

“Análisis caótico-estocástico: una aplicación al estudio de los fenómenos financieros”

M^a Dolors Gil Doménech

ÍNDICE

1. **¿Por qué estudiar el caos en economía?**
2. Características de los sistemas caóticos
 - 2.1. Ejemplo de sistema caótico
3. Trabajo investigación
 - 3.1. Antecedentes
 - 3.2. Objetivos de la investigación
 - 3.3. Metodología seguida
 - 3.4. Instrumentos para la detección de caos
 - 3.5. Resultados obtenidos
 - 3.6. Futuras líneas de investigación
4. Referencias bibliográficas

1. ¿Por qué estudiar el caos en economía?

- Importantes resultados en otras ciencias de difícil predicción (meteorología, medicina, ecología, ...)
- Posible explicación de la insuficiencia para realizar predicciones a corto y largo plazo en economía
- En caso de hallar caos se podría:
 - 1) Hallar el atractor de la serie (estable respecto al exterior, inestable en su interior)
 - 2) Realizar predicciones a muy corto plazo



ÍNDICE

1. ¿Por qué estudiar el caos en economía?
- 2. Características de los sistemas caóticos**
 - 2.1. Ejemplo de sistema caótico
3. Trabajo investigación
 - 3.1. Antecedentes
 - 3.2. Objetivos de la investigación
 - 3.3. Metodología seguida
 - 3.4. Instrumentos para la detección de caos
 - 3.5. Resultados obtenidos
 - 3.6. Futuras líneas de investigación
4. Referencias bibliográficas



2. Características de los sistemas caóticos

Un sistema caótico es un sistema dinámico que cumple:

1. Es sensible respecto a las condiciones iniciales.
2. Es topológicamente transitivo.
3. Sus órbitas periódicas son densas.

El caos es por definición un fenómeno determinista no-lineal. El hecho de que un sistema sea caótico implica que, aunque éste parezca tener un comportamiento errático y aleatorio, en realidad es determinista.



ÍNDICE

1. ¿Por qué estudiar el caos en economía?
2. Características de los sistemas caóticos
 - 2.1. Ejemplo de sistema caótico**
3. Trabajo investigación
 - 3.1. Antecedentes
 - 3.2. Objetivos de la investigación
 - 3.3. Metodología seguida
 - 3.4. Instrumentos para la detección de caos
 - 3.5. Resultados obtenidos
 - 3.6. Futuras líneas de investigación
4. Referencias bibliográficas



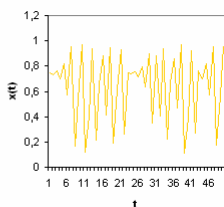
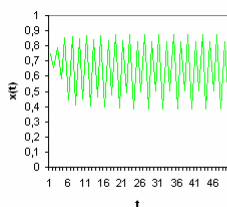
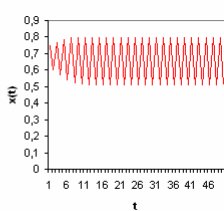
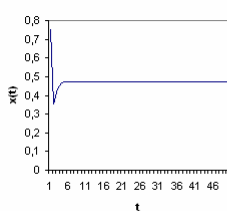
2.1. Ejemplo de sistema caótico

Ecuación logística (Verhulst):

$$x_{t+1} = K \cdot x_t \cdot (1 - x_t)$$

Partiendo de un punto inicial $x_0=0.75$ para $K=1.9$, $K=3.2$, $K=3.5$, $K=3.9$, realizamos 50 iteraciones y obtenemos:

