

# “Análisis caótico-estocástico: una aplicación al estudio de los fenómenos financieros”

M<sup>a</sup> Dolors Gil Doménech

## ÍNDICE

---

1. **¿Por qué estudiar el caos en economía?**
2. Características de los sistemas caóticos
  - 2.1. Ejemplo de sistema caótico
3. Trabajo investigación
  - 3.1. Antecedentes
  - 3.2. Objetivos de la investigación
  - 3.3. Metodología seguida
  - 3.4. Instrumentos para la detección de caos
  - 3.5. Resultados obtenidos
  - 3.6. Futuras líneas de investigación
4. Referencias bibliográficas

## 1. ¿Por qué estudiar el caos en economía?

---

- Importantes resultados en otras ciencias de difícil predicción (meteorología, medicina, ecología, ...)
- Posible explicación de la insuficiencia para realizar predicciones a corto y largo plazo en economía
- En caso de hallar caos se podría:
  - 1) Hallar el atractor de la serie (estable respecto al exterior, inestable en su interior)
  - 2) Realizar predicciones a muy corto plazo



## ÍNDICE

---

1. ¿Por qué estudiar el caos en economía?
- 2. Características de los sistemas caóticos**
  - 2.1. Ejemplo de sistema caótico
3. Trabajo investigación
  - 3.1. Antecedentes
  - 3.2. Objetivos de la investigación
  - 3.3. Metodología seguida
  - 3.4. Instrumentos para la detección de caos
  - 3.5. Resultados obtenidos
  - 3.6. Futuras líneas de investigación
4. Referencias bibliográficas



## 2. Características de los sistemas caóticos

---

Un sistema caótico es un sistema dinámico que cumple:

1. Es sensible respecto a las condiciones iniciales.
2. Es topológicamente transitivo.
3. Sus órbitas periódicas son densas.

El caos es por definición un fenómeno determinista no-lineal. El hecho de que un sistema sea caótico implica que, aunque éste parezca tener un comportamiento errático y aleatorio, en realidad es determinista.



## ÍNDICE

---

1. ¿Por qué estudiar el caos en economía?
2. Características de los sistemas caóticos
  - 2.1. Ejemplo de sistema caótico**
3. Trabajo investigación
  - 3.1. Antecedentes
  - 3.2. Objetivos de la investigación
  - 3.3. Metodología seguida
  - 3.4. Instrumentos para la detección de caos
  - 3.5. Resultados obtenidos
  - 3.6. Futuras líneas de investigación
4. Referencias bibliográficas



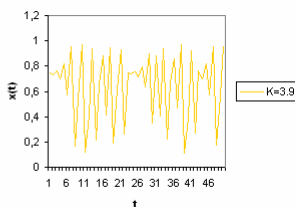
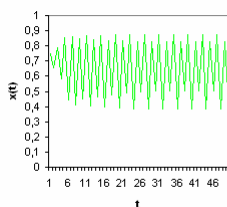
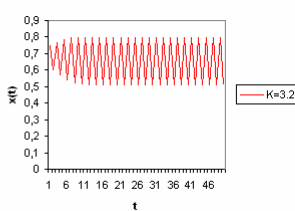
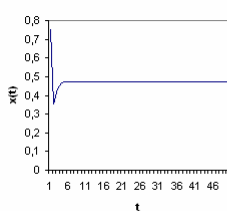
## 2.1. Ejemplo de sistema caótico

Ecuación logística (Verhulst):

$$x_{t+1} = K \cdot x_t \cdot (1 - x_t)$$

Partiendo de un punto inicial  $x_0=0.75$  para  $K=1.9$ ,  $K=3.2$ ,  $K=3.5$ ,  $K=3.9$ , realizamos 50 iteraciones y obtenemos:

