



Universitat de Barcelona
Departament d'Àlgebra i Geometria

SEMINARI DE GEOMETRIA ALGEBRAICA 2004-05

Dijous, dia 21 de Febrer
Aula B7. Facultat de Matemàtiques

16:00 *La topología de singularidades aisladas en espacios
analíticos*

J. Seade, UNAM (Mèxic)

Premi Ferran Sunyer i Balaguer 2005, IEC

Resum. Una propiedad importante de los espacios analíticos es su estructura cónica local: si 0 es una singularidad aislada en $X \subset K^N$, donde K es \mathbf{R} o \mathbf{C} , entonces todo pequeño entorno de P en X es homeomorfo al cono sobre su frontera. Mas precisamente, para cualquier bola B_ϵ en K^N de radio $\epsilon > 0$ pequeño y centro en 0 se tiene que la pareja $(B_\epsilon, X \cap B_\epsilon)$ es homeomorfa al cono sobre la pareja $(\partial B_\epsilon, X \cap \partial B_\epsilon)$. El conjunto $K = X \cap \partial B_\epsilon$ se conoce como *la frontera* (o “link”) de la singularidad. Esta es una variedad diferenciable cuyo tipo de difeomorfismo depende solo de la estructura analítica local de X en 0 . Por otro lado, si X está definido por una sola función holomorfa $f : (\mathbf{C}^{n+1}, 0) \rightarrow (\mathbf{C}, 0)$, entonces

$$\frac{f}{|f|} : \partial B_\epsilon \setminus K \longrightarrow S^1$$

es un fibrado localmente trivial, conocido como *la fibración de Milnor*. Para singularidades complejas, el estudio de la topología del link K y de la fibración de Milnor ha inspirado una literatura muy vasta, con resultados importantes obtenidos por diversos grandes matemáticos. Este no es el caso cuando consideramos singularidades reales. Eso se debe a varias razones, entre ellas que las singularidades reales son más complejas (valga la redundancia), su comportamiento está pleno de anomalías y es difícil poder decir cosas generales sobre su geometría y topología.

En esta charla revisaremos algunos de los resultados clásicos sobre singularidades complejas y describiremos familias de singularidades reales cuyo comportamiento y propiedades geométricas asemejan al de las singularidades complejas; creemos que estas pueden ser fuente importante de ideas para el estudio futuro de singularidades reales y la topología de variedades.