| | K=1.9 | K=3.2 | K=3.5 | K=3.9 |
|----|------------|------------|------------|------------|
| 0 | 0.75 | 0.75 | 0.75 | 0.75 |
| 1 | 0.36625 | 0.6 | 0.69625 | 0.79125 |
| 2 | 0.43573828 | 0.768 | 0.78655078 | 0.76844141 |
| 3 | 0.46715582 | 0.5701632 | 0.58158121 | 0.69813501 |
| 4 | 0.47295014 | 0.7842468 | 0.85171719 | 0.82189582 |
| 5 | 0.47359078 | 0.5414202 | 0.44283256 | 0.57098402 |
| 6 | 0.47367676 | 0.78450154 | 0.86323921 | 0.95539875 |
| 7 | 0.47368347 | 0.5224603 | 0.41320046 | 0.16618672 |
| 8 | 0.47368414 | 0.79838571 | 0.84863044 | 0.54041791 |
| 9 | 0.4736842 | 0.5152011 | 0.44656986 | 0.96826293 |
| 10 | 0.47368421 | 0.78927123 | 0.86610904 | 0.11850901 |
| 11 | 0.47368421 | 0.51339754 | 0.4058746 | 0.40741204 |
| 12 | 0.47368421 | 0.79942582 | 0.84299143 | 0.84158713 |
| 13 | 0.47368421 | 0.51304598 | 0.47580269 | 0.94759057 |
| 14 | 0.47368421 | 0.79945097 | 0.869834 | 0.65727042 |
| 15 | 0.47368421 | 0.51305389 | 0.39679747 | 0.87853746 |
| 16 | 0.47368421 | 0.79945472 | 0.83772233 | 0.41816883 |
| 17 | 0.47368421 | 0.51304598 | 0.47580269 | 0.94759057 |
| 18 | 0.47368421 | 0.79945537 | 0.87295072 | 0.19368411 |
| 19 | 0.47368421 | 0.51304474 | 0.38817717 | 0.60906525 |
| 20 | 0.47368421 | 0.79945547 | 0.83123479 | 0.92860881 |
| 21 | 0.47368421 | 0.51304455 | 0.40099229 | 0.25844919 |
| 22 | 0.47368421 | 0.79945549 | 0.87471601 | 0.74763587 |
| 23 | 0.47368421 | 0.51304452 | 0.38355768 | 0.73583826 |
| 24 | 0.47368421 | 0.79945549 | 0.82754415 | 0.75808323 |
| 25 | 0.47368421 | 0.51304451 | 0.4055019 | 0.71523286 |
| 26 | 0.47368421 | 0.79945549 | 0.87499913 | 0.79433174 |
| 27 | 0.47368421 | 0.51304451 | 0.38281478 | 0.63713842 |
| 28 | 0.47368421 | 0.79945549 | 0.82693668 | 0.80165291 |
| 29 | 0.47368421 | 0.51304451 | 0.50093821 | 0.94583227 |
| 30 | 0.47368421 | 0.79945549 | 0.87499721 | 0.88230602 |
| 31 | 0.47368421 | 0.51304451 | 0.38281883 | 0.40488423 |
| 32 | 0.47368421 | 0.79945549 | 0.82694083 | 0.83979081 |
| 33 | 0.47368421 | 0.51304451 | 0.5009383 | 0.22267776 |
| 34 | 0.47368421 | 0.79945549 | 0.87499727 | 0.67071844 |
| 35 | 0.47368421 | 0.51304451 | 0.38281868 | 0.86133533 |
| 36 | 0.47368421 | 0.79945549 | 0.8269407 | 0.46580343 |
| 37 | 0.47368421 | 0.51304451 | 0.50093822 | 0.97043932 |
| 38 | 0.47368421 | 0.79945549 | 0.87499726 | 0.1118787 |
| 39 | 0.47368421 | 0.51304451 | 0.38281868 | 0.38751124 |
| 40 | 0.47368421 | 0.79945549 | 0.82694071 | 0.92565049 |
| 41 | 0.47368421 | 0.51304451 | 0.50093821 | 0.26840449 |
| 42 | 0.47368421 | 0.79945549 | 0.87499726 | 0.76581773 |
| 43 | 0.47368421 | 0.51304451 | 0.38281868 | 0.69942965 |
| 44 | 0.47368421 | 0.79945549 | 0.82694071 | 0.81988847 |
| 45 | 0.47368421 | 0.51304451 | 0.50093821 | 0.97591933 |
| 46 | 0.47368421 | 0.79945549 | 0.87499726 | 0.65252199 |
| 47 | 0.47368421 | 0.51304451 | 0.38281868 | 0.17837301 |
| 48 | 0.47368421 | 0.79945549 | 0.82694071 | 0.56653574 |
| 49 | 0.47368421 | 0.51304451 | 0.50093821 | 0.95773468 |
| 50 | 0.47368421 | 0.79945549 | 0.87499726 | 0.15786794 |



$K=1.9 \rightarrow$ la órbita es atraída por un punto fijo de valor 0.47368421.

