

Monedes i agulles de Buffon



UNIVERSITAT DE
BARCELONA

Facultat de Matemàtiques
i Informàtica

Georges Louis Leclerc, comte de Buffon (1707-1788)



*Essai d'Arithmetique
Morale (1777)*

Origen de les
probabilitats
geomètriques

“Es tracta d’un joc d’atzar per a la solució del qual no és possible de comptar els casos possibles i els favorables - com esdevé en els jocs discrets, com els daus o les cartes -, sinó que cal mesurar aquests casos. La diferència entre mesurar i comptar és la que distingeix la geometria de l’anàlisi o l’aritmètica.”

Monedes de Buffon

“A continuació esmenta, a tall d'exemple, l'anomenat joc de franc carreau (sobre el pla quadriculat es llança a l'atzar una moneda circular i es demana que la moneda resti completament a l'interior d'un dels quadrats, sense tallar cap línia de separació)”

La matemàtica: una filosofia i una tècnica, p. 75

Materials (ús productiu del cèntims d'euro)



Diferents tipus de tramats

- Rectes paral·leles separades una amplada igual a 2 vegades el diàmetre de les monedes
- Quadrícula formada per dues famílies de rectes paral·leles separades una amplada igual a 2 vegades el diàmetre de les monedes
- Plantilla amb un conjunt de circumferències tangents, situades en files i columnes, amb diàmetre igual a dues vegades el diàmetre de les monedes (proposat per Juan Mesa)

Tramat de rectes paral·leles

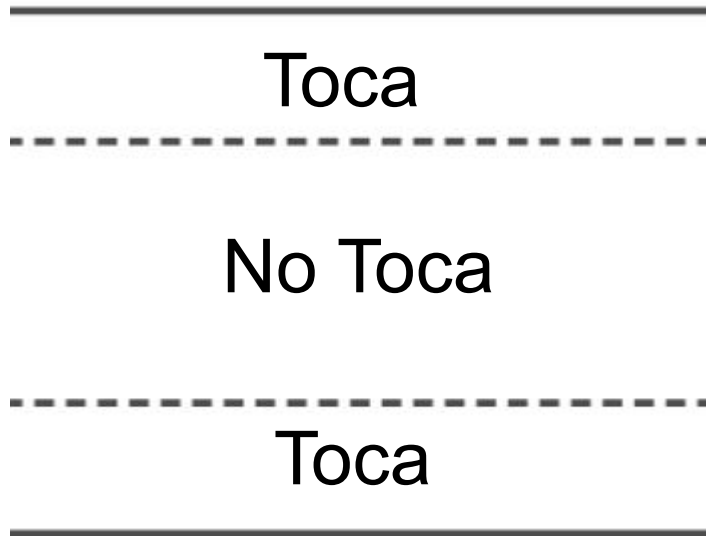
Quina és la probabilitat de tocar una línia?

I la probabilitat de no tocar cap línia?



