Transformaciones de Fourier-Mukai y D-branas

Daniel Hernández Ruipérez

Una de las técnicas de Geometría que ha demostrado ser más útil en el estudio de la teoría de cuerdas, en particular en la teoría de D-branas y la simetría mirror, es la transformación de Fourier-Mukai. La razón que está detrás del interés de la teoría de functores integrales en estas teorías físicas es muy simple: La noción de D-brana ha evolucionado desde su formulación original como los objetos en los que terminan las cuerdas, pasando a ser primero una teoría gauge $U(N)$, después un objeto de la teoría $K(X)$ sobre la variedad de Calabi-Yau X que aparece como compactificación de la teoría formulada originalmente en 10 dimensiones y finalmente las D-branas se interpretan como objetos de la categoría derivada $D^b(X)$ de complejos acotados de haces coherentes. Además las D-branas tienen mucha relación con la denominada conjetura de simetría "mirror" homológica de Kontsevich. De este modo el estudio de las autoequivalencias de la categoría derivada adquieren relevancia en Física y en Geometría Simpléctica, pues según la conjetura de Kontsevich deben corresponder a automorfismos simplécticos de la variedad mirror. Pues bien, Orlov ha demostrado que toda equivalencia de categorías entre dos categorías derivadas es una transformada de Fourier-Mukai, por lo que las autoequivalencias de $D(X)$, y en particular las inducidas por monodromías, son transformadas de Fourier-Mukai. Entre las aplicaciones conocidas se cuentan las que se refieren a la dualidad T (la transformada de Fourier-Mukai relativa no solo describe el efecto prescrito por la dualidad T en el espectro de D-branas, sino que demuestra el esperado comportamiento adiabático).