	K = 1.9	K = 3.2	K = 3.5	K = 3.9
0	0.75	0.75	0.75	0.75
1	0.36625	0.6	0.69625	0.79125
2	0.43573828	0.768	0.78655078	0.76844141
3	0.46715582	0.5701632	0.58158121	0.69813501
4	0.47295014	0.7842468	0.85171719	0.82189582
5	0.47359078	0.5414202	0.44283256	0.57098402
6	0.47367676	0.78450154	0.86323921	0.95539875
7	0.47368347	0.5224603	0.41320046	0.16618672
8	0.47368414	0.79838571	0.84863044	0.54041791
9	0.4736842	0.5152011	0.44658986	0.96826293
10	0.47368421	0.78927123	0.86610904	0.11850901
11	0.47368421	0.51339754	0.4058746	0.40741204
12	0.47368421	0.79942582	0.84299143	0.84158713
13	0.47368421	0.51304598	0.47580269	0.94759057
14	0.47368421	0.79945097	0.869834	0.65727042
15	0.47368421	0.51305389	0.39679747	0.87853746
16	0.47368421	0.79945472	0.83772233	0.41816883
17	0.47368421	0.51304598	0.47580269	0.94759057
18	0.47368421	0.79945537	0.87295072	0.19368411
19	0.47368421	0.51304474	0.38817717	0.60906525
20	0.47368421	0.79945547	0.83123479	0.92860881
21	0.47368421	0.51304455	0.40099229	0.25844919
22	0.47368421	0.79945549	0.87471601	0.74763587
23	0.47368421	0.51304452	0.38355768	0.7383828
24	0.47368421	0.79945549	0.82754415	0.75808323
25	0.47368421	0.51304451	0.4055019	0.71523288
26	0.47368421	0.79945549	0.87499913	0.79433174
27	0.47368421	0.51304451	0.38281478	0.63713842
28	0.47368421	0.79945549	0.82693668	0.80165291
29	0.47368421	0.51304451	0.50093821	0.94583227
30	0.47368421	0.79945549	0.87499721	0.88230602
31	0.47368421	0.51304451	0.38281883	0.40488423
32	0.47368421	0.79945549	0.82694083	0.83979081
33	0.47368421	0.51304451	0.5009383	0.22267776
34	0.47368421	0.79945549	0.87499727	0.67071844
35	0.47368421	0.51304451	0.38281868	0.86133533
36	0.47368421	0.79945549	0.8269407	0.46580343
37	0.47368421	0.51304451	0.50093822	0.97043932
38	0.47368421	0.79945549	0.87499726	0.1118787
39	0.47368421	0.51304451	0.38281868	0.38751124
40	0.47368421	0.79945549	0.82694071	0.92565049
41	0.47368421	0.51304451	0.50093821	0.26404449
42	0.47368421	0.79945549	0.87499726	0.76581773
43	0.47368421	0.51304451	0.38281868	0.69942965
44	0.47368421	0.79945549	0.82694071	0.81988847
45	0.47368421	0.51304451	0.50093821	0.97591933
46	0.47368421	0.79945549	0.87499726	0.65252199
47	0.47368421	0.51304451	0.38281868	0.17837301
48	0.47368421	0.79945549	0.82694071	0.56653574
49	0.47368421	0.51304451	0.50093821	0.95773468
50	0.47368421	0.79945549	0.87499726	0.15786794



$K=1.9 \rightarrow$  la órbita es atraída por un punto fijo de valor 0.47368421.

$K=3.2 \rightarrow$  la órbita presenta un atractor cíclico de periodo 2.

$K=3.5 \rightarrow$  atractor es también cíclico, de periodo 4 esta vez.

$K=3.9 \rightarrow$  la órbita no parece estabilizarse, parece no tener ningún atractor, como si los valores fuesen aleatorios.



