Función cóncava (convexa) en un punto.

Descripción:
Dada una función real de variable real $f:A\subseteq \Re \longrightarrow \Re$ y dada la recta tangente a f en el punto a, $t(x)=f(a)+f'(a)(x-a)$, decimos que **f es cóncava** en $a\in A$, si $\exists \varepsilon >0$ y $\forall x\in \left(a-\varepsilon ,\quad a+\varepsilon \right) \subseteq A$ se verifica $f(x)\le t(x)$

Dada una función real de variable real $f:A\subseteq \Re \longrightarrow \Re$ y dada la recta tangenta a f en el punto a, $t(x)=f(a)+f'(a)(x-a)$, decimos que **f es convexa** en $a\in A$, si $\exists \varepsilon >0$ y $\forall x\in \left(a-\varepsilon ,\quad a+\varepsilon \right) \subseteq A$ se verifica $f(x)\ge t(x)$

Dada una función real de variable real $f:A\subseteq \Re \longrightarrow \Re$ y dada la recta tangente a f en el punto a, $t(x)=f(a)+f'(a)(x-a)$, decimos que **f es cóncava estricta** en $a\in A$, si $\exists \varepsilon >0$ y $\forall x\in \left(a-\varepsilon ,\quad a+\varepsilon \right) \subseteq A$ se verifica $f(x)< t(x)$

Dada una función real de variable real $f:A\subseteq \Re \longrightarrow \Re$ y dada la recta tangenta a f en el punto a, $t(x)=f(a)+f'(a)(x-a)$, decimos que **f es convexa estricta** en $a\in A$, si $\exists \varepsilon >0$ y $\forall x\in \left(a-\varepsilon ,\quad a+\varepsilon \right) \subseteq A$ se verifica $f(x)> t(x)$

Descriptores: Funciones reales de una variable
Descriptores: Funciones
Enlaces interactivos: Función cóncava
Ejemplo:
Probar que la función $y=x^2$ es estrictamente convexa en el punto $a=1$

1.- Calculamos la ecuación de la recta tangente de la función en el punto $a=1$, aplicando la fórmula $t(x)=f(a)+f'(a).(x-a)$

Primero calculamos: $f(1)=1^2=1$. En segundo lugar calculamos la derivada: $f'(x)=2x$ y sustituimos en el punto $a=1$, $f'(1)=2$. Finalmente sustituimos en la fórmula anterior. $t(x)=f(1)+f'(1).(x-1)=1+2(x-1)=2x-1$

2.- Calculamos el valor de la tangente y de la función en un punto próximo a $a=1$, para ello tomamos $x=1+\theta \varepsilon , con \theta \rightarrow 0$

$f(1+\theta \varepsilon)=(1+\theta \varepsilon)^2=1+2\theta \varepsilon+(\theta \varepsilon)^2$

$t(1+\theta \varepsilon)=1+2(1+\theta \varepsilon-1)=1+2\theta \varepsilon$

3.- Calculamos la diferencia entre la función y la tangente en ese punto

$f(1+\theta \varepsilon)-t(1+\theta \varepsilon)=1+2\theta \varepsilon+(\theta \varepsilon)^2-(1+2\theta \varepsilon)=(\theta \varepsilon)^2>0$

Como es estrictamente mayor que cero, **la función es estrictamente convexa** en el punto.

- Funciones
- Funciones reales de una variable

- Funciones
- Funciones reales de una variable

URL del envío:
http://www.ub.edu/glossarimateco/content/funci%C3%B3n-c%C3%B3ncava-convexa-en-un-punto