

Aplicación del método *Fuzzy Delphi* a la predicción bursátil

Jordi Andreu Corbatón¹

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
Departamento Economía Aplicada
Universidad Rovira y Virgili, España.
Av. Universitat, 1
43204 Reus - Tarragona.
Teléfono: +34 977 75 98 48
Mail: joac@fcee.urv.es

Dr. David Ceballos Hornero

Departamento de Matemática Económica, Financiera y Actuarial
Universidad de Barcelona
Av. Diagonal 690
08034 Barcelona
Tfno: +34 93 402 19 51 Fax: +34 93 403 48 92
Mail: ceballos@ub.edu

Resumen:

En este trabajo hemos analizado el problema de la decisión de inversión en Bolsa para un pequeño inversor bajo un planteamiento de la matemática borrosa, a partir de aprovechar las recomendaciones y predicciones de expertos y prensa especializada sobre el IBEX 35. Sobre la base de este escenario nos hemos planteado cómo un inversor sintetizaría las diferentes opiniones para formar una predicción. Para ello, hemos presentado el método *Fuzzy Delphi* como un sistema de filtrado de “recomendaciones” de los expertos. A partir de este método, se puede realizar un *contraexpertizaje* que sintetice las opiniones de los expertos en una estimación no muy amplia del resultado esperado futuro. Por tanto, le será útil al pequeño inversor como expectativa de la rentabilidad futura y como indicador del posible riesgo de variación inesperada.

¹ Trabajo realizado al amparo de una beca del Departament d'Universitats, Recerca i Societat de la Informació.

Introducción

Los problemas más tratados matemáticamente en Economía Financiera son la valoración y la predicción como elementos previos a la decisión. Una decisión financiera racional o adecuada debe reflejar la máxima rentabilidad posible con el mínimo riesgo. Para el análisis y el cálculo o estimación de los elementos que ayuden a esta decisión existen diferentes teorías, métodos y aproximaciones. A continuación presentamos un ejemplo ilustrativo de las metodologías alternativas de predicción financiera como base para la decisión:

1. Uno de los primeros enfoques fue la valoración y predicción financieras según **el enfoque llamado fundamental**. Pretende establecer un valor teórico de los activos económicos a partir de las macromagnitudes y variables reales de la Economía, sector, empresa... Para el cálculo o estimación del valor concreto se trabaja o con datos contemporáneos o descontando a una tasa determinada la previsión de la corriente monetaria futura asociada al activo valorado. En este enfoque son comunes indicadores como el PER (*Price Earning Ratio*) o el ROA (Rentabilidad Operacional del Activo). Aunque existen muchos defensores de este enfoque, también encontramos algunas críticas como las de Malkiel (1980).
2. Otra técnica es la conocida por **análisis chartista o técnico**², defendida por autores como Murphy (1999), aunque, los primeros estudios de esta técnica son mucho anteriores y se remontan a los primeros trabajos de Charles H. Dow, quién trabajaba en el *Wall Street Journal*. Este autor, a través de una serie de editoriales en el periódico a finales del siglo XIX, comenzó a desarrollar una teoría sobre pautas habituales del comportamiento del mercado. Esta aproximación, a través del estudio de los gráficos de las cotizaciones de los activos y de indicadores estadísticos, intenta establecer la evolución de los precios de los activos analizados. Tampoco se salva de críticas especialmente duras este enfoque [Malkiel (1997), y otros]. Últimamente ha reaparecido el interés por la validez del análisis técnico como observamos en los artículos de Lucke (2003), Ready (2002), Osler (2003).
3. Estos enfoques fueron superados en gran medida por **la Teoría Moderna de cartera**. A partir de Markovitz (1952) se definen modelos como el CAPM (*Capital Asset Pricing Model*)

² *Technical Analysis*

[Sharpe (1964), Lintner (1965) y Black (1972)], o los de APT (*Arbitrage Pricing Theory*) de Ross (1976) y mejoras de los mismos.

4. Otras aproximaciones alternativas al problema planteado podrían ser la teoría alternativa que separa los inversores que intervienen en el mercado entre *Noise trade* y *Smart money*, donde los primeros son como inversores irracionales o aleatorios, y el resto inversores que siguen un criterio lógico de decisión de inversión y que terminan ganando más que la media. En esta línea podemos citar los trabajos de Campbell *et alii* (1993).

Estas cuatro metodologías se caracterizan por partir de unos supuestos matemáticos estrictos para garantizar la existencia de solución o equilibrio, y que el mismo sea único y estable, lo cual se convierte en unos supuestos de comportamiento racional del inversor poco vinculados con la realidad.

Por nuestra parte, en este trabajo, nos plantearemos una alternativa para la predicción financiera que nos ayude a la problemática de la decisión de inversión en renta variable y que no esté sesgada por unos supuestos matemáticos y/o estadístico, cual es la aplicación del método *Fuzzy Delphi*. La decisión de invertir en Bolsa se puede realizar siguiendo las recomendaciones que los expertos en la materia hacen a menudo. En la realidad, bancos, cajas, *brokers*, *dealers*, asesores independientes... inundan el mercado con recomendaciones; nos aconsejan qué hacer con un valor o activo determinado según sus fuentes de información y análisis. Pero, ¿estas recomendaciones sirven para algo?, ¿son acertadas? Algunos estudios indican que las opiniones de expertos tienen valor económico. Así, por ejemplo, los estudios de Kim, Lin, y Slovin (1997), o los de Barber *et alii* (2001) parecen indicar que al menos, en el corto plazo, tienen valor las de entidades financieras. En otros estudios recientes también se plantea esta cuestión, por ejemplo Narasimhan (2004), o Woolridge (2004), que encuentran resultados diversos según la clase de empresa que hace las recomendaciones. Nosotros nos plantearemos como tratar esta información financiera desde el punto de vista de la matemática borrosa, con tal de descubrir si esta información puede servir de base para la decisión de inversión en renta variable. En concreto, cómo un pequeño inversor³ puede aprovechar el conocimiento implícito en la información, pública y privada, financiera para conseguir una confiable estimación futura del movimiento bursátil, que le sea útil o con valor económico para su decisión de invertir en renta variable. Desde el punto de vista del análisis borroso hay algunas aplicaciones interesantes ya hechas como las de Terceño *et alii* (2003) o Ortí *et alii* (2002).