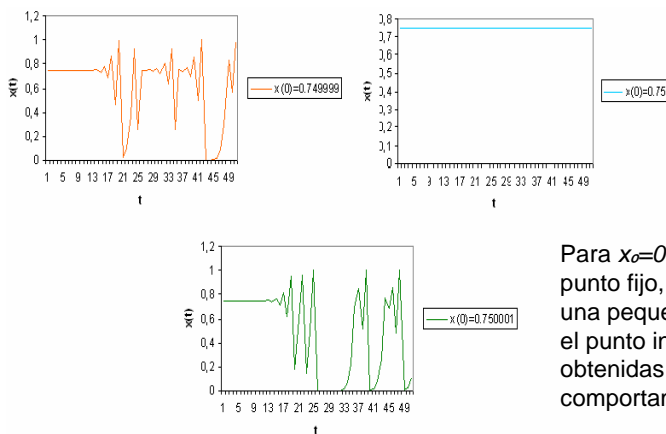
## 2.1. Ejemplo de sistema caótico

Si ahora fijamos un valor  $K=4$  y tomamos distintos puntos iniciales  $x_0=7.49999$ ,  $x_0=7.5$  y  $x_0=7.50001$ , obtenemos los resultados:

	4	4	4
0	0.749999	0.75	0.750001
1	0.750002	0.75	0.749998
2	0.749996	0.75	0.750004
3	0.750008	0.75	0.749992
4	0.749994	0.75	0.750006
5	0.750032	0.75	0.749968
6	0.749936	0.75	0.750064
7	0.75012799	0.75	0.74987199
8	0.74974396	0.75	0.75025604
9	0.75051182	0.75	0.74948818
10	0.7489753	0.75	0.7510233
11	0.75204519	0.75	0.74794921
12	0.74898288	0.75	0.7508476
13	0.75014677	0.75	0.74176375
14	0.73344098	0.75	0.76520117
15	0.78202123	0.75	0.71654776
16	0.68185611	0.75	0.81242828
17	0.86771342	0.75	0.00955429
18	0.45914736	0.75	0.95199143
19	0.9932425	0.75	0.18281499
20	0.02652475	0.75	0.9757467
21	0.10328473	0.75	0.96191673
22	0.37046799	0.75	0.14653173
23	0.93288983	0.75	0.50024072
24	0.25043943	0.75	0.9999977
25	0.75087809	0.75	9.2711E-07
26	0.74824073	0.75	3.7085E-06
27	0.7530016	0.75	1.4634E-05
28	0.74293852	0.75	5.9334E-05
29	0.76392351	0.75	0.00023732
30	0.72137753	0.75	0.00094906
31	0.80396796	0.75	0.00379265
32	0.63041391	0.75	0.01511308
33	0.93196885	0.75	0.05963809
34	0.25361165	0.75	0.22397535
35	0.75717112	0.75	0.69524158
36	0.73545206	0.75	0.84752291
37	0.77242031	0.75	0.51891131
38	0.69030928	0.75	0.96885603
39	0.85512962	0.75	0.00457065
40	0.49553211	0.75	0.01819902
41	0.9992015	0.75	0.07447127
42	0.00031937	0.75	0.26545252
43	0.00127706	0.75	0.77994992
44	0.00510173	0.75	0.88651218
45	0.02030281	0.75	0.96985283
46	0.07956242	0.75	0.47914034
47	0.25220865	0.75	0.9562596
48	0.82848632	0.75	0.00694949
49	0.56838694	0.75	0.02760477
50	0.9812929	0.75	0.107371



## 2.1. Ejemplo de sistema caótico



Para  $x_0=0.75$  el atractor es de punto fijo, mientras que ante una pequeña modificación en el punto inicial las trayectorias obtenidas muestran comportamientos inestables



# ÍNDICE


---

1. ¿Por qué estudiar el caos en economía?
2. Características de los sistemas caóticos
  - 2.1. Ejemplo de sistema caótico
- 3. Trabajo investigación**
  - 3.1. Antecedentes
  - 3.2. Objetivos de la investigación
  - 3.3. Metodología seguida
  - 3.4. Instrumentos para la detección de caos
  - 3.5. Resultados obtenidos
  - 3.6. Futuras líneas de investigación
4. Referencias bibliográficas



## 3. Trabajo de investigación

---

- Análisis financiero → perspectiva no-lineal
- Un nuevo paradigma: Teoría del Caos
  - Definición (*London Royal Society*): Comportamiento estocástico ocurrido en un sistema determinista.
  - Sensibilidad a cambios iniciales: *butterfly effect* 