Centre de la moneda

Tramat de rectes paral·leles

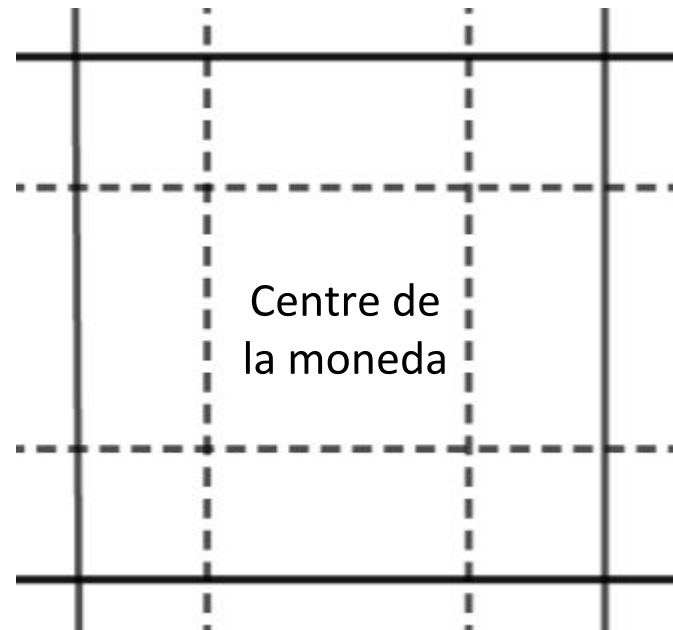
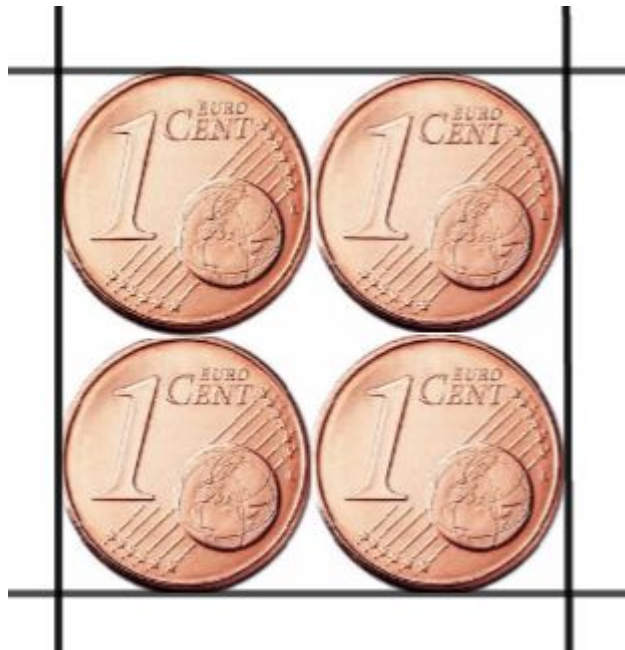


$$p(\text{Tocar}) = p(\text{No tocar}) = \frac{1}{2}$$

Quadrícula

Quina és la probabilitat de tocar una línia?

I la probabilitat de no tocar cap línia?



Quadrícula