El trabajo se estructura siguiendo un análisis secuencial desde el papel de las recomendaciones hacia la decisión de invertir en Bolsa. En el punto 1 planteamos un análisis del concepto y significado de las recomendaciones, así cómo porqué se ha decidido tratar desde el punto de vista de la matemática borrosa. En el punto 2 analizamos la decisión de inversión en renta variable por parte de un pequeño inversor y la necesidad de predicción del valor esperado futuro. En el punto 3 presentamos el método *Fuzzy Delphi* y sintetizando los resultados mediante un *contraexpertizaje* y el método de los *expertones* aplicados en nuestro caso a la predicción en renta variable, representada por el índice bursátil español IBEX 35. En el punto 4, finalmente, estudiamos el método *Fuzzy Delphi* como posible indicador de sentimiento contrario, es decir, como método de filtrado negativo de la información financiera. Terminamos comentando en las conclusiones los resultados obtenidos.

1. Las recomendaciones y el marco conceptual de estudio

Las entidades financieras inundan el mercado con informes, noticias, boletines... en los cuales nos encontramos sin mucha dificultad con recomendaciones. Las recomendaciones son operaciones aconsejadas por la entidad y expertos a sus clientes, y al público en general, que se derivan de la información y los estudios que han llevado a cabo sobre cierto activo financiero⁴. Es habitual encontrarse recomendaciones específicas sobre operativa bursátil, sea directamente de comprar, mantener o vender acciones cotizadas, o indirectamente prediciendo su posible cotización futura. Esta información puede ser aprovechada por un pequeño inversor o un agente no experto en finanzas para discernir sobre su actuación o decisiones financieras sobre la base de su binomio rentabilidad y riesgo.

Las entidades, normalmente, ordenan los consejos en diferentes escalas. Nosotros hemos escogido una como muestra: comprar, (cuando la rentabilidad esperada del activo es mayor o igual que la aceptada como mínima por el riesgo asumido), sobreponderar, mantener, infraponderar, vender. Aunque la escala y criterio de decisión sean estrictos, nos encontramos con dos problemas básicos en la codificación o cuantificación de las recomendaciones financieras. El primero es la vaguedad de los términos utilizados, que no permiten comparar adecuadamente las recomendaciones entre sí, pues, no es posible descubrir qué

³ De limitado acceso a la información, con un bajo conocimiento o formación financiera y con una insuficiente capacidad de influir en los Mercados Financieros.

⁴ Entiéndase por activo financiero cualquier producto, operación, bien o servicio cuyo valor futuro no está condicionado únicamente por su utilidad cuando se disfrute, sino también del valor y utilidad que pueda tener para el resto y de las creencias de su posible precio en el futuro.

rentabilidades utilizan cada una de las entidades financieras para clasificar los activos. El segundo es la contradicción entre recomendaciones, pues una misma acción puede llevar a recomendaciones diferentes.

A pesar de los problemas planteados está claro que esta información que los expertos dan al mercado es valiosa, y que puede ser analizada para abstraer un conocimiento interesante para la toma de decisiones de inversión. La pregunta es cómo. Una posibilidad sería convertir o cuantificar estas recomendaciones, con palabras vagas, en subconjuntos numéricos borrosos [Ramírez (1989), Kaufmann y Gil Aluja (1990)] a través de tablas, por ejemplo endecadarias, y tratar de seguir el estudio a través de ellas. Nosotros hemos optado por otra posibilidad como es aplicar el método *Fuzzy Delphi* para extraer y mejorar las recomendaciones de los expertos. No les preguntamos qué tenemos que hacer (comprar, mantener...), sino que nos digan, según sus estudios, cuál es el precio esperado de un activo determinado para un momento futuro. Podríamos haber pedido una estimación puntual, un precio esperado, pero, debido a que la información que nos dan los expertos de manera natural si no se les fuerza es inexacta, les permitimos que nos den una información inexacta por difusión que puede ser tratado a través de números borrosos [Ramírez (1989)] y concretamente, a través de tripletas de confianza. A los resultados del método *Fuzzy Delphi* les aplicamos un *contraexpertizaje*, y calculamos un *expertón* para mejorar en la medida de lo posible la bondad de las recomendaciones. Finalmente, aplicamos dichas recomendaciones para construir una predicción sobre el índice bursátil IBEX 35, que nos sirva de ayuda para saber si invertir (comprar) o no en Bolsa, ante la expectativa filtrada de que suban o bajen las cotizaciones⁵.