# ÍNDICE

---

1. ¿Por qué estudiar el caos en economía?
2. Características de los sistemas caóticos
  - 2.1. Ejemplo de sistema caótico
3. Trabajo investigación
  - 3.1. Antecedentes**
  - 3.2. Objetivos de la investigación
  - 3.3. Metodología seguida
  - 3.4. Instrumentos para la detección de caos
  - 3.5. Resultados obtenidos
  - 3.6. Futuras líneas de investigación
4. Referencias bibliográficas



## 3.1. Antecedentes

---

- Anaxágoras (s.V a.C.): materia formada por *semillas*
- Henri Poincaré (1908): problema de los 3 cuerpos
- Edward Lorenz (1963): efecto mariposa
- James Yorke y Tien-Yien Li (1975): nombre “caos”
- Caos de laboratorio
- Caos en la realidad: ecología, medicina...  
¿economía?
- Kyrstou y Terraza (2002): caos + aleatoriedad



# ÍNDICE

---

1. ¿Por qué estudiar el caos en economía?
2. Características de los sistemas caóticos
  - 2.1. Ejemplo de sistema caótico
3. Trabajo investigación
  - 3.1. Antecedentes
  - 3.2. Objetivos de la investigación**
  - 3.3. Metodología seguida
  - 3.4. Instrumentos para la detección de caos
  - 3.5. Resultados obtenidos
  - 3.6. Futuras líneas de investigación
4. Referencias bibliográficas



## 3.2. Objetivos de la investigación

---

### OBJETIVO PRINCIPAL:

Análisis realidad financiera desde una perspectiva no-lineal

### OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

1. Planteamiento de los fundamentos teóricos del concepto de caos
2. Realización de una relación de los instrumentos propuestos para la detección del caos
3. Proposición de una metodología y aplicación de la misma a una serie temporal financiera





# ÍNDICE

---

1. ¿Por qué estudiar el caos en economía?
2. Características de los sistemas caóticos
  - 2.1. Ejemplo de sistema caótico
3. Trabajo investigación
  - 3.1. Antecedentes
  - 3.2. Objetivos de la investigación
  - 3.3. Metodología seguida**
  - 3.4. Instrumentos para la detección de caos
  - 3.5. Resultados obtenidos
  - 3.6. Futuras líneas de investigación
4. Referencias bibliográficas



## 3.3. Metodología seguida

---

1. Establecimiento de los fundamentos teóricos básicos para entender el concepto de caos. Fuentes principales de documentación: artículos, libros y tesis doctorales sobre el tema.
2. Relación de algunos instrumentos utilizados para la detección del mismo. Fuentes principales de documentación: artículos, libros y tesis doctorales sobre el tema.
3. Aplicación a una serie temporal. Base de datos: EconStats. Software utilizado tanto para el análisis gráfico y estadístico como para la programación: *The R-Project for Statistical Computing*.



# ÍNDICE

---

1. ¿Por qué estudiar el caos en economía?
2. Características de los sistemas caóticos
  - 2.1. Ejemplo de sistema caótico
3. Trabajo investigación
  - 3.1. Antecedentes
  - 3.2. Objetivos de la investigación
  - 3.3. Metodología seguida
  - 3.4. Instrumentos para la detección de caos**
  - 3.5. Resultados obtenidos
  - 3.6. Futuras líneas de investigación
4. Referencias bibliográficas



## 3.4. Instrumentos para la detección de caos

---

### 6.1. Reconstrucción del espacio de fases

Obtener los vectores estado del sistema a partir de los datos observados.

#### 6.1.1. Coordenadas de retardo

- *Método de los retardos*
- *Teorema de inmersión de Takens*

#### 6.1.2. Parámetros de inmersión

#### 6.1.3. Componentes principales



## 3.4. Instrumentos para la detección de caos

### 6.2. Tests de independencia

#### 6.2.1. Dimensión de correlación

#### 6.2.2. Test BDS Brock, W.; Dechert, W.; Scheinkman, J. (1987)

Estadístico del contraste:  $BDS(m, M, r) = \frac{\sqrt{M}}{\sigma} [C(m, r) - C^m(1, r)]$ .

donde  $m$  es la dimensión de inmersión,  $M$  el número de puntos inmersos en el espacio  $m$ -dimensional,  $r$  delimita una distancia máxima y  $C(\cdot)$  denota la integral de correlación.