$K=3.2 \rightarrow$ la órbita presenta un atractor cíclico de periodo 2.

$K=3.5 \rightarrow$ atractor es también cíclico, de periodo 4 esta vez.

$K=3.9 \rightarrow$ la órbita no parece estabilizarse, parece no tener ningún atractor, como si los valores fuesen aleatorios.



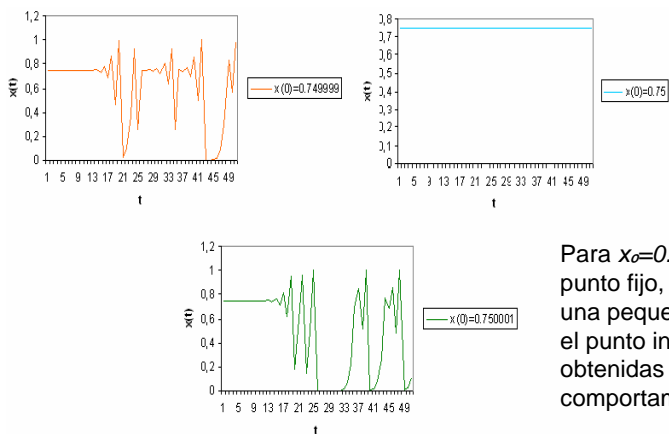
2.1. Ejemplo de sistema caótico

Si ahora fijamos un valor $K=4$ y tomamos distintos puntos iniciales $x_0=7.49999$, $x_0=7.5$ y $x_0=7.50001$, obtenemos los resultados:

| | 4 | 4 | 4 |
|----|------------|------|------------|
| 0 | 0.749999 | 0.75 | 0.750001 |
| 1 | 0.750002 | 0.75 | 0.749998 |
| 2 | 0.749996 | 0.75 | 0.750004 |
| 3 | 0.750008 | 0.75 | 0.749992 |
| 4 | 0.749994 | 0.75 | 0.750006 |
| 5 | 0.750032 | 0.75 | 0.749968 |
| 6 | 0.749936 | 0.75 | 0.750064 |
| 7 | 0.75012799 | 0.75 | 0.74987199 |
| 8 | 0.74974396 | 0.75 | 0.75025604 |
| 9 | 0.75051182 | 0.75 | 0.74948818 |
| 10 | 0.7489753 | 0.75 | 0.7510233 |
| 11 | 0.75204519 | 0.75 | 0.74794921 |
| 12 | 0.74898288 | 0.75 | 0.7508476 |
| 13 | 0.75014677 | 0.75 | 0.74176375 |
| 14 | 0.73344098 | 0.75 | 0.76520117 |
| 15 | 0.78202123 | 0.75 | 0.71654776 |
| 16 | 0.68185611 | 0.75 | 0.81242828 |
| 17 | 0.86771342 | 0.75 | 0.00955429 |
| 18 | 0.45914736 | 0.75 | 0.95199143 |
| 19 | 0.9932425 | 0.75 | 0.18281499 |
| 20 | 0.02652475 | 0.75 | 0.59757467 |
| 21 | 0.10328473 | 0.75 | 0.96191673 |
| 22 | 0.37046799 | 0.75 | 0.14653173 |
| 23 | 0.93288983 | 0.75 | 0.50024072 |
| 24 | 0.25043943 | 0.75 | 0.99999977 |
| 25 | 0.75087809 | 0.75 | 9.2711E-07 |
| 26 | 0.74824073 | 0.75 | 3.7085E-06 |
| 27 | 0.7530016 | 0.75 | 1.4634E-05 |
| 28 | 0.74293852 | 0.75 | 5.9334E-05 |
| 29 | 0.76392351 | 0.75 | 0.00023732 |
| 30 | 0.72137753 | 0.75 | 0.00094906 |
| 31 | 0.80396796 | 0.75 | 0.00379265 |
| 32 | 0.63041391 | 0.75 | 0.01511308 |
| 33 | 0.93196885 | 0.75 | 0.05963809 |
| 34 | 0.25361165 | 0.75 | 0.22397535 |
| 35 | 0.75717112 | 0.75 | 0.69524158 |
| 36 | 0.73545206 | 0.75 | 0.84752291 |
| 37 | 0.77242031 | 0.75 | 0.51891131 |
| 38 | 0.69030928 | 0.75 | 0.96885603 |
| 39 | 0.85512962 | 0.75 | 0.00457065 |
| 40 | 0.49553211 | 0.75 | 0.01819902 |
| 41 | 0.9992015 | 0.75 | 0.07447127 |
| 42 | 0.00031937 | 0.75 | 0.26545252 |
| 43 | 0.00127706 | 0.75 | 0.77994992 |
| 44 | 0.00510173 | 0.75 | 0.68651218 |
| 45 | 0.02030281 | 0.75 | 0.96085283 |
| 46 | 0.07956242 | 0.75 | 0.47014034 |
| 47 | 0.25220865 | 0.75 | 0.9562596 |
| 48 | 0.82848632 | 0.75 | 0.00694949 |
| 49 | 0.56838694 | 0.75 | 0.02760477 |
| 50 | 0.9812929 | 0.75 | 0.107371 |