2. La toma de la decisión de inversión

El inversor, en el momento cero, se encuentra con un dilema. Tiene una cantidad de dinero a la que llamaremos riqueza (R_0) que desea invertir con un horizonte planificador de un año. ¿En qué activos decidirá colocar su riqueza? ¿Optará por comprar renta fija o renta variable? Para discernir entre ambas posibilidades apoyándonos en la teoría clásica del binomio rentabilidad – riesgo, sólo invertirá en la opción más arriesgada (renta variable) si la rentabilidad que espera es lo suficientemente superior a la rentabilidad de la renta fija como para compensar el mayor riesgo asumido. Para ello el pequeño inversor necesitará conocer la expectativa de rentabilidad y de riesgo de ambas opciones.

⁵ Es muy raro encontrar activos bursátiles correlacionados negativamente de forma significativa con el índice representativo del mercado, por lo que si se espera que suba el mercado, se esperará que suba en media todas las acciones cotizadas, aunque unas en mayor medida que otras.

La rentabilidad de la renta fija la puede aproximar por el rendimiento de la Deuda Pública con período de amortización el horizonte de inversión, que presenta riesgo nulo. En cuanto a la renta variable, una expectativa media se puede aproximar por lo que se espera que varíe el IBEX 35, que acudiendo a opiniones de expertos y recomendaciones de la prensa especializada, aumentan la confianza en dicha expectativa y la dispersión entre recomendaciones y opiniones puede servirnos como una medida del riesgo. En esta segunda opción utilizamos el método *Fuzzy Delphi* para filtrar las recomendaciones y opiniones de expertos y mediante un *contraexpertizaje* sintetizamos la previsión en un *expertón*, cuya dispersión nos sirva para estimar el grado de riesgo de la renta variable.

Aunque múltiples opiniones son posibles, y podríamos entrar en discusiones acaloradas sobre la forma en que predicen los valores futuros financieros a partir de este estudio, ningún profesional ni experto podrá refutar **el axioma de racionalidad** con el cual justificamos nuestro proceder.

“Si el inversor conociera de antemano las rentabilidades que le ofrecerán al final del horizonte planificador cada uno de los productos, sin duda escogería aquel que le supusiera un beneficio o rentabilidad máxima”.

Por tanto, después de estas aclaraciones, se nos plantea como clave el problema de la predicción bursátil para a partir de una medida de rentabilidad esperada creíble de la renta variable y su riesgo asociado, dilucidar si un pequeño inversor optará por la renta fija o por la variable.

3. El método Fuzzy Delphi aplicado a la predicción bursátil

¿Cómo sabrá el inversor el devenir futuro de la Bolsa, y por tanto del activo referenciado a un índice bursátil en el que puede invertir? Aunque hay miles de fórmulas, estudios y formas de pronosticar, una buena manera, por ejemplo, sería intentar averiguar las perspectivas que tienen los expertos sobre esta evolución. Así, si les preguntáramos qué evolución esperan, y pudiéramos resumir esta información de alguna manera, dándole más consistencia y fiabilidad, tendríamos solucionado parte del problema.

En este entorno, es momento de presentar el *método Fuzzy Delphi* [Gil Aluja (2002)]. Se trata de acudir a unos expertos, de diferentes ámbitos, para que nos proporcionen sus opiniones sobre una serie de preguntas. Los resultados se analizan estadísticamente, de forma que se extrae una información (pueden ser los cuartiles, la mediana, desviaciones...) que se remite de nuevo a los expertos consultados

inicialmente. Así, a la vista de los resultados globales, pueden redefinir su opinión o modificarla ligeramente, de forma que las opiniones agregadas de todos los expertos sirven para presionar a la acotación y la precisión mayor de los resultados. Este proceso, se repite de forma iterativa hasta que los resultados de las modificaciones dejan de ser relevantes. En resumen, el método *Fuzzy Delphi* consiste en una agregación y filtrado iterativo de las opiniones o recomendaciones de expertos sobre una cuestión, que reduce la dispersión y, generalmente, unifica la tendencia de estas opiniones y recomendaciones.

En nuestro caso, remitimos a los expertos la siguiente pregunta: *Sabiendo que, a finales del año 2003, el índice IBEX 35 estará sobre los 7000 puntos, ¿que cota creen que como mínimo, con mayor intensidad, y cómo máximo, tendrá dicho índice a finales del 2004?*

A los expertos se les pidió que respondieran con una tripleta de números, tripleta de confianza, que reflejara precisamente su opinión sobre la evolución del IBEX 35⁶. Establecemos a continuación los resultados obtenidos de esta primera aproximación al problema.

Tabla 1. Perspectivas de evolución del IBEX 35 según la valoración de los expertos

Experto	Mínimo	Máxima presunción	Máximo
1	6500	8200	9000
2	6800	7200	8000
3	6600	7000	7800
4	5000	7400	8000
5	6300	6700	7900
6	5800	8000	8200
7	6800	9000	10000
8	7000	8200	9500
9	5000	6500	8200
10	6800	7900	8500
11	6500	8000	9500
12	6800	8500	10500

⁶ Los expertos seleccionados fueron un total de 20. 5 personas formaban parte del sector de las instituciones financieras, 5 son personas que se dedican profesionalmente a la inversión en bolsa, 5 son profesores de universidad expertos en temas financieros, y 5 inversores particulares con muchos años de experiencia. A cada experto se le trasladó la pregunta individual y personalmente, sin rivalidad con el resto. La relación con estas personas es de amistad personal, y la prueba no tenía ninguna intención diferente de probar el método con datos reales. Por lo que se considera relevante la muestra al no existir ningún incentivo para mentir por parte de cada experto.