Hipótesis nula: datos *i.i.d.* (*independientes e idénticamente distribuidos*)

Si  $BDS(m, M, r) = 0 \rightarrow$  los datos son *i.i.d.*

Si  $BDS(m, M, r) = 1 \rightarrow$  los datos no son *i.i.d.*



## 3.4. Instrumentos para la detección de caos

### 6.3. Test de sensibilidad a las condiciones iniciales

#### 6.3.1. Exponente de Lyapunov Lyapunov, A.M. (1907); Oseledec, V.I. (1968)

- Dos trayectorias en el espacio-fase con separación inicial  $\delta Z_0$  divergen:

$$|\delta Z(t)| \approx e^{\lambda t} |\delta Z_0| \quad \text{donde } \lambda \text{ es el exponente de Lyapunov}$$

- Permite valorar la sensibilidad a las condiciones iniciales. Si el mayor exponente de Lyapunov es:
  - $\lambda < 0 \rightarrow$  implica contracción, la serie es convergente.
  - $\lambda = 0 \rightarrow$  la serie es cíclica.
  - $\lambda > 0 \rightarrow$  implica alejamiento de los puntos, la serie presenta una dinámica caótica.



### 3.4. Instrumentos para la detección de caos

---

Algoritmo de *Kantz*:

$$S(\varepsilon, m, t) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \ln \left( \frac{1}{|U(\rho_n)|} \sum_{\rho_{n'} \in U(\rho_n)} |\rho_{n+t} - \rho_{n'+t}| \right)$$

donde  $m$  es la dimensión de inmersión y  $U(\rho_n)$  es la vecindad de  $\rho_n$  de diámetro  $\varepsilon$ .

Si  $S(\varepsilon, m, t)$  presenta un crecimiento lineal, la pendiente de este crecimiento será una estimación del máximo exponente de Lyapunov de la serie temporal.

#### 6.4. Tests de no-linealidad

##### 6.4.1. Test de Kaplan

##### 6.4.2. Test de Theiler et al.



### 3.4. Instrumentos para la detección de caos

---

#### 6.5. Otros tests para la detección de caos

##### 6.5.1. Test 0-1 Gottwald, G.A.; Melbourne, I. (2004)

Intenta distinguir si un sistema dinámico determinista es caótico o no.

Consiste en la aplicación de las siguientes fórmulas:

$$\begin{aligned} \vartheta(t) &= ct + \int_0^t \phi(\mathbf{x}(s)) ds, & M(t) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T (p(t+\tau) - p(\tau))^2 d\tau, \\ p(t) &= \int_0^t \phi(\mathbf{x}(s)) \cos(\vartheta(s)) ds. & K &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\log M(t)}{\log t} \end{aligned}$$

Si  $K = 0 \rightarrow$  el sistema no presenta una dinámica caótica.

Si  $K = 1 \rightarrow$  el sistema presenta una dinámica caótica.

Inconvenientes: no cuantifica el caos, no siempre distingue el caos.

##### 6.5.2. Test SALI



# ÍNDICE

---

1. ¿Por qué estudiar el caos en economía?
2. Características de los sistemas caóticos
  - 2.1. Ejemplo de sistema caótico
3. Trabajo investigación
  - 3.1. Antecedentes
  - 3.2. Objetivos de la investigación
  - 3.3. Metodología seguida
  - 3.4. Instrumentos para la detección de caos
  - 3.5. Resultados obtenidos**
  - 3.6. Futuras líneas de investigación
4. Referencias bibliográficas



## 3.5. Resultados obtenidos

---

Pasos seguidos para detectar comportamientos caóticos en serie de valores cierre del Standard&Poor's 500 desde el 31/1/1950 hasta el 30/12/2005:

