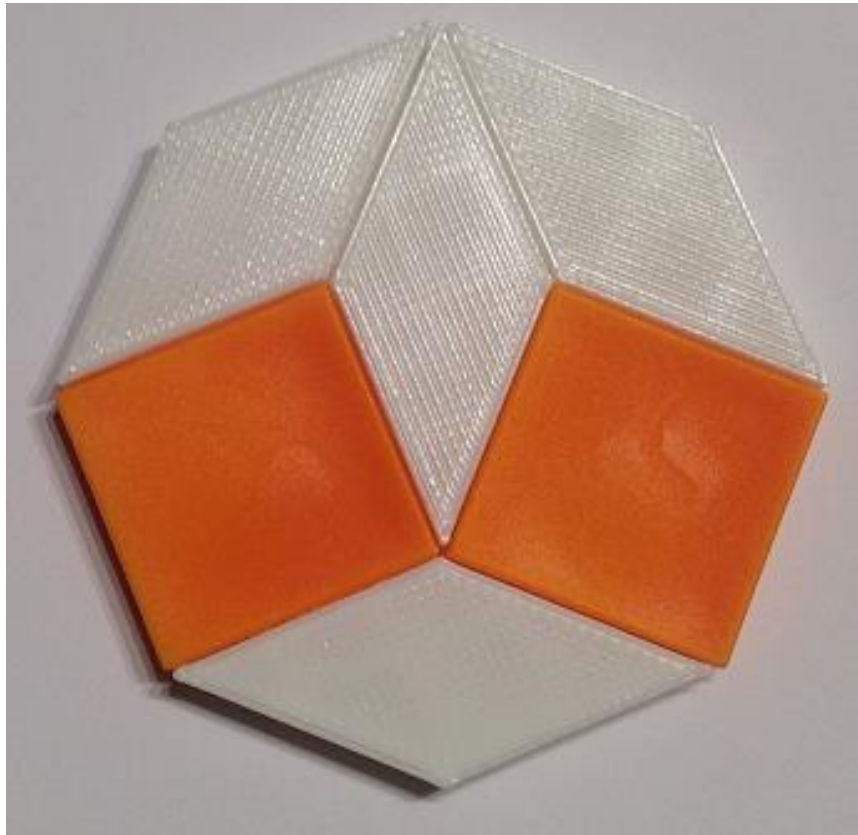
# Els Pattern Blocks i el mosaic d'en Puig Adam

---

| Amb Pattern Blocks + Puig Adam |                 |
|--------------------------------|-----------------|
| 75°                            | XXXXXXXXXXXX    |
| 105°                           | XXXXXXXXXXXX    |
| 135°                           | Octàgon regular |

# Els Pattern Blocks i el mosaic d'en Puig Adam

---





# Els Pattern Blocks i el mosaïc d'en Puig Adam

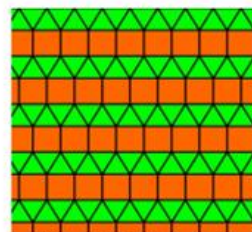
---



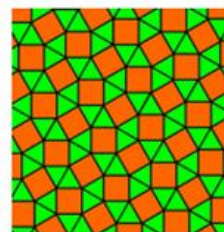
$$A = 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 2 = 2 \cdot \sqrt{2} + 2$$

# ***PATTERN BLOCKS***

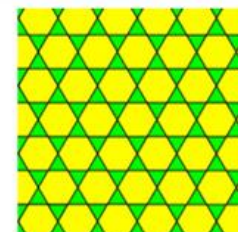
- Treball dels mosaics amb *pattern blocks*:
  - Es poden construir els 3 mosaics regulars
  - Es poden construir 7 dels 8 mosaics semiregulars
- La presentació:  
<http://tinyurl.com/mosaicospatternblocks>