13	7500	9000	10200
14	5500	7800	9200
15	7100	8200	8500
16	7300	8000	9800
17	7800	8200	9000
18	8000	9300	10300
19	7200	8500	9400
20	6900	7000	8800
Suma total	133200	158600	180300

Tripleta media	6660	7930	9015
-----------------------	-------------	-------------	-------------

Después de recibir las estimaciones que los 20 expertos consultados nos enviaron amablemente, con los datos recogidos nos disponemos a calcular el valor medio de los diferentes pronósticos, y a elaborar de esta manera la tripleta media. Así, el valor inferior de la tripleta media no es más que la media aritmética de los valores que los expertos han dado como extremo inferior. Y de forma análoga con el valor de máxima presunción medio y con el valor máximo medio.

A partir del cálculo de la tripleta media, decidimos calcular las desviaciones de las estimaciones de los expertos en relación a esta medida. Y lo presentamos en la siguiente tabla. En rojo y en cursiva establecemos aquellos expertos que, por desviaciones en sus diferentes tripletas, suponen desviaciones importantes, o muy importantes⁷. Aquí, tenemos que decir que, la importancia de las desviaciones es bastante subjetiva, y alguien podría discrepar de las que nosotros hemos marcado.

Tabla 2. Desviaciones de los diferentes expertos calculadas a partir de la tripleta media

Experto	Mínimo	Máxima presunción	Máximo
1	160	-270	15
2	-140	730	1015
3	60	930	1215
4	1660	530	1015
5	360	1230	1115

⁷ Consideramos desviaciones importantes, concretamente los expertos que presentan una suma de desviaciones en valor absoluto superior a 1500, o aunque siendo menor que 1500, presentan alguna desviación superior a 1000.

6	860	-70	815
7	-140	-1070	-985
8	-340	-270	-485
9	1660	1430	815
10	-140	30	515
11	160	-70	-485
12	-140	-570	-1485
13	-840	-1070	-1185
14	1160	130	-185
15	-440	-270	515
16	-640	-70	-785
17	-1140	-270	15
18	-1340	-1370	-1285
19	-540	-570	-385
20	-240	930	215

A la vista de los resultados, enviamos la triplete media así como las desviaciones individuales de cada experto a cada una de las personas consultadas, para que modificaran sus opiniones. Y nos remiten los resultados contenidos en la Tabla 3.

Tabla 3. Segundas estimaciones de los expertos

Experto	Mínimo	Máxima presunción	Máximo
1	6500	8200	9000
2	6800	7500	8500
3	6600	7200	8300
4	5800	7400	9200
5	6300	7000	8800
6	6100	8000	8500
7	6800	8800	9900
8	7000	8200	9500
9	5800	6800	8900
10	6800	8000	8600
11	6500	8000	9500
12	6800	8500	10200
13	7200	8800	10200

14	5800	8100	9200
15	7100	8200	8600
16	7300	8000	9600
17	7500	8200	9000
18	7500	9000	10300
19	7200	8500	9400
20	6900	7000	8800
Suma total	134300	159400	184000

Tripleta media	6715	7970	9200
-----------------------	-------------	-------------	-------------

Se observa que la mayoría de los expertos, excepto dos, corrigieron al alza sus previsión máxima del valor del IBEX 35 para final del año 2004, dejando, sin embargo, prácticamente inalteradas, sus previsiones mínimas y centrales. Esta agrupación al alza se debe a la presión del grupo. Hemos de recordar aquí que, en los últimos 4 años, los mercados financieros mundiales han sufrido una crisis severa que les ha llevado a perder hasta un 60% del valor debido al fin de la burbuja tecnológica, a los atentados del 11-S y las posteriores complicaciones derivadas de este hecho por lo que se refiere a inestabilidad y conflictos armados que han desembocado recientemente, por ejemplo, en la subida del precio del petróleo. Así, el sentimiento de mercado de fondo es bajista, y los expertos, en sus previsiones, tienden a estar afectados por este sentimiento general. Las previsiones que presentamos en nuestro estudio son de carácter alcista, con lo que, los expertos, al verse reafirmados por las opiniones de sus colegas, tienden a enfrentarse con un poco más de valentía al sentimiento negativo de mercado, y se muestran más capaces de pronosticar subidas que contrastan claramente con el sentimiento bajista de fondo.

Tal y como demostraron los creadores del método *Delphi*, Olaf Helmer y Theodore J. Gordon, ya hace unos cuantos años, *la presión del grupo* ayuda a definir con mayor precisión los pronósticos⁸, y a convertir en “objetivo”, lo “subjetivo” [Helmer (1983), y para una buena explicación del método *Delphi*, Landeta (1999)]. De forma que, como podemos observar en la Tabla 3 los datos tienden a concentrarse más. Calculamos la nueva tripleta media, después de esta primera modificación de datos, y a partir de ella, recalculamos las desviaciones que podemos ver que han mejorado bastante respecto a las iniciales. Ahora, sólo 8 expertos superan las desviaciones marcadas como importantes, de los cuales 4 los superan

⁸ Los resultados agregados, acumulados o promedios estadísticamente reducen el grado de dispersión de la distribución.

por un margen bastante estrecho de menos de 300 puntos. Por otro lado, contrariamente a lo que cabría esperarse estadísticamente, se amplía el recorrido entre las previsiones medias de valor mínimo y máximo.