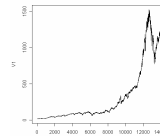
1. Presentación de datos
2. Aplicación test BDS
  - 2.1. Aplicación criterio AIC y análisis de los errores
3. Aplicación algoritmo de Kantz para la obtención del exponente de Lyapunov
4. Aplicación test 0-1



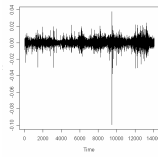
# 1. Presentación de datos

Representación gráfica de la serie original:

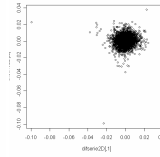
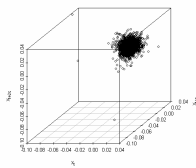
En función del tiempo



Representación gráfica de las diferencias logarítmicas:



En función del tiempo



En  $\mathcal{X}^3$  y en  $\mathcal{X}^2$



# 2. Aplicación test BDS

Hipótesis nula: datos *i.i.d.* (*independientes e idénticamente distribuidos*)

	DATOS S&P500	DATOS CAOTICOS	DATOS ALEATORIOS
<b>Epsilon for close points</b>	0.009	0.352	0.9933
<b>Standard Normal</b>	[ 2 ] 22.2717	[ 2 ] 643.7007	[ 2 ] -0.6234
	[ 3 ] 29.6440	[ 3 ] 612.6532	[ 3 ] -0.1351
	[ 4 ] 35.1325	[ 4 ] 590.9003	[ 4 ] 0.0035
<b>p-value</b>	[ 2 ] 0	[ 2 ] 0	[ 2 ] 0.5330
	[ 3 ] 0	[ 3 ] 0	[ 3 ] 0.8925
	[ 4 ] 0	[ 4 ] 0	[ 4 ] 0.9972

$p < 0.05$  (prob.= 0.95) → Rechazo  $H_0$ : no son i.i.d. (existen dependencias)

$p > 0.05$  (prob.= 0.95) → Acepto  $H_0$ : son i.i.d.



## 2.1. Aplicación criterio AIC y análisis de los errores

- **Akaike Information Criterion (AIC)** → criterio que permite determinar qué ARMA(p,q) se ajusta mejor a los datos.

- Se define como:  $AIC(p, q) = \ln(\sigma^2) + 2 \frac{(p+q)}{N}$

Siendo  $\sigma^2$  la varianza de las observaciones,  $(p+q)$  el número de parámetros del ARMA y  $N$  el número de observaciones

- El menor AIC nos indica el modelo que se ajusta con un menor error a los datos.



## 2.1. Aplicación criterio AIC y análisis de los errores

ARMA (p, q)	MA(q)					
	0	1	2	3	4	5
0	-92778.46	-92870.16	-92882.8	-92882.38	-92879.84	-92877.11
1	-92863.3	-92878.79	-92883.52	-92880.3	-92877.93	-92875.24
2	<b>-92884.52</b>	-92883.32	-92881.56	-92878.48	-92879.38	-92873.62
3	-92882.37	-92881	-92878.26	-92876.31	-92874.01	-92872.1
4	-92879.77	-92877.88	-92876.12	-92878.29	-92872.71	X
5	-92876.92	-92875.11	-92873.67	-92873.53	X	X

Ajustando un ARMA(2,0)  
y pasando el BDS a los errores:

$p < 0.05 \rightarrow$  Rechazo  $H_0$ : no son i.i.d.