Toca

Centre de
la moneda

Toca



$$p(\text{Tocar}) = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

$$p(\text{No tocar}) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$



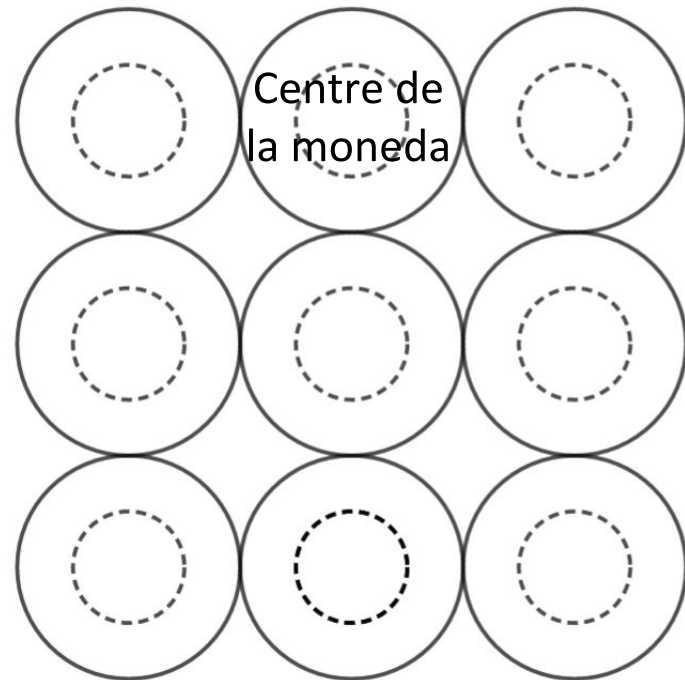
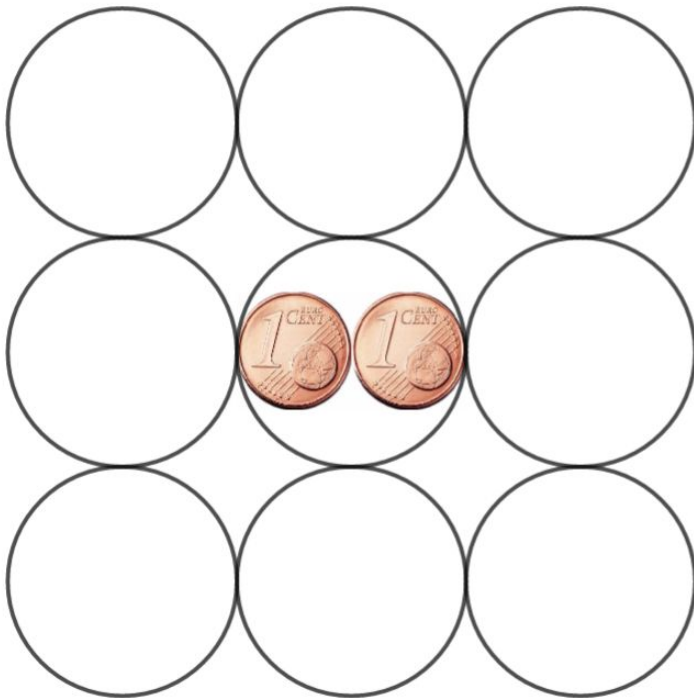
UNIVERSITAT DE
BARCELONA