Tabla 4. Desviaciones respecto a la nueva tripleta media

Experto	Mínimo	Máxima presunción	Máximo
1	215	-230	200
2	-85	470	700
3	115	770	900
4	915	570	0
5	415	970	400
6	615	-30	700
7	-85	-830	-700
8	-285	-230	-300
9	915	1170	300
10	-85	-30	600
11	215	-30	-300
12	-85	-530	-1000
13	-485	-830	-1000
14	915	-130	0
15	-385	-230	600
16	-585	-30	-400
17	-785	-230	200
18	-785	-1030	-1100
19	-485	-530	-200
20	-185	970	400

Se optó por detener aquí el proceso iterativo, pues, como ya hemos comentado anteriormente, la realización de la consulta a expertos sólo tenía por finalidad poder disponer de datos reales, que permitieran plantear un experimento aplicado del método⁹. A partir del método empleado hasta el momento, hemos llegado a estimar que, según la opinión de los expertos, el IBEX 35, dentro de un año lo podemos definir por la tripleta de confianza:

⁹ Somos conscientes que, teóricamente, normalmente se habla de 4 iteraciones mínimas para que el proceso de convergencia comience a dar sus frutos, sobretodo, con la reducción del rango del intervalo que contrariamente a lo esperado no se ha dado en nuestro caso en la primera iteración.

$$\mathbf{IBEX}_{2004} = (6715, 7970, 9200)$$

O por la “aproximación” de esta tripleta a un número de una sola cifra que se decide calcular así:

$$(6715 + 2 \cdot 7970 + 9200)/4 = 7963,75$$

Llegados a este punto, nos planteamos la necesidad de ir un paso más adelante en el método aplicado, acudiendo a lo que se conoce como *contraexpertizaje*. Es decir, se acude a un grupo de expertos, que pueden ser los mismos consultados anteriormente u otros distintos, a los que se les pide que se posicionen sobre la base de la escala que definiremos a continuación. Que nos digan, por tanto, en que grado de acuerdo o desacuerdo se encuentran con una serie de afirmaciones (Kauffmann, Gil Aluja, 1990).

Ya que del análisis de las diferentes consultas se extrae que el IBEX en el 2004 se definirá por $\mathbf{IBEX}_{2004} = (6715, 7970, 9200)$, se plantea a los expertos que se posicionen según el intervalo [6715, 9200] y teniendo en cuenta la escala endecadaria siguiente:

Tabla 5. Escala endecadaria

Escala	Significado
0	El valor 6715 es correcto
0,1	Prácticamente 6715
0,2	casi 6715
0,3	cercano a 6715
0,4	más cerca de 6715 que de 9200
0,5	tan cerca de 6715 como de 9200
0,6	más cerca de 9200 que de 6715
0,7	cercano a 9200
0,8	casi 9200
0,9	Prácticamente 9200
1	el valor 9200 es correcto

Conseguimos así que diez expertos escogidos entre los 20 anteriores accedieran a nuestras peticiones, llegando a definir la tabla¹⁰:

¹⁰ Los diez expertos seleccionados fueron los que menores dispersiones absolutas presentaban respecto a la tripleta media calculada a partir de los datos de los 20 expertos.

Tabla 6. Valoración del resultado por expertos

Experto	Valoración
1	(0,6; 0,7)
2	(0,7; 0,8)
3	(0,9; 0,9)
4	(0,4; 0,5)
5	(0,8; 0,9)
6	(0,6; 0,7)
7	(0,9; 1)
8	(0,5; 0,5)
9	(0,7; 0,8)
10	(0,8; 0,8)

A partir de toda la información recogida nos decidimos a seguir adelante con el estudio a través del cálculo de un *expertón*. Con este número, de los más generales que existen, que mantiene dentro de sí toda la información de la que disponemos, podremos calcular la rentabilidad esperada del IBEX 35, y por tanto, la riqueza o beneficio que supondría la inversión en este tipo de activo.

El cálculo de los *expertones* se descompone en tres fases [Gil Aluja??]:

- La primera consiste en contar el número de veces que los expertos han dicho cada uno de los valores de la escala endecadaria antes presentada como extremo inferior y como extremo superior de su valoración. Si hacemos el cálculo, que no supone ninguna dificultad, nos encontramos con los resultados:

1) Recuento de extremos inferiores y superiores

0			
0,1			
0,2			
0,3			
0,4	1		
0,5	1		2
0,6	2		

0,7	2		2
0,8	2		3
0,9	2		2
1			1
	10		10

- A partir de estos datos, el siguiente paso consiste en calcular las frecuencias relativas, que no es más que dividir las frecuencias absolutas por el número de observaciones.

2) Cálculo de frecuencias relativas

0	0		0
0,1	0		0
0,2	0		0
0,3	0		0
0,4	0,1		0
0,5	0,1		0,2
0,6	0,2		0
0,7	0,2		0,2
0,8	0,2		0,3
0,9	0,2		0,2
1	0		0,1

- Finalmente, se acumulan las frecuencias de forma complementaria, es decir desde abajo hacia arriba. En la parte inferior de la tabla, se calcula la esperanza de las frecuencias según el método normalmente aceptado (\sum frecuencias acumuladas menos la del cero)/10.