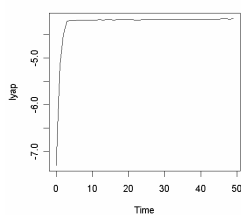
	DATOS S&P500
Epsilon for close points	0.009
Standard Normal	[ 2 ] 21.7156
	[ 3 ] 29.1054
	[ 4 ] 34.7004
p-value	[ 2 ] 0
	[ 3 ] 0
	[ 4 ] 0



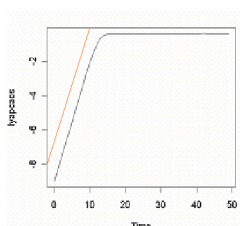
### 3. Aplicación algoritmo de Kantz para la obtención del exponente Lyapunov

dimensión de inmersión  $m = 3$  y  $\varepsilon = 0,05$

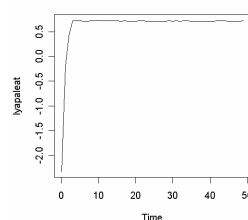
S&P500



Caótica



Aleatoria



### 3. Aplicación test 0-1

Hemos partido de discretizar las fórmulas:

$$\vartheta(t) = ct + \sum_{s=0}^t \phi(\mathbf{x}(s)),$$

$$p(t) = \sum_{s=0}^t \phi(\mathbf{x}(s)) \cos(\vartheta(s)),$$

Desplazamiento cuadrático medio  $\rightarrow M(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{\tau=0}^T (p(t+\tau) - p(\tau))^2,$

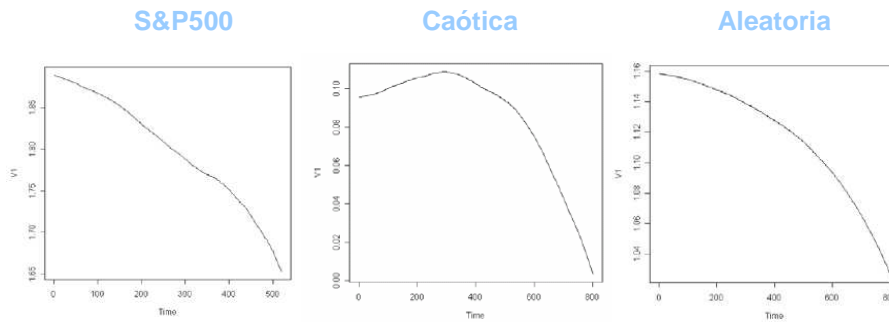
Crecimiento asintótico  $\rightarrow K = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\log M(t)}{\log t}.$





### 3. Aplicación test 0-1

Constante  $c = 2.9$  o  $2.7$ ; Datos generados series caótica y aleatoria = 100000



### 3.5. Resultados obtenidos

Instrumentos	Resultados	Interpretación
Test BDS	$p\text{-value} < 0.05$	Existen dependencias en la serie
Test BDS tras AIC	$p\text{-value} < 0.05$	Siguen existiendo dependencias, que cabe esperar de carácter no-lineal
Exponente Lyapunov	La función resultante de aplicar el algoritmo de Kantz no presenta un crecimiento lineal	No puede hallarse el máximo exponente de Lyapunov, pareciéndose la función a una proveniente de datos aleatorios
Test 0-1	Tiende al valor 1	La serie parece comportarse de modo aleatorio



# ÍNDICE

---

1. ¿Por qué estudiar el caos en economía?
2. Características de los sistemas caóticos
  - 2.1. Ejemplo de sistema caótico
3. Trabajo investigación
  - 3.1. Antecedentes
  - 3.2. Objetivos de la investigación
  - 3.3. Metodología seguida
  - 3.4. Instrumentos para la detección de caos
  - 3.5. Resultados obtenidos
  - 3.6. Futuras líneas de investigación**
4. Referencias bibliográficas



## 5. Futuras líneas de investigación

---

1. Realizar una modelización caótico-estocástica para su aplicación a series temporales financiero-actuariales. Para ello:

Planteamiento bases y elaboración modelo caótico-estocástico	Inclusión del tratamiento de riesgos catastróficos	Realización estudio comparativo con modelos tradicionales
--	--	---

2. Obtener el atractor de las series temporales.
3. Aplicar el análisis caótico-estocástico al mercado financiero español.