2.1. Ejemplo de sistema caótico



Para $x_0=0.75$ el atractor es de punto fijo, mientras que ante una pequeña modificación en el punto inicial las trayectorias obtenidas muestran comportamientos inestables




ÍNDICE

1. ¿Por qué estudiar el caos en economía?
2. Características de los sistemas caóticos
 - 2.1. Ejemplo de sistema caótico
- 3. Trabajo investigación**
 - 3.1. Antecedentes
 - 3.2. Objetivos de la investigación
 - 3.3. Metodología seguida
 - 3.4. Instrumentos para la detección de caos
 - 3.5. Resultados obtenidos
 - 3.6. Futuras líneas de investigación
4. Referencias bibliográficas



3. Trabajo de investigación

- Análisis financiero → perspectiva no-lineal
- Un nuevo paradigma: Teoría del Caos
 - Definición (*London Royal Society*): Comportamiento estocástico ocurrido en un sistema determinista.
 - Sensibilidad a cambios iniciales: *butterfly effect* 



ÍNDICE

1. ¿Por qué estudiar el caos en economía?
2. Características de los sistemas caóticos
 - 2.1. Ejemplo de sistema caótico
3. Trabajo investigación
 - 3.1. Antecedentes**
 - 3.2. Objetivos de la investigación
 - 3.3. Metodología seguida
 - 3.4. Instrumentos para la detección de caos
 - 3.5. Resultados obtenidos
 - 3.6. Futuras líneas de investigación
4. Referencias bibliográficas



3.1. Antecedentes

- Anaxágoras (s.V a.C.): materia formada por *semillas*
- Henri Poincaré (1908): problema de los 3 cuerpos
- Edward Lorenz (1963): efecto mariposa
- James Yorke y Tien-Yien Li (1975): nombre “caos”
- Caos de laboratorio
- Caos en la realidad: ecología, medicina...
¿economía?
- Kyrstou y Terraza (2002): caos + aleatoriedad



ÍNDICE

1. ¿Por qué estudiar el caos en economía?
2. Características de los sistemas caóticos
 - 2.1. Ejemplo de sistema caótico
3. Trabajo investigación
 - 3.1. Antecedentes
 - 3.2. Objetivos de la investigación**
 - 3.3. Metodología seguida
 - 3.4. Instrumentos para la detección de caos
 - 3.5. Resultados obtenidos
 - 3.6. Futuras líneas de investigación
4. Referencias bibliográficas



3.2. Objetivos de la investigación

OBJETIVO PRINCIPAL:

Análisis realidad financiera desde una perspectiva no-lineal

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

1. Planteamiento de los fundamentos teóricos del concepto de caos
2. Realización de una relación de los instrumentos propuestos para la detección del caos
3. Proposición de una metodología y aplicación de la misma a una serie temporal financiera



ÍNDICE

1. ¿Por qué estudiar el caos en economía?
2. Características de los sistemas caóticos
 - 2.1. Ejemplo de sistema caótico
3. Trabajo investigación
 - 3.1. Antecedentes
 - 3.2. Objetivos de la investigación
 - 3.3. Metodología seguida**
 - 3.4. Instrumentos para la detección de caos
 - 3.5. Resultados obtenidos
 - 3.6. Futuras líneas de investigación
4. Referencias bibliográficas



3.3. Metodología seguida

1. Establecimiento de los fundamentos teóricos básicos para entender el concepto de caos. Fuentes principales de documentación: artículos, libros y tesis doctorales sobre el tema.
2. Relación de algunos instrumentos utilizados para la detección del mismo. Fuentes principales de documentación: artículos, libros y tesis doctorales sobre el tema.
3. Aplicación a una serie temporal. Base de datos: EconStats. Software utilizado tanto para el análisis gráfico y estadístico como para la programación: *The R-Project for Statistical Computing*.



