

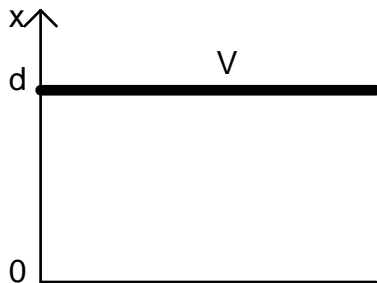
Mesura de la càrrega de l'electró. Experiment de Millikan

La càrrega de l'electró va ser mesurada directament, per primera vegada, l'any 1908. El mètode, degut a R.A. Millikan, es basa en l'estudi del moviment d'una gota microscòpica d'oli, portadora de càrregues elèctriques, i sotmesa al camp gravitatori, a la fricció de l'aire i a un camp electrostàtic.

1. Principi de la mesura.

Les forces que actuen sobre la gota són: la força de la gravetat, la força deguda al principi d'Arquímedes, la resistència de l'aire (fórmula de Stokes) i la força deguda al camp elèctric. La resultant de totes aquestes forces produirà una acceleració de la gota. La solució general de l'equació diferencial del moviment de la gota és la suma d'una velocitat constant més un terme exponencial que es redueix molt ràpidament de manera que al cap d'un temps de l'ordre de 10^{-4} s la velocitat es pot considerar constant.

Les gotes s'injecten entre les armadures d'un condensador pla, les armadures del qual estan disposades horitzontalment. Una diferència de potencial aplicada entre les armadures hi crea un camp elèctric orientat verticalment, paral·lel doncs a la direcció de les altres forces.



Les forces en joc són:

$$F_g = -mg = -\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g; \quad F_A = m'g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho' g; \quad F_e = q \frac{V}{d}; \quad F_S = -6\pi\eta r v \frac{1}{1 + \frac{b}{rP}}$$

on: ρ = densitat de l'oli, ρ' = densitat de l'aire, η = viscositat de l'aire,
 g = acceleració de la gravetat, d = separació entre les armadures del condensador,
 P = pressió atmosfèrica, b = constant.

L'últim terme de la força de Stokes és un terme correctiu de la viscositat de l'aire quan el radi de les gotes s'acosta a la distància mitja de separació entre les molècules de l'aire.

2. Mètode operatiu.

Bàsicament hi ha dues maneres de mesurar la càrrega de l'electró.

2.1.

Aplicant una diferència de potencial a les armadures del condensador que equilibri el pes de la gota d'oli, aquesta es mantindrà en suspensió, immòbil. Llavors la força de Stokes s'anul·la ($v = 0$):

$$-\frac{4}{3}\pi r^3(\rho - \rho')g + q \frac{V_0}{d} = 0 \quad \text{i} \quad q = \frac{4}{3}\pi r^3(\rho - \rho')g \frac{d}{V_0}$$

fórmula en la qual coneixem tots els valors excepte el radi de la gota.

Si s'anul·la la diferència de potencial aplicada a les armadures, la gota caurà amb una velocitat v_0 . L'equilibri de forces serà en aquest cas:

$$-\frac{4}{3}\pi r^3(\rho - \rho')g + 6\pi\eta r|v_0|\frac{1}{1 + \frac{b}{rP}} = 0 \quad \text{d'aquí: } r^2 + \frac{b}{P}r - \frac{9}{2}\frac{\eta|v_0|}{(\rho - \rho')g} = 0$$

$$i \quad r = \frac{1}{2}\left(-\frac{b}{P} + \sqrt{\left(\frac{b}{P}\right)^2 + \frac{18\eta|v_0|}{(\rho - \rho')g}}\right)$$

2.2

Aplicant a les armadures una diferència de potencial més alta, l'atracció de la placa superior serà més forta que la gravetat i la gota pujarà amb una velocitat terminal $+v_+$. L'equilibri de forces donarà:

$$\begin{aligned} -\frac{4}{3}\pi r^3(\rho - \rho')g + q\frac{V}{d} - 6\pi\eta r v_+ \frac{1}{1 + \frac{b}{rP}} &= 0 \\ q\frac{V}{d} - \frac{4}{3}\pi r^3(\rho - \rho')g &= 6\pi\eta r v_+ \frac{1}{1 + \frac{b}{rP}} \end{aligned} \quad (1)$$

Invertint el signe de la tensió aplicada al condensador, la gota caurà amb una velocitat terminal $-v_-$, i en aquest cas:

$$\begin{aligned} -\frac{4}{3}\pi r^3(\rho - \rho')g - q\frac{V}{d} + 6\pi\eta r v_- \frac{1}{1 + \frac{b}{rP}} &= 0 \\ q\frac{V}{d} + \frac{4}{3}\pi r^3(\rho - \rho')g &= 6\pi\eta r v_- \frac{1}{1 + \frac{b}{rP}} \end{aligned} \quad (2)$$

La diferència (2) - (1): $2\frac{4}{3}\pi r^3(\rho - \rho')g = 6\pi\eta r(v_- - v_+) \frac{1}{1 + \frac{b}{rP}}$

$$r^2 + \frac{b}{P}r - \frac{9}{4}\eta \frac{v_- - v_+}{(\rho - \rho')g}$$

$$r = \frac{1}{2}\left(-\frac{b}{P} + \sqrt{\left(\frac{b}{P}\right)^2 + 9\eta \frac{v_- - v_+}{(\rho - \rho')g}}\right)$$

La suma (1) + (2): $2q\frac{V}{d} = 6\pi\eta r(v_+ + v_-) \frac{1}{1 + \frac{b}{rP}}$

$$q = 3\pi\eta r(v_+ + v_-) \frac{1}{1 + \frac{b}{rP}}$$

El primer mètode té l'inconvenient de que cal esperar un temps relativament llarg (aprox. 1 minut) per estar segurs de que la tensió aplicada equilibra bé la gota i aquesta queda realment en repòs. El segon mètode és més ràpid.