# ÍNDICE

---

1. ¿Por qué estudiar el caos en economía?
2. Características de los sistemas caóticos
  - 2.1. Ejemplo de sistema caótico
3. Trabajo investigación
  - 3.1. Antecedentes
  - 3.2. Objetivos de la investigación
  - 3.3. Metodología seguida
  - 3.4. Instrumentos para la detección de caos
  - 3.5. Resultados obtenidos
  - 3.6. Futuras líneas de investigación

## 4. Referencias bibliográficas



## 4. Referencias bibliográficas

---

Principales fuentes de documentación:

1. Artículos publicados en revistas de interés internacional → *Journal of Finance, Journal of Empirical Finance, Journal of Time Series Analysis, Journal of Insurance Issue,...*
2. Tesis doctorales sobre el tema
3. Libros sobre el tema
4. Bases de datos suministradas por Organismos Oficiales (EconStats)
5. Demás material, como programas utilizados



## 4. Referencias bibliográficas

---

- Akaike, H. (1981): *Likelihood of a model and information criteria*, IEEE Transactions on Automatic Journal of Econometrics, vol. 16: pp. 3-14.
- Brock, W.A. et al. (1987): *A test for independence based on the correlation dimension*. Working Paper, University of Chicago.
- Espinosa, F. (2001): *Modelización no browniana de series temporales financieras*. Tesis doctoral.
- Falconer, I. et al. (2007): *Application of the 0-1 Test for Chaos to Experimental Data*. SIAM Journal on Applied Dynamical Systems, vol. 6, no 2, pp. 395-402.
- Gottwald, G.A.; Melbourne, I. (2004): *A new test for chaos in deterministic systems*. Proceedings of the Royal Society of London A, vol. 460, pp. 603-611.



- 
- Hegger, R. et al. (1999): *Practical implementation of nonlinear time series methods: The TISEAN package*. Chaos, vol. 9, pp. 413-435.
  - Hu, J. et al. (2005): *Reliability of the 0-1 test for chaos*. Physical Review E, vol. 72, 056207.
  - Janse, M.J. (1992): *Is there chaos in cardiology?* Br. Heart J., vol. 67, nº 1, pp. 3-4.
  - Kyrtsou, C.; Terraza, M. (2003): *Is it Possible to Study Chaotic and ARCH Behaviour Jointly? Application of a Noisy Mackey–Glass Equation with Heteroskedastic Errors to the Paris Stock Exchange Returns Series*. Computational Economics, vol. 21, nº 3, pp. 257-276.
  - Kyrtsou, C.; Terraza, M. (2002): *Stochastic Chaos or ARCH Effects in Stock Series? A Comparative Study*. International Review of Financial Analysis, vol. 11, issue 4, pp. 407-431.



- 
- Li, T.Y.; Yorke, J. (1975): *Period three implies chaos*. American Mathematical Monthly, vol. 82: pp. 985-992.
  - Lorenz, E.N. (1963): *Deterministic non-periodic flows*. Journal of Atmospheric Sciences, vol. 20: pp. 130-141.
  - Lyapunov, A.M. (1907): *Problème général de stabilité de mouvement*. Annales de la Faculté des Sciences de l'Université de Toulouse, vol. 9, pp. 203-475.
  - Medio, A. (1992): *Chaotic Dynamics: Theory and Applications to Economics*. Cambridge University Press.
  - Merton, R.C. (1976): *Option pricing when when underlying stock returns are discontinuous*. Bell J. Of Financial Economics, vol. 3, pp. 125-144.
  - Poincaré, H. (1963): *Ciencia y método*, 3ª ed., Ed. Espasa-Calpe.



- 
- Sataloff, R.T; Hawkshaw, M. (2001): *Chaos in Medicine: Source Readings*. Singular Publication Group.
  - Tsay, R. (2002): *Analysis of Financial Time Series*. John Wiley & Sons, Inc.
  - Urrutia, J. L. et al. (2002): *Nonlinearity and Low Deterministic Chaotic Behavior in Insurance Portfolio Stock Returns*. The Journal of Risk & Insurance, vol. 69, pp. 537-554.
  - Yousefpoor, P. et al. (2008): *Looking for systematic approach to select chaos tests*. Applied Mathematics and Computation, vol. 198, pp. 73-91.