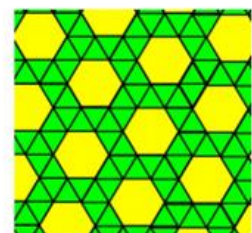
Mosaic 3-3-3-4-4



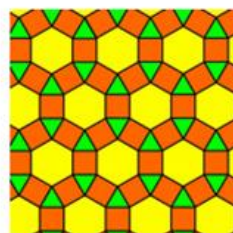
Mosaic 3-3-4-3-4



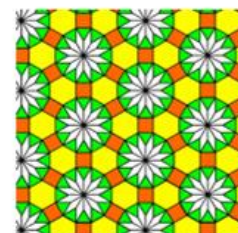
Mosaic 3-6-3-6



Mosaic 3-3-3-3-6



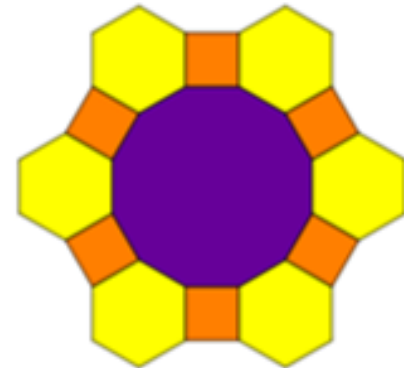
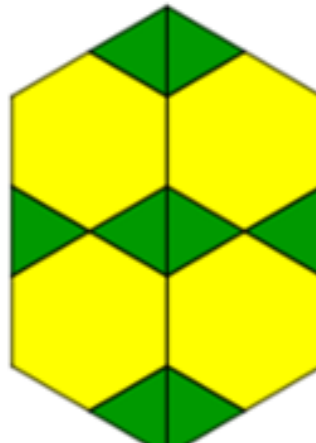
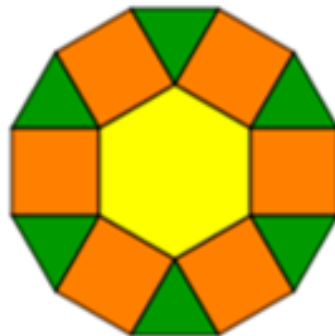
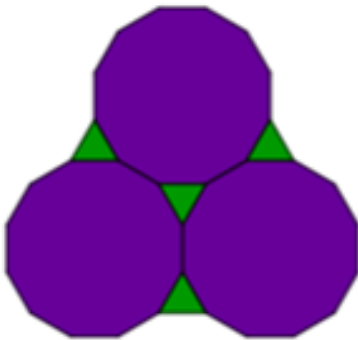
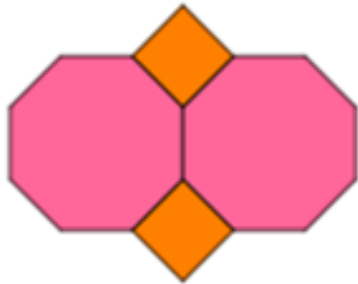
Mosaic 3-4-6-4



Mosaic 4-6-12

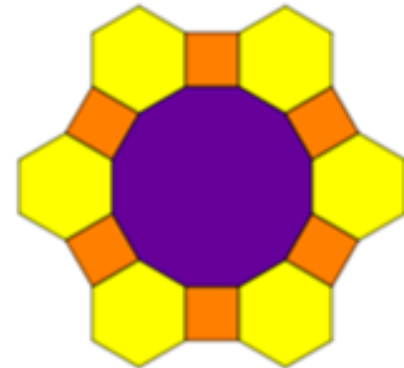
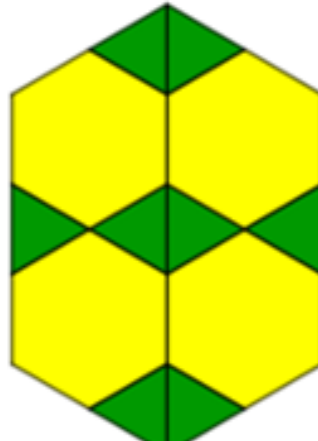
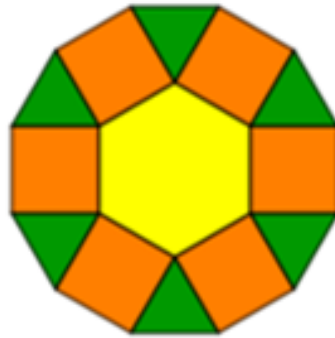
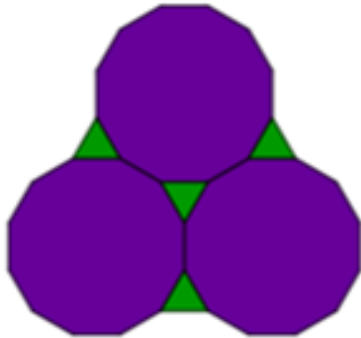
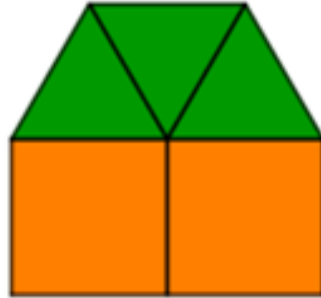
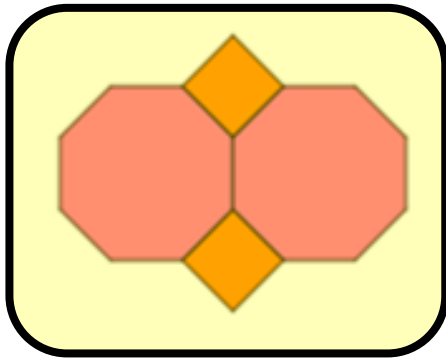
# Els Pattern Blocks i el mosaïc d'en Puig Adam