3) Frecuencias Acumuladas Complementarias

0	1		1
0,1	1		1
0,2	1		1
0,3	1		1
0,4	1		1

0,5	0,9		1
0,6	0,8		0,8
0,7	0,6		0,8
0,8	0,4		0,6
0,9	0,2		0,3
1	0		0,1
Esperanza matemática	0,69		0,76

Utilizando la información contenida en el *expertón*, podemos determinar con más posibilidades, en que parte del intervalo (6715, 9200) se situaría el IBEX. Para eso, optamos por realizar el siguiente cálculo

$$\text{IBEX previsto en 2004} = \text{cota inferior} + (\text{cota superior} - \text{cota inferior}) \cdot \text{expertón}$$

$$6715 \cdot (9200 - 6715) \cdot \text{expertón}$$

Y se obtiene:

	0	1		1
	0,1	1		1
	0,2	1		1
	0,3	1		1
	0,4	1		1
	0,5	0,9		1
6715 + 2485*	0,6	0,8		0,8
	0,7	0,6		0,8
	0,8	0,4		0,6
	0,9	0,2		0,3
	1	0		0,1
	Esperanza matemática	0,69		0,76

=

	0	9200		9200
	0,1	9200		9200
	0,2	9200		9200
	0,3	9200		9200
	0,4	9200		9200
	0,5	8951,5		9200
	0,6	8703		8703
	0,7	8206		8703
	0,8	7709		8206
	0,9	7212		7460,5
	1	6715		6963,5
	Esperanza matemática	8429,65		8603,6

Vemos como si establecemos la esperanza matemática del resultado, el IBEX esperado según los expertos para el 2004, estará entre 8429,65 y 8603,60. Se observa un aumento en el valor previsto del IBEX porque sólo uno de los diez expertos consultados hacia una previsión por debajo del valor central.

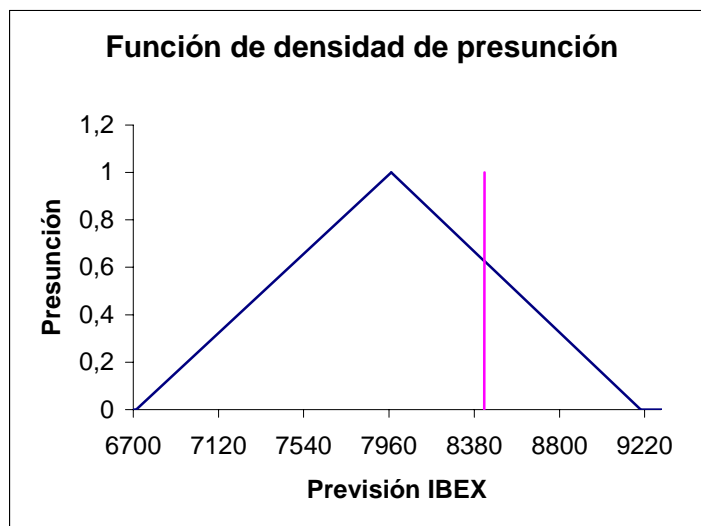
Ya que partíamos de un nivel de IBEX sobre los 7000 puntos, si este resultado efectivamente se produjera, ¿qué rentabilidad se espera? A través de las esperanzas definidas por el *expertón*, las rentabilidades que les corresponden son:

Rentabilidad esperada	20,42%	22,91%
------------------------------	---------------	---------------

Está claro que los expertos pronostican un buen año para la renta variable, con rentabilidades esperadas muy superiores a las que podríamos obtener con la renta fija. A la vista de estos resultados el inversor se decidirá por invertir su patrimonio (R_0) en renta variable. No obstante, esta previsión de alta rentabilidad de la renta variable lleva asociado un riesgo, deducido de la dispersión e incertidumbre de las recomendaciones de los expertos. La elección entre renta variable y renta fija debe tener en cuenta si la mayor rentabilidad ofrecida o esperada del mercado bursátil compensa el riesgo asumido.

Una forma sencilla e intuitiva de cuantificar el riesgo de seguir las previsiones de los expertos es considerar el número borroso triangular de la estimación revisada del IBEX como una función de densidad de la presunción de la previsión y calcular el porcentaje de presunción que confía en una rentabilidad igual o superior a la finalmente estimada. Como el objetivo de análisis es la decisión de entrar en Bolsa de un pequeño inversor, rentabilidades por exceso son bien recibidas.

En concreto, la previsión estaba formada por la tripleta (6715, 7970, 9200), que si consideramos como función de densidad de presunción con nivel 0 en los extremos y 1 en el valor central, la previsión menor de 8430 puntos supone:



El porcentaje que representa la rentabilidad prevista superior al $20,42\% = \frac{8429,65 - 7000}{7000}$ sobre el

intervalo de previsión es de $19,40\% = \frac{(9200 - 8429,65) \cdot 0,6260}{(9200 - 6715) \cdot 1} \cdot \frac{1}{2}$. Por lo que el grado de presunción

de que la rentabilidad será menor a la prevista es del 80,60%. Es decir, partiendo de una buena y representativa muestra de expertos financieros, 4 de cada 5 no compartirían una previsión tan alta. Pero, a pesar del relativo alto riesgo, la rentabilidad esperada es muy superior a la de renta fija, que se podría considerar libre de riesgo, ya que actualmente a un año ronda el 3% anual.

En resumen, la información ofrecida por los expertos financieros puede ser útil a un pequeño inversor y ayudarle en la estimación de una previsión “acertada” de la evolución de la renta variable. El filtrado de la información mediante método *Fuzzy Delphi* y *contraexpertizaje* ayuda a perfilar o acotar con mayor precisión la estimación, aunque con ello se tiende a aumentar el riesgo de las estimaciones favorables, al sesgar la previsión hacia la información más abundante.

4. El método Fuzzy Delphi como indicador de sentimiento contrario

¿Qué validez o veracidad se le pueden dar a las opiniones de los expertos? ¿Cómo no fiarnos de los expertos cuándo ni uno mismo conoce el futuro ni domina la información especializada! Son ellos los que tienen mayor conocimiento y formación, trabajan en este campo, tienen experiencia... Pero este hecho, en el campo de los mercados financieros y de la inversión, es cuestionable. Quienes hacen recomendaciones o no se han hecho ricos por sus conocimientos y formación, o pueden tener intereses ocultos. No existe evidencia de que algún experto financiero sistemáticamente gane en ganancias al mercado, como forma intuitiva y barata de contrastar la fiabilidad del conocimiento y habilidades de un experto financiero.