3. Instrumental utilitzat.

En la pràctica s'utilitzarà un condensador pla amb les plaques separades per un anell aïllant (que evita corrents d'aire) i una font d'alimentació de tensió que permet aplicar una diferència de potencial de polaritat i magnitud variables. Una làmpada il·lumina lateralment l'espai entre les plaques i un microscopi permet observar els punts lluminosos produïts per la dispersió de la llum en les gotes d'oli. Aquestes s'introdueixen lateralment entre les armadures, per medi d'un vaporitzador. Un voltímetre mesura la tensió aplicada i un commutador desconnecta la tensió o bé l'aplica amb la polaritat desitjada.

L'aparell està situat sobre una plataforma aguantada sobre tres peus, dos dels quals són ajustables i permeten anivellar el condensador. Un nivell de bombolla situat sobre la placa superior del condensador controla la seva horitzontalitat.

Un baròmetre i un cronòmetre completen l'equipament

4. Mesura.

Connecteu l'equip i observeu a través del microscopi. Veureu una retícula formada per unes línies horitzontals gruixudes i unes subdivisions més fines. La separació entre dues divisions gruixudes és de 1 mm.

Ajusteu la tensió a uns 300 V aproximadament i situeu el selector de polaritat en posició vertical (la tensió no s'aplica a les armadures).

El microscopi té una profunditat de camp molt limitada i disposa d'un ajust per enfocar l'objectiu sobre les gotes. Situeu aquest ajust aproximadament a la meitat.

Traieu el tap de l'ampolla d'oli. Introduïu-hi el tub de plàstic del vaporitzador. Premeu la pera de goma, tapant amb un dit l'orifici que aquesta té al seu extrem. Varieu l'ajust del microscopi, enfocant algunes de les gotes que apareixeran en el camp de visió. D'aquestes, n'hi haurà que s'electricitzen en vaporitzar-se i n'hi haurà que no. Algunes hauran adquirit una càrrega positiva i d'altres una de negativa. Connecteu tensió a les plaques, en el sentit positiu i busqueu una gota que pugi dins del camp de visió. Podeu augmentar la tensió aplicada i moure lleugerament l'ajust del microscopi fins que en trobeu una que pugi clarament.

Quan hagi passat per sobre d'una de les divisions amples, invertiu la polaritat de la tensió i, entretant baixa, mesureu el temps que triga a recórrer dues divisions amples. Després torneu a invertir la tensió i mesureu el temps necessari perquè travessi dues divisions amples pujant.

Podeu repetir aquestes mesures amb diferents tensions aplicades al condensador, entretant la diferència de potencial sigui suficient per fer pujar la gota.

Repetiu les mesures amb altres gotes que encara estiguin flotant dins del condensador. Ajustant lleugerament l'objectiu del microscopi en descobrireu de noves.

Durant el trajecte de la gota pot ser que aquesta s'acosti, o s'allunyi lleugerament de l'objectiu. Cal estar preparat per retocar l'ajust del microscopi i no perdre-la de vista.

Convé que el que observi la gota accioni el selector de polaritat i el cronòmetre; el seu company anotarà els temps enregistrats i el valor indicat pel voltímetre. No convé que el que observa la gota aparti l'ull de l'ocular, per tal de no perdre-la de vista.

Mesureu tantes gotes com pugeu, però tingueu molta cura en la mesura dels temps.

No oblideu d'anotar el valor de la pressió atmosfèrica, en cm de Hg i convertiu-la a m de Hg.

Una vegada efectuats els càlculs sobre les mesures efectuades (Eq. (1) i (2), feu una taula dels valors de q i calculeu per cada un la quantitat:

$$\frac{r(v_+ + v_-)}{\left(1 + \frac{b}{rP}\right)^{1/2}}$$

Representeu en una gràfica els punts corresponents als valors de q (eix Y) i els d'aquesta quantitat (eix X). Els punts s'agrupen en paquets al voltant de valors discrets, múltiples de la càrrega elemental. Amb un gran nombre de mesures es pot fer una anàlisi estadística, de la qual es dedueix el valor de la càrrega elemental.

Constants:

$$\rho = 960,0 \text{ Kg} / \text{m}^3$$

$$\rho' = 1,29 \text{ Kg} / \text{m}^3$$

$$\eta = 1,83 \text{E} - 05 \text{ Ns} / \text{m}^2$$

$$g = 9,802 \text{ m} / \text{s}^2$$

$$d = 0,005 \text{ m}$$

$$b = 0,617 \text{E} - 3 \text{ (cmHg)cm} = 6,17 \text{E} - 08 \text{ (mHg)m}$$

Apèndix: En el cas de caiguda de la gota, sense camp elèctric aplicat, l'equació del moviment s'escriu:

$$-m \frac{dv}{dt} = -\frac{4}{3} \pi r^3 (\rho - \rho') g + 6\pi \eta r \frac{1}{1 + \frac{b}{rP}} v_0$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{6\pi \eta r}{m} \frac{1}{1 + \frac{b}{rP}} v = \frac{4}{3} \frac{\pi r^3 (\rho - \rho') g}{m}$$

és a dir:

$$\frac{dv}{dt} + A_1 v = A_2$$

Trobeu la solució general d'aquesta equació i comproveu amb els valors utilitzats i l'ordre de magnitud del radi de les gotes que heu mesurat, que el suposar que la velocitat de les gotes és constant és una aproximació perfectament vàlida.