ÍNDICE

1. ¿Por qué estudiar el caos en economía?
2. Características de los sistemas caóticos
 - 2.1. Ejemplo de sistema caótico
3. Trabajo investigación
 - 3.1. Antecedentes
 - 3.2. Objetivos de la investigación
 - 3.3. Metodología seguida
 - 3.4. Instrumentos para la detección de caos**
 - 3.5. Resultados obtenidos
 - 3.6. Futuras líneas de investigación
4. Referencias bibliográficas



3.4. Instrumentos para la detección de caos

6.1. Reconstrucción del espacio de fases

Obtener los vectores estado del sistema a partir de los datos observados.

6.1.1. Coordenadas de retardo

- *Método de los retardos*
- *Teorema de inmersión de Takens*

6.1.2. Parámetros de inmersión

6.1.3. Componentes principales



3.4. Instrumentos para la detección de caos

6.2. Tests de independencia

6.2.1. Dimensión de correlación

6.2.2. Test BDS Brock, W.; Dechert, W.; Scheinkman, J. (1987)

Estadístico del contraste: $BDS(m, M, r) = \frac{\sqrt{M}}{\sigma} [C(m, r) - C^m(1, r)]$.

donde m es la dimensión de inmersión, M el número de puntos inmersos en el espacio m -dimensional, r delimita una distancia máxima y $C(\cdot)$ denota la integral de correlación.

Hipótesis nula: datos *i.i.d.* (*independientes e idénticamente distribuidos*)

Si $BDS(m, M, r) = 0 \rightarrow$ los datos son *i.i.d.*

Si $BDS(m, M, r) = 1 \rightarrow$ los datos no son *i.i.d.*



3.4. Instrumentos para la detección de caos

6.3. Test de sensibilidad a las condiciones iniciales

6.3.1. Exponente de Lyapunov Lyapunov, A.M. (1907); Oseledec, V.I. (1968)

- Dos trayectorias en el espacio-fase con separación inicial δZ_0 divergen:

$$|\delta Z(t)| \approx e^{\lambda t} |\delta Z_0| \quad \text{donde } \lambda \text{ es el exponente de Lyapunov}$$

- Permite valorar la sensibilidad a las condiciones iniciales. Si el mayor exponente de Lyapunov es:

- $\lambda < 0 \rightarrow$ implica contracción, la serie es convergente.

- $\lambda = 0 \rightarrow$ la serie es cíclica.

- $\lambda > 0 \rightarrow$ implica alejamiento de los puntos, la serie presenta una dinámica caótica.



3.4. Instrumentos para la detección de caos

Algoritmo de *Kantz*:

$$S(\varepsilon, m, t) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \ln \left(\frac{1}{|U(\rho_n)|} \sum_{\rho_{n'} \in U(\rho_n)} |\rho_{n+t} - \rho_{n'+t}| \right)$$

donde m es la dimensión de inmersión y $U(\rho_n)$ es la vecindad de ρ_n de diámetro ε .

Si $S(\varepsilon, m, t)$ presenta un crecimiento lineal, la pendiente de este crecimiento será una estimación del máximo exponente de Lyapunov de la serie temporal.

6.4. Tests de no-linealidad

6.4.1. Test de Kaplan

6.4.2. Test de Theiler et al.



3.4. Instrumentos para la detección de caos

6.5. Otros tests para la detección de caos

6.5.1. Test 0-1 Gottwald, G.A.; Melbourne, I. (2004)

Intenta distinguir si un sistema dinámico determinista es caótico o no.

Consiste en la aplicación de las siguientes fórmulas:

$$\begin{aligned} \vartheta(t) &= ct + \int_0^t \phi(\mathbf{x}(s)) ds, & M(t) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T (p(t+\tau) - p(\tau))^2 d\tau, \\ p(t) &= \int_0^t \phi(\mathbf{x}(s)) \cos(\vartheta(s)) ds. & K &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\log M(t)}{\log t} \end{aligned}$$

Si $K = 0 \rightarrow$ el sistema no presenta una dinámica caótica.