---



# Els Pattern Blocks i el mosaïc d'en Puig Adam

---



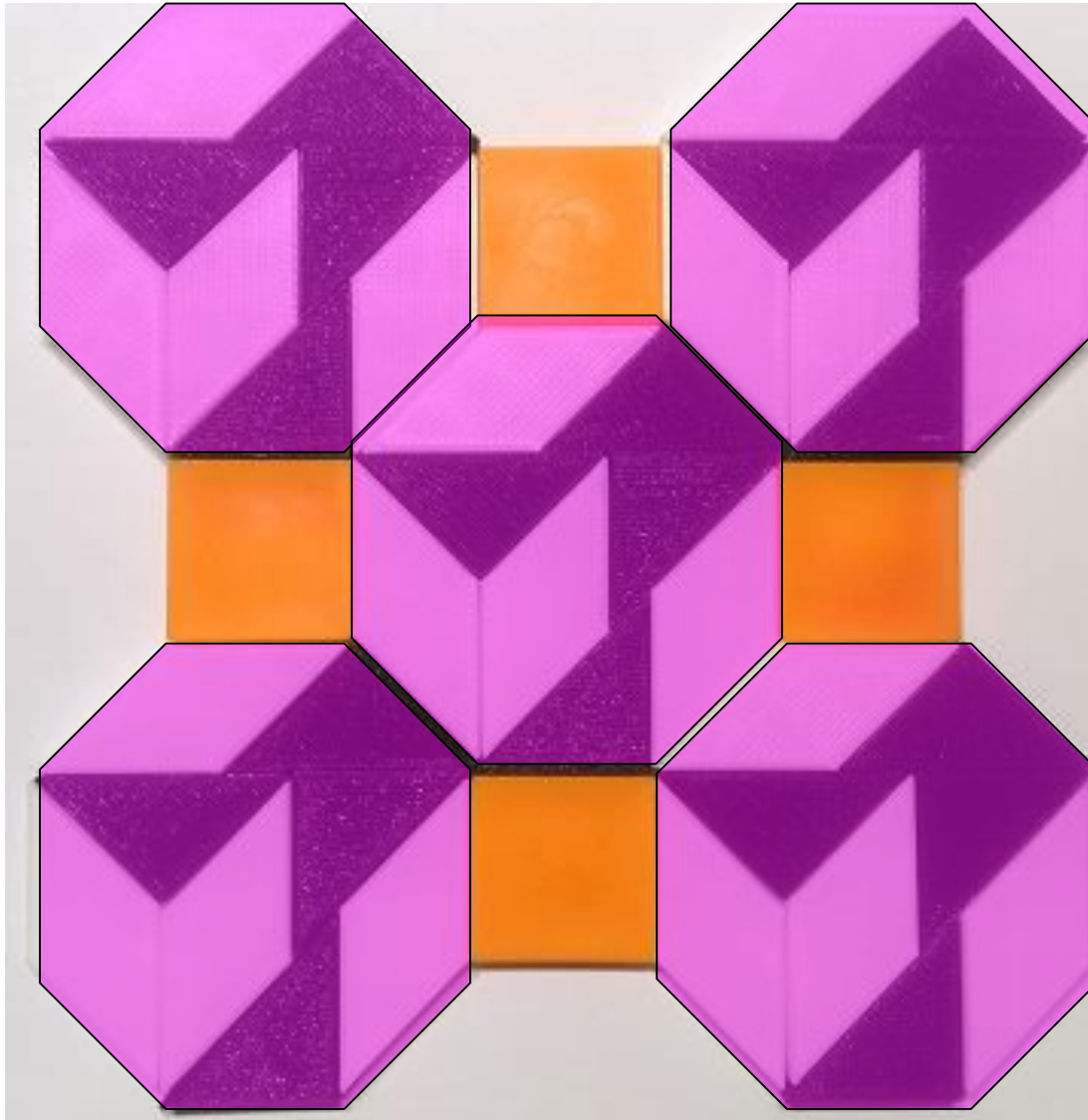
# Els Pattern Blocks i el mosaïc d'en Puig Adam