El sentimiento de un inversor respecto a la Bolsa puede ser de tres formas: *alcista, bajista o neutral*. Si cree firmemente que la Bolsa subirá, lo catalogaremos como alcista, si en cambio piensa que bajará, tendrá previsiones bajistas. Por el contrario, si cree que no habrá movimiento significativo en ninguno de los dos sentidos, lo catalogaremos como neutral. Este sentimiento al que nos referimos, es algo intrínseco a cada persona, completamente *subjetivo*, y se forma a partir de los conocimientos, la experiencia y el devenir mismo del mercado. Si el mercado va subiendo de forma paulatina, el sentimiento positivo, de forma casi inconsciente, se va apoderando de los inversores, que empiezan a ver como la Bolsa evoluciona favorablemente. De esta manera, a medida que la Bolsa sube, son más y más los inversores que se convencen de que la Bolsa va a seguir subiendo, y se convierten en alcistas. En cambio, si la Bolsa baja de forma continuada pasa lo contrario. En resumen, podemos decir que, a medida que suben los precios, más y más inversores se convierten al credo alcista. Mientras que, como más y más baja la bolsa, más inversores se decantan por ser bajistas. ¿Cómo afecta todo esto al movimiento bursátil? Si los inversores son alcistas, lo que hacen es comprar para ganar dinero. Así, a medida que los inversores se

van “convirtiendo” a alcistas, la Bolsa sube gracias (entre otras cosas) a que ellos se deciden a comprar y aumentan así la demanda de títulos. Pero, cuando una gran parte de la población bursátil ya ha comprado, y por tanto gran parte de la población bursátil es alcista, la presión compradora va descendiendo. Todos los inversores alcistas ya han realizado sus compras, ¿quién queda más por comprar? La respuesta es: ¡nadie! Con lo que la presión bajista empezará a aparecer, y la gente se peleará por vender, haciendo caer las cotizaciones. De esta manera la teoría del *bullish consensus* pronostica que, cuando la mayoría de personas son alcistas la presión compradora se está agotando, y lo más probable es que los precios bajen. De forma contraria, cuando la mayoría de personas son bajistas, ya han realizado sus ventas, con lo que la presión bajista desciende y lo más probable es que la bolsa empiece a subir. Planteadas estas ideas seguimos adelante diciendo que existen algunos indicadores (llamados de sentimiento contrario) que intentan medir el número de inversores alcistas, bajistas y neutrales para intentar calcular las presiones alcistas y bajistas.

En nuestro caso, nosotros estamos recurriendo a la opinión de los expertos sobre la evolución de un índice. Así, si estas opiniones suponen en una mayoría significativa perspectivas alcistas, nos podríamos plantear, des del punto de vista del *bullish consensus*, si efectivamente estas previsiones se van a cumplir o no. Es decir, aunque según el estudio que hemos hecho el inversor decidiría invertir en renta variable, a la vista del *bullish consensus*, (que nos dice que la mayoría tiende a equivocarse), podríamos pensar que los expertos se equivocan y que, seguramente, la Bolsa bajará y no se obtendrán las rentabilidades esperadas. Se abre aquí un interesante campo de estudio. ¿A partir del método *Fuzzy Delphi* podríamos calcular el número de alcistas, bajistas, neutrales convirtiéndolo así en un indicador de sentimiento contrario? ¿Podríamos intentar hacer los cálculos introduciendo la idea de que suele pasar lo contrario de lo que la mayoría cree? Estas preguntas son, en todo caso, tema de investigación para otros estudios.

Conclusiones

En este trabajo hemos analizado el problema de la decisión de inversión en Bolsa para un pequeño inversor bajo un planteamiento de la matemática borrosa, a partir de aprovechar las recomendaciones y predicciones de expertos y prensa especializada sobre el IBEX 35. Sobre la base de este escenario nos hemos planteado cómo un inversor sintetizaría las diferentes opiniones para formar una predicción. Para ello, hemos presentado el método *Fuzzy Delphi* como un sistema de filtrado de “recomendaciones” de los expertos. A partir de este método, se puede realizar un *contraexpertizaje* que sintetice las opiniones de los expertos en una estimación no muy amplia del resultado esperado futuro. Por tanto, le será útil al pequeño

inversor como expectativa de la rentabilidad futura y como indicador del posible riesgo de variación inesperada.

Los resultados obtenidos muestran una alta concordancia con la evolución del IBEX 35 durante lo que llevamos del año 2004, lo que como mínimo es un indicio de la utilidad del método aplicado como sintetizador y filtrado de las recomendaciones financieras. Aunque el experimento se ha planteado como una encuesta iterativa a expertos, creemos que puede su validez sería análoga en el caso de considerar la información financiera sucesiva como la modificación paulatina de las recomendaciones de los expertos una vez que son públicas y conocidas las del resto. De esta forma, la aplicabilidad del método *Fuzzy Delphi* por un pequeño inversor sería menos costosa y accesible.

Por otra parte, hemos incluido un comentario sobre la validez de las opiniones de los expertos en Bolsa, al que se denomina como análisis por *bullish consensus*. El mismo cuestiona el carácter positivo de las recomendaciones financieras y plantea analizarlas negativamente, como síntomas de cambio.