Si $K = 1 \rightarrow$ el sistema presenta una dinámica caótica.

Inconvenientes: no cuantifica el caos, no siempre distingue el caos.

6.5.2. Test SALI



ÍNDICE

1. ¿Por qué estudiar el caos en economía?
2. Características de los sistemas caóticos
 - 2.1. Ejemplo de sistema caótico
3. Trabajo investigación
 - 3.1. Antecedentes
 - 3.2. Objetivos de la investigación
 - 3.3. Metodología seguida
 - 3.4. Instrumentos para la detección de caos
 - 3.5. Resultados obtenidos**
 - 3.6. Futuras líneas de investigación
4. Referencias bibliográficas



3.5. Resultados obtenidos

Pasos seguidos para detectar comportamientos caóticos en serie de valores cierre del Standard&Poor's 500 desde el 31/1/1950 hasta el 30/12/2005:

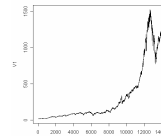
1. Presentación de datos
2. Aplicación test BDS
 - 2.1. Aplicación criterio AIC y análisis de los errores
3. Aplicación algoritmo de Kantz para la obtención del exponente de Lyapunov
4. Aplicación test 0-1



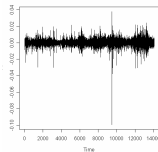
1. Presentación de datos

Representación gráfica de la serie original:

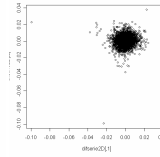
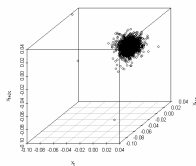
En función del tiempo



Representación gráfica de las diferencias logarítmicas:



En función del tiempo



En X^3 y en X^2



2. Aplicación test BDS

Hipótesis nula: datos *i.i.d.* (*independientes e idénticamente distribuidos*)

| | DATOS S&P500 | DATOS CAOTICOS | DATOS ALEATORIOS |
|---------------------------------|---------------|----------------|------------------|
| <i>Epsilon for close points</i> | 0.009 | 0.352 | 0.9933 |
| <i>Standard Normal</i> | [2] 22.2717 | [2] 643.7007 | [2] -0.6234 |
| | [3] 29.6440 | [3] 612.6532 | [3] -0.1351 |
| | [4] 35.1325 | [4] 590.9003 | [4] 0.0035 |
| <i>p-value</i> | [2] 0 | [2] 0 | [2] 0.5330 |
| | [3] 0 | [3] 0 | [3] 0.8925 |
| | [4] 0 | [4] 0 | [4] 0.9972 |

$p < 0.05$ (prob.= 0.95) → Rechazo H_0 : no son *i.i.d.* (existen dependencias)

$p > 0.05$ (prob.= 0.95) → Acepto H_0 : son *i.i.d.*



2.1. Aplicación criterio AIC y análisis de los errores

- **Akaike Information Criterion (AIC)** → criterio que permite determinar qué ARMA(p,q) se ajusta mejor a los datos.

- Se define como: $AIC(p, q) = \ln(\sigma^2) + 2 \frac{(p+q)}{N}$

Siendo σ^2 la varianza de las observaciones, $(p+q)$ el número de parámetros del ARMA y N el número de observaciones

- El menor AIC nos indica el modelo que se ajusta con un menor error a los datos.



2.1. Aplicación criterio AIC y análisis de los errores

| ARMA (p, q) | MA(q) | | | | | |
|----------------|------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 0 | -92778.46 | -92870.16 | -92882.8 | -92882.38 | -92879.84 | -92877.11 |
| 1 | -92863.3 | -92878.79 | -92883.52 | -92880.3 | -92877.93 | -92875.24 |
| 2 | -92884.52 | -92883.32 | -92881.56 | -92878.48 | -92879.38 | -92873.62 |
| 3 | -92882.37 | -92881 | -92878.26 | -92876.31 | -92874.01 | -92872.1 |
| 4 | -92879.77 | -92877.88 | -92876.12 | -92878.29 | -92872.71 | X |
| 5 | -92876.92 | -92875.11 | -92873.67 | -92873.53 | X | X |

Ajustando un ARMA(2,0)
y pasando el BDS a los errores:

$p < 0.05 \rightarrow$ Rechazo H_0 : no son i.i.d.

