

Canvis de variable

Diplomatura d'Estadística **Estadística Matemàtica I**

Departament d'Estadística
Divisió de Ciències Experimentals i
Matemàtiques

Punts que tractarem:

- ✓ Transformacions **biuníviques**
- ✓ Transformacions **no biuníviques**

Transformacions **biuníviques**

(1/3)

- ✓ Sigui el vector aleatori (X_1, X_2, \dots, X_n) amb funció de densitat $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ definida en un conjunt A i sigui

$$\left. \begin{aligned} Y_1 &= g_1(X_1, X_2, \dots, X_n) \\ Y_2 &= g_2(X_1, X_2, \dots, X_n) \\ &\vdots \\ Y_n &= g_n(X_1, X_2, \dots, X_n) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Canvis de variable

Transformacions **biuníviques**

(2/3)

una transformació continua i biunívoca del conjunt A en el conjunt B . Aleshores la funció

$$f(h_1(y_1, y_2, \dots, y_n), \dots, h_n(y_1, y_2, \dots, y_n)) |J|$$

és la funció de densitat del vector aleatori (Y_1, Y_2, \dots, Y_n) en el recinte B , on

Canvis de variable

Transformacions **biuníviques**

(3/3)

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= h_1(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) \\ X_2 &= h_2(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) \\ &\vdots \\ X_n &= h_n(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) \end{aligned} \right\}$$

és la transformació inversa de l'expressada en (1) i J el seu jacobinà

Canvis de variable

Transformacions **no biuníviques** (1/3)

- ✓ Si la transformació (1) no és biunívoca, s'ha de fer una **partició finita**, (A_1, A_2, \dots, A_m) , del conjunt \mathbf{A} , tal que per a cada \mathbf{A}_i sí que sigui **biunívoca**. Aleshores, existeixen les transformacions de B en A_i definides per

Canvis de variable

Transformacions **no** biuníviques (2/3)

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= h_{1i}(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) \\ X_2 &= h_{2i}(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) \\ &\vdots \\ X_n &= h_{ni}(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) \end{aligned} \right\} (i = 1, 2, \dots, m)$$

on els jacobians es designen per $J_i, (i = 1, 2, \dots, m)$.

Transformacions **no** biuníviques (3/3)

Aleshores la funció de probabilitat del vector aleatori (Y_1, Y_2, \dots, Y_n) és:

$$g(y_1, y_2, \dots, y_n) = \sum_{i=1}^m f(h_{1i}, h_{2i}, \dots, h_{ni}) |J_i|$$