Ya hemos dicho, durante este trabajo, que nosotros consideramos que el inversor, si supiera con certeza (dentro del intervalo de incertidumbre) que rentabilidades le ofrece cada uno de los productos que tiene para invertir, escogería aquel que le supusiera mayor rentabilidad, e invertiría todo su dinero en ese producto. Son perfectamente discutibles otras estrategias como pueden ser carteras mixtas, diversificación... y otras miles que se puedan plantear. Pero la discusión que se pudiera derivar de esta selección no incumbe a este trabajo, que tiene como objetivo fundamental la presentación de un método basado en la utilidad de la borrosidad para la representación y síntesis de la información financiera.

Bibliografía

Barber, B. R.; L. M. McNichols; B. Trueman. "Can investors profit from the Prophets? Consensus Analyst Recommendations and Stock Returns". *Journal of Finance*, (2001), 56, p. 531-563.

Black, F. "Capital Market Equilibrium with restricted borrowing". *Journal of Business*, (1972), 45, p. 444-454.

Campbell, J. Y.; A. S. Kyle. "Smart Money, Noise Trading and Stock Price Behaviour". *Review of Economic Studies*, (1993), v. 60, iss. 1, p. 1-34.

Dalkeym, N.; B. Brown; S. Cochran. *La prévision à long terme par la méthode Delphi*. Ed. Dunod. Paris 1972.

- Evans, J. L.** “The Random Walk Hypothesis, Portfolio Analysis and the Buy-and-Hold criterion”. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, (1968).
- Fama, E. F.** “Efficient capital markets: a review of theory and Empirical work”. *Journal of finance*, (1970), 25, p.383-417.
- Fama, E. F.** “Efficient capital markets II”. *Journal of finance*, (1991), 46, p.1575-1617.
- Gil Aluja, J.** *Invertir en la incertidumbre*. Ed. Pirámide. Madrid, 1997.
- Gil Aluja, J.** *Introducción de la teoría de la incertidumbre en la gestión de empresas*. Ed. Milladoiro, Vigo, 2002.
- Helmer, O.** *Looking forward: a guide to futures research*. Sage Publications, 1983.
- Kaufmann, A.; J. Gil Aluja.** *Introducción de la teoría de los subconjuntos borrosos a la gestión de empresas*. Ed. Milladoiro, Santiago de Compostela 1986.
- Kaufmann, A.; J. Gil Aluja.** *Las matemáticas del azar y de la incertidumbre: elementos básicos para su aplicación en economía*. Centro de Estudios Ramón Aceres, 1990.
- Kaufmann, A.; J. Gil Aluja; A. Terceño.** *Matemáticas para la economía y la gestión de empresa*. Foro Científico, Barcelona, 1994.
- Kim, S. T.; J-C. Lin; M. B. Slovin.** “Marked Structure, Informed Trading, and Analysts’ Recommendations”. *Journal of Finance and Quantitative Analysis*, (1997), 32, p. 507-524.
- Landeta, J.** *El método Delphi. Una técnica de previsión para la incertidumbre*. Ariel Barcelona, 1999.
- Lintner, J.** “The Valuation of Risky Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets”. *Review of Economic and Statistics*, (1965), 47, p. 13-37.
- Lucke, B.** “Are technical trading rules profitable? Evidence for Head and Shoulder”. *Applied Economics*, January (2003), v.35, iss. 1, p. 33-40.
- Malkiel, B. G.** *Un paseo aleatorio por Wall Street*. Alianza Editorial, 1997.
- Malkiel, B. G; J. Cragg.** “Expectations and the valuation of Shares”. *National bureau of Economic Research*, Working paper, (1980), n.471.
- Markowitz, H. M.** “Portfolio selection”. *Journal of Finance*, (1952), 25(1), p. 71-79.
- Merton, R.** “An Intemporal Capital Asset Pricing Model”. *Econometrica*, (1973), 41, p. 767-887.
- Murphy, J. J.** *Análisis técnico de los mercados financieros*. New York Institute of Finance, 1999.
- Narasimhan, J.** “Analyzing the Analysts: When do Recommendations add value?” *Journal of Finance*, Jun (2004), v. 59, iss. 3, p.1083.
- Ortí, F. J.; J. Sáez; A. Terceño.** “On the treatment of uncertainty in portfolio selection”, *Fuzzy Economic Review*. Nov (2002), n°.2, vol. VII,
- Osler, C.** “Currency Orders and Exchange Rate Dynamics. An explanation for the predictive succes of Technical Analysis”. *Journal of Finance*. Oct (2003), v. 58, iss. 5, p. 1791-1819.

- Ramírez Sarrión, D.** “La teoría matemática de los subconjuntos borrosos y su aplicación a la valoración y selección de proyectos de inversión”. *Cuadernos de Economía Aplicada*, (1989), 8.
- Ready, M.** “Profits from Technical Trading Rules”. *Financial Management*. Autumn (2002), v. 31, p. 43-61.
- Ross, S.** “The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing”. *Journal of Economic Theory*, (1976), 13, p. 341-360.
- Sharpe, W. G.** “Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk”. *Journal of Finance*, (1964), 19, p. 425-442.
- Terceño, A.; J. De Andrés; G. Barberà; T. Lorenzana.** “Using Fuzzy Set Theory to Analyse Investments and Select Portfolios of Tangible Investments in Uncertain Environments”. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, (2003), vol. 11, nº. 3, p. 263-281.
- Woolridge, J. R.** “Performance of Stocks Recommended by Brokerages”. *Journal of Investing*, Spring (2004), v. 13, iss. 1, p. 23-34.