---



# Els Pattern Blocks i el mosaic d'en Puig Adam

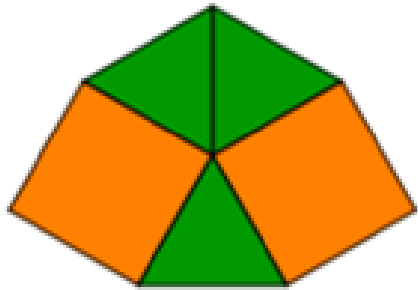
---





# Els Pattern Blocks i el mosaïc d'en Puig Adam

---



Deformant el rombe verd...

# Els Pattern Blocks i el mosaic d'en Puig Adam

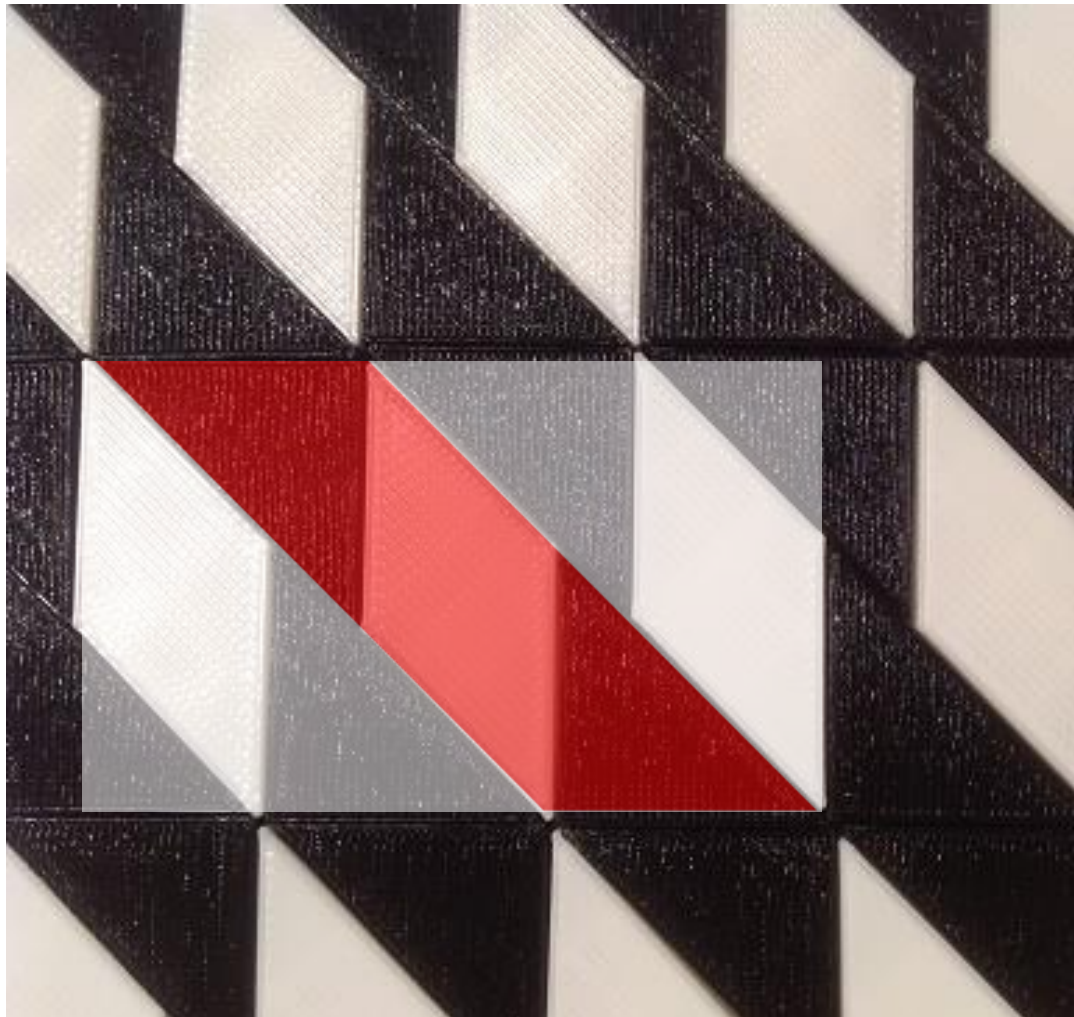
---





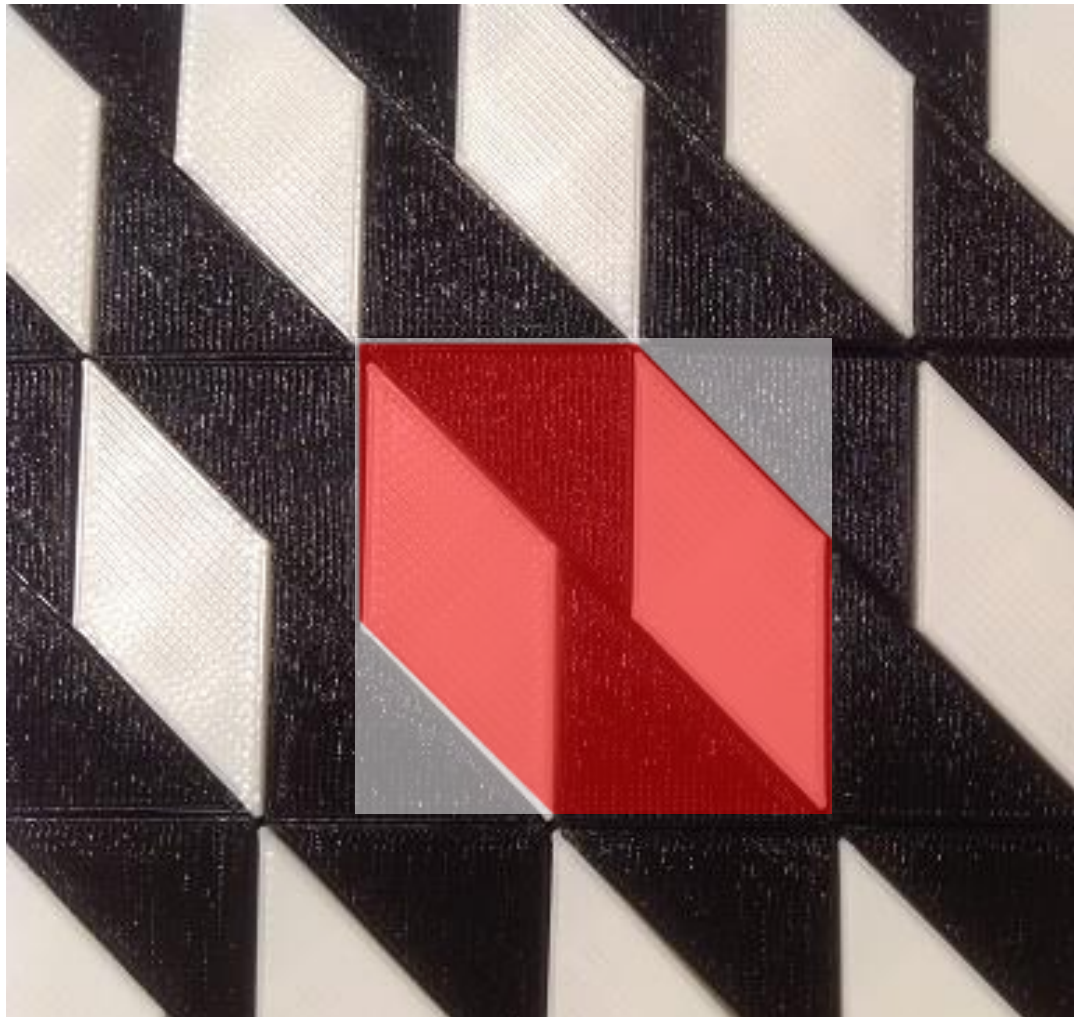
# Els Pattern Blocks i el mosaic d'en Puig Adam