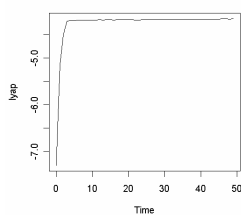
| | DATOS S&P500 |
|--------------------------|---|
| Epsilon for close points | 0.009 |
| Standard Normal | [2] 21.7156 [3] 29.1054 [4] 34.7004 |
| p-value | [2] 0 [3] 0 [4] 0 |



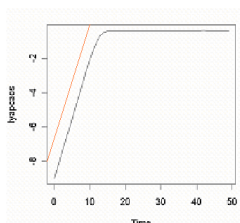
3. Aplicación algoritmo de Kantz para la obtención del exponente Lyapunov

dimensión de inmersión $m = 3$ y $\varepsilon = 0,05$

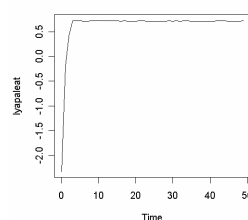
S&P500



Caótica



Aleatoria



3. Aplicación test 0-1

Hemos partido de discretizar las fórmulas:

$$\vartheta(t) = ct + \sum_{s=0}^t \phi(\mathbf{x}(s)),$$

$$p(t) = \sum_{s=0}^t \phi(\mathbf{x}(s)) \cos(\vartheta(s)),$$

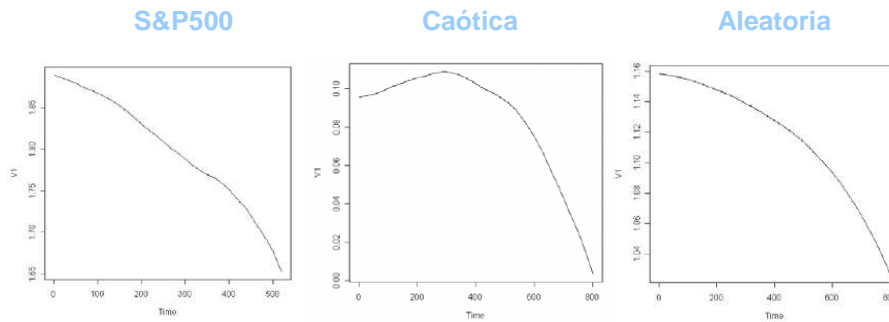
Desplazamiento cuadrático medio $\rightarrow M(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{\tau=0}^T (p(t+\tau) - p(\tau))^2,$

Crecimiento asintótico $\rightarrow K = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\log M(t)}{\log t}.$



3. Aplicación test 0-1

Constante $c = 2.9$ o 2.7 ; Datos generados series caótica y aleatoria = 100000



3.5. Resultados obtenidos

| Instrumentos | Resultados | Interpretación |
|--------------------|--|--|
| Test BDS | $p\text{-value} < 0.05$ | Existen dependencias en la serie |
| Test BDS tras AIC | $p\text{-value} < 0.05$ | Siguen existiendo dependencias, que cabe esperar de carácter no-lineal |
| Exponente Lyapunov | La función resultante de aplicar el algoritmo de Kantz no presenta un crecimiento lineal | No puede hallarse el máximo exponente de Lyapunov, pareciéndose la función a una proveniente de datos aleatorios |
| Test 0-1 | Tiende al valor 1 | La serie parece comportarse de modo aleatorio |



ÍNDICE

1. ¿Por qué estudiar el caos en economía?
2. Características de los sistemas caóticos
 - 2.1. Ejemplo de sistema caótico
3. Trabajo investigación
 - 3.1. Antecedentes
 - 3.2. Objetivos de la investigación
 - 3.3. Metodología seguida
 - 3.4. Instrumentos para la detección de caos
 - 3.5. Resultados obtenidos
 - 3.6. Futuras líneas de investigación**
4. Referencias bibliográficas



5. Futuras líneas de investigación

1. Realizar una modelización caótico-estocástica para su aplicación a series temporales financiero-actuariales. Para ello:

| | | |
|--|--|---|
| Planteamiento bases y elaboración modelo caótico-estocástico | Inclusión del tratamiento de riesgos catastróficos | Realización estudio comparativo con modelos tradicionales |
|--|--|---|

2. Obtener el atractor de las series temporales.
3. Aplicar el análisis caótico-estocástico al mercado financiero español.