Facultat de Matemàtiques
i Informàtica

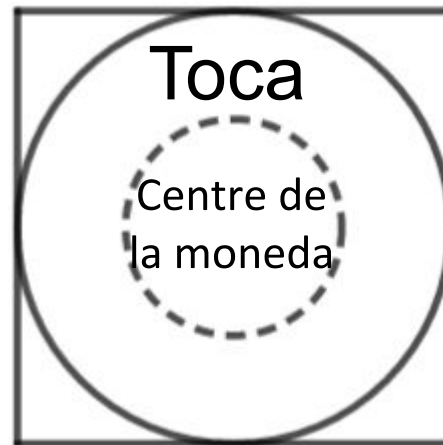
Circumferències tangents

Quina és la probabilitat de tocar una línia?

I la probabilitat de no tocar cap línia?



Circumferències tangents



$$p(\text{No tocar}) = \frac{\pi r^2}{16r^2} = \frac{\pi}{16}$$

L'agulla de Buffon



L'agulla de Buffon



L'agulla de Buffon



Quan la distància entre línies és igual a la longitud del pal la probabilitat que el pal toqui una línia és $\frac{2}{\pi}$

Si, fent T tirades, C estan en contacte amb una línia
resultarà que:

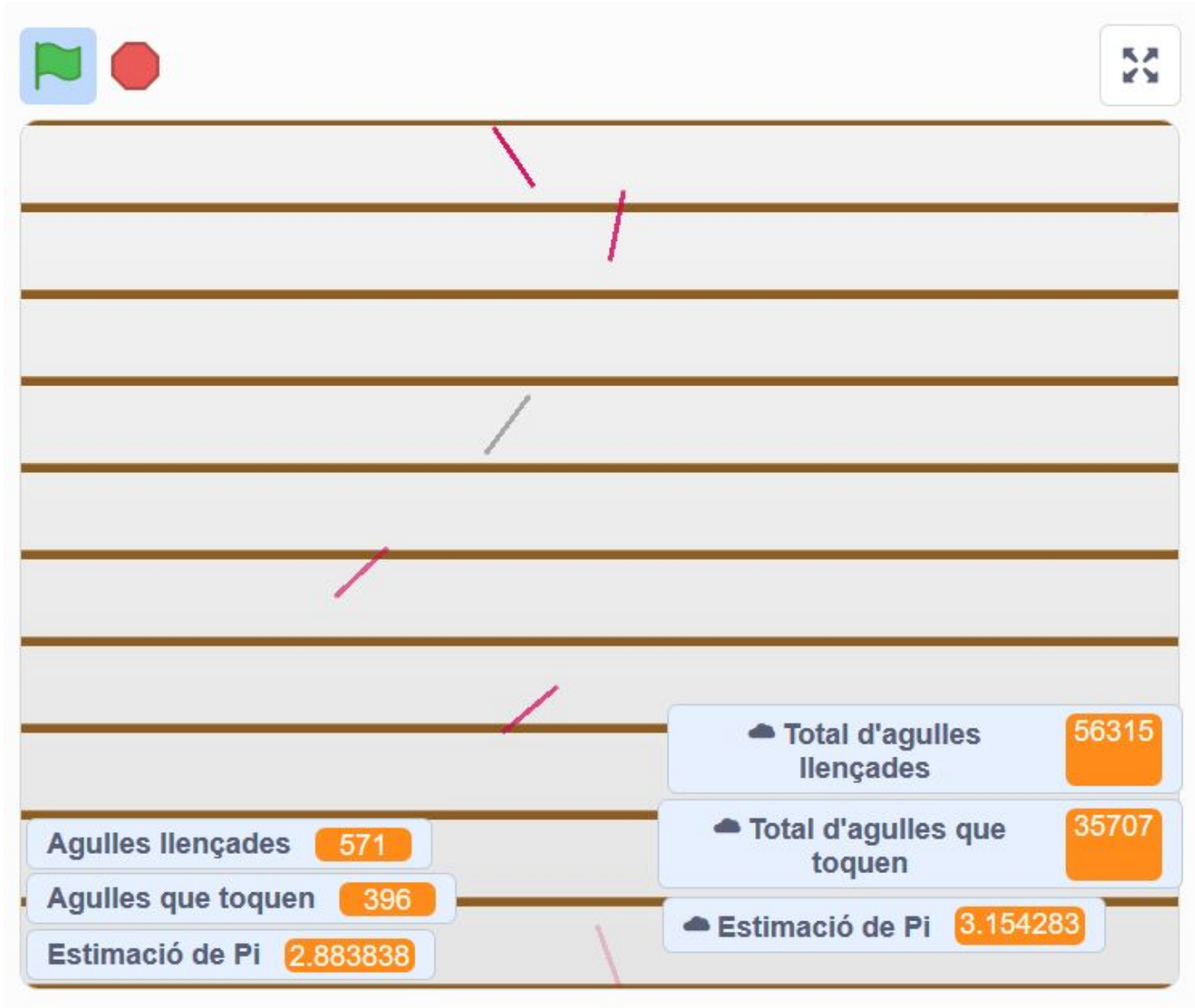
$$\frac{C}{T} \approx \frac{2}{\pi}$$

Aïllant π tindrem: $\pi \approx \frac{2T}{C}$

Una bonica manera d'aproximar el valor de π .

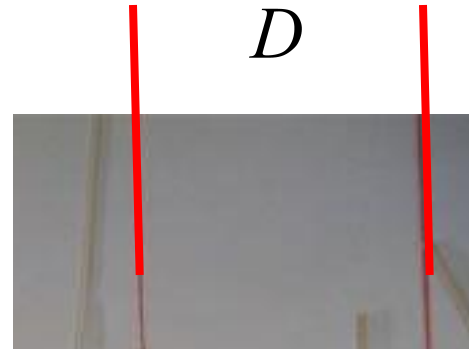


<https://scratch.mit.edu/projects/145598185>



Més general!

I si la longitud del pal (L) és més petita però no necessàriament igual a la distància entre rectes (D)?



Llavors la probabilitat que el pal toqui una recta serà:

$$\frac{2L}{\pi D}$$

Moltes gràcies!



UNIVERSITAT DE
BARCELONA

Facultat de Matemàtiques
i Informàtica