---



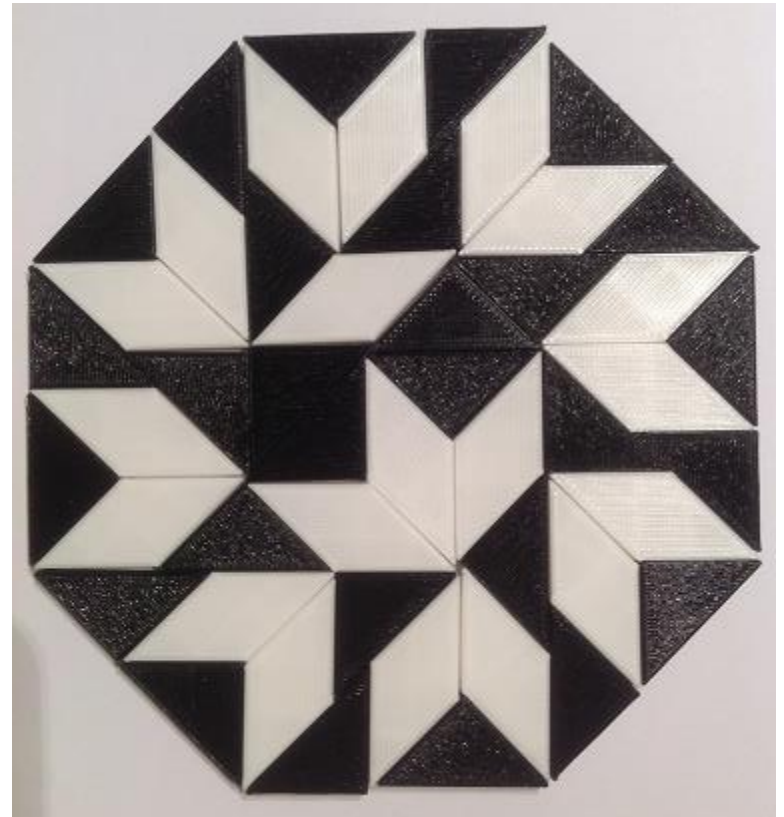
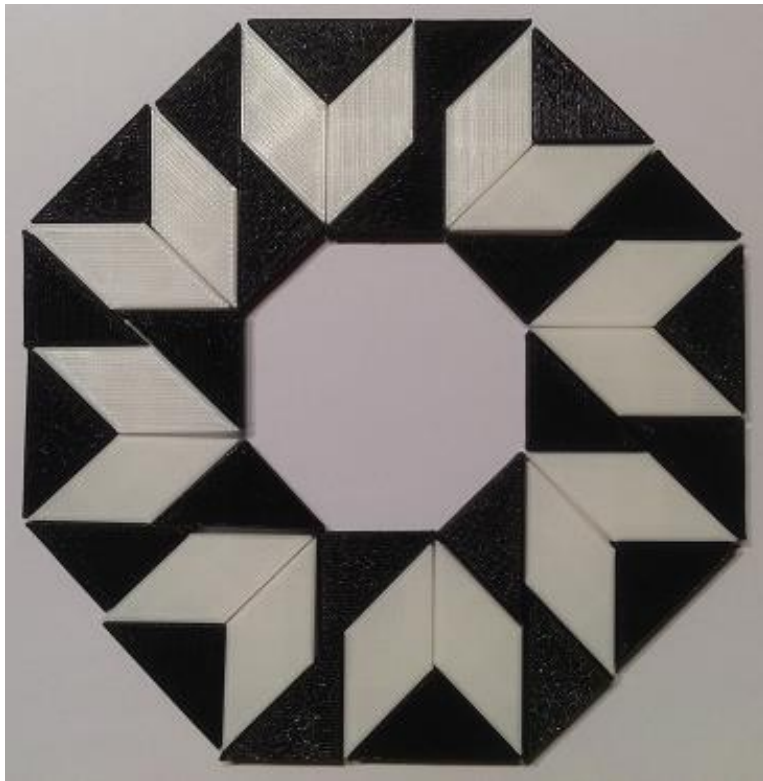
# Els Pattern Blocks i el mosaic d'en Puig Adam

---



# Els Pattern Blocks i el mosaïc d'en Puig Adam

---





1<sup>a</sup> Jornada de didàctica de les matemàtiques

Moltes gràcies!

Grup Cúbic