ÍNDICE

1. ¿Por qué estudiar el caos en economía?
2. Características de los sistemas caóticos
 - 2.1. Ejemplo de sistema caótico
3. Trabajo investigación
 - 3.1. Antecedentes
 - 3.2. Objetivos de la investigación
 - 3.3. Metodología seguida
 - 3.4. Instrumentos para la detección de caos
 - 3.5. Resultados obtenidos
 - 3.6. Futuras líneas de investigación

4. Referencias bibliográficas



4. Referencias bibliográficas

Principales fuentes de documentación:

1. Artículos publicados en revistas de interés internacional → *Journal of Finance, Journal of Empirical Finance, Journal of Time Series Analysis, Journal of Insurance Issue,...*
2. Tesis doctorales sobre el tema
3. Libros sobre el tema
4. Bases de datos suministradas por Organismos Oficiales (EconStats)
5. Demás material, como programas utilizados



4. Referencias bibliográficas

- Akaike, H. (1981): *Likelihood of a model and information criteria*, IEEE Transactions on Automatic Journal of Econometrics, vol. 16: pp. 3-14.
- Brock, W.A. et al. (1987): *A test for independence based on the correlation dimension*. Working Paper, University of Chicago.
- Espinosa, F. (2001): *Modelización no browniana de series temporales financieras*. Tesis doctoral.
- Falconer, I. et al. (2007): *Application of the 0-1 Test for Chaos to Experimental Data*. SIAM Journal on Applied Dynamical Systems, vol. 6, no 2, pp. 395-402.
- Gottwald, G.A.; Melbourne, I. (2004): *A new test for chaos in deterministic systems*. Proceedings of the Royal Society of London A, vol. 460, pp. 603-611.



-
- Hegger, R. et al. (1999): *Practical implementation of nonlinear time series methods: The TISEAN package*. Chaos, vol. 9, pp. 413-435.
 - Hu, J. et al. (2005): *Reliability of the 0-1 test for chaos*. Physical Review E, vol. 72, 056207.
 - Janse, M.J. (1992): *Is there chaos in cardiology?* Br. Heart J., vol. 67, nº 1, pp. 3-4.
 - Kyrtsou, C.; Terraza, M. (2003): *Is it Possible to Study Chaotic and ARCH Behaviour Jointly? Application of a Noisy Mackey–Glass Equation with Heteroskedastic Errors to the Paris Stock Exchange Returns Series*. Computational Economics, vol. 21, nº 3, pp. 257-276.
 - Kyrtsou, C.; Terraza, M. (2002): *Stochastic Chaos or ARCH Effects in Stock Series? A Comparative Study*. International Review of Financial Analysis, vol. 11, issue 4, pp. 407-431.



-
- Li, T.Y.; Yorke, J. (1975): *Period three implies chaos*. American Mathematical Monthly, vol. 82: pp. 985-992.
 - Lorenz, E.N. (1963): *Deterministic non-periodic flows*. Journal of Atmospheric Sciences, vol. 20: pp. 130-141.
 - Lyapunov, A.M. (1907): *Problème général de stabilité de mouvement*. Annales de la Faculté des Sciences de l'Université de Toulouse, vol. 9, pp. 203-475.
 - Medio, A. (1992): *Chaotic Dynamics: Theory and Applications to Economics*. Cambridge University Press.
 - Merton, R.C. (1976): *Option pricing when when underlying stock returns are discontinuous*. Bell J. Of Financial Economics, vol. 3, pp. 125-144.
 - Poincaré, H. (1963): *Ciencia y método*, 3ª ed., Ed. Espasa-Calpe.



-
- Sataloff, R.T; Hawkshaw, M. (2001): *Chaos in Medicine: Source Readings*. Singular Publication Group.
 - Tsay, R. (2002): *Analysis of Financial Time Series*. John Wiley & Sons, Inc.
 - Urrutia, J. L. et al. (2002): *Nonlinearity and Low Deterministic Chaotic Behavior in Insurance Portfolio Stock Returns*. The Journal of Risk & Insurance, vol. 69, pp. 537-554.
 - Yousefpoor, P. et al. (2008): *Looking for systematic approach to select chaos tests*. Applied Mathematics and Computation, vol. 198, pp. 73-91.

