

Diplomatura d'Estadística, Universitat de Barcelona	Curs 1999-2000
ESTADÍSTICA MATEMÀTICA I	Convocatòria de juny
Cognoms:	Nom:

Per les quatre preguntes següents, marca l'opció que et sembli més correcta (una sola) i explica breument (en les dues línies reservades, com a màxim) la raó de la teva tria.

1. La funció característica:

Solament existeix per les distribucions discretes i absolutament contínues.

Sempre existeix.

Existeix si la corresponent integral o sèrie és absolutament convergent.

2. El coeficient de correlació entre dues variables aleatòries és de $\rho(X, Y) = 0$.

Això implica que aquestes variables són estocàsticament independents.

Per algunes distribucions podem deduir que són estocàsticament independents i per altres no, depèn de la distribució conjunta de (X, Y) .

En cap cas implica que siguin estocàsticament independents.

3. Suposem que X_n és una successió de variables aleatòries, cada una de les quals té distribució F_n , i X és una altra variable aleatòria amb distribució F . Suposem finalment que $\lim_{n \rightarrow \infty} P(|X_n - X| \leq \varepsilon) = 1$ per tot $\varepsilon > 0$. Si d'això en deduïm que $\lim_{n \rightarrow \infty} F_n(x) = F(x)$ en tot punt de continuïtat x de F :

Fem una deducció correcta

Solament és correcta si X és una constant.

És una deducció en general incorrecta.

4. Suposem que les variables X i Y verifiquen $E(X) < E(Y)$. De les següents desigualtats, algunes són sempre falses, altres són sempre certes i, finalment, en altres casos no podem dir res, pot ser que sigui falsa en alguns casos i certa en d'altres o simplement no te sentit. Tria en cada cas l'opció que creguis adequada. Suposem que tots aquests moments existeixen. *No cal cap justificació addicional ni cap càlcul.*

- | | | | |
|-----------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|--|
| ◆ $E(X/Y) < E(Y/X)$ | <input type="checkbox"/> Sempre falsa | <input type="checkbox"/> Sempre certa | <input type="checkbox"/> No es pot dir |
| ◆ $E\{E(X/Y)\} < E\{E(Y/X)\}$ | <input type="checkbox"/> Sempre falsa | <input type="checkbox"/> Sempre certa | <input type="checkbox"/> No es pot dir |
| ◆ $E\{E\{E(X/Y)\}\} < E(Y)$ | <input type="checkbox"/> Sempre falsa | <input type="checkbox"/> Sempre certa | <input type="checkbox"/> No es pot dir |
| ◆ $E\{var(X/Y)\} < (E(X) - E(Y))$ | <input type="checkbox"/> Sempre falsa | <input type="checkbox"/> Sempre certa | <input type="checkbox"/> No es pot dir |

5. Disposo d'un petit capital i estic decidit a fer-me immensament ric tot especulant a la borsa. Per aquesta raó només invertiré en valors d'alt risc, als quals la probabilitat de beneficis és petita (però si n'hi ha, són molt grans) i la de perdre la inversió és alta. Quina és la millor estratègia per aconseguir el meu objectiu d'enriquir-me molt:

Invertir tots els meus diners de cop, però repartint-los entre molts valors diferents.

Invertir-los de mica en mica (no tinc pressa).

Invertir tots els meus diners, d'un cop, en un sol valor.

(Cal donar una explicació exclusivament en termes de resultats d'Estadística Matemàtica:)

Diplomatura d'Estadística, Universitat de Barcelona	Curs 1999-2000
ESTADÍSTICA MATEMÀTICA I	Convocatòria de juny
Cognoms:	Nom:

Problema 1

(Utilitza aquest full com a primer de la solució i afegeix els fulls que calgui, entrega aquest problema per separat amb aquest full com a portada).

En un recinte ABCDEA limitat per la poligonal de vèrtex $A=(0,1)$, $B = (1,2)$, $C = (2,1)$, $D=(2,0)$, $E = (1,1)$, es defineix amb densitat constant una v.a. bidimensional (X,Y) . Calculeu:

1. La funció de densitat conjunta.
2. La funció de densitat marginal de X.
3. La probabilitat $P(X - Y > 0)$.
4. La funció de densitat conjunta del vector aleatori (U, V) on $U= X + 3Y$ i $V = 3X$.

Diplomatura d'Estadística, Universitat de Barcelona	Curs 1999-2000
ESTADÍSTICA MATEMÀTICA I	Convocatòria de juny
Cognoms:	Nom:

Problema 2

(Utilitza aquest full com a primer de la solució i afegeix els fulls que calgui, entrega aquest problema per separat amb aquest full com a portada).

En un estudi sobre el consum de carburant s'ha determinat que, pels automòbils d'un cert segment, les variables aleatòries $X = \text{"pes en kg"}$ i $Y = \text{"consum en l/100km"}$, pel cas dels vehicles amb motor de gas-oil, segueixen una distribució normal bivariant $N(\mu_x = 1200, \mu_y = 6.5, \sigma_x = 45, \sigma_y = 0.75, \rho = 0.8)$ mentre que pel cas dels de gasolina és una $N(\mu_x = 1100, \mu_y = 7.9, \sigma_x = 35, \sigma_y = 0.88, \rho = 0.7)$. També s'ha determinat que un 40% d'aquests automòbils és de gas-oil i un 60% de gasolina.

1. Indica la fórmula de la funció de densitat conjunta de (X, Y) per un automòbil del segment agafat a l'atzar.
2. Atès que el consum depèn del pes, al mateix estudi s'utilitza la variable aleatòria "consum intrínsec" definida com $C = -0.65X + 0.81Y$ com a mesura més intrínseca del consum del motor. Determina la distribució de C pel cas dels vehicles diesel i, *per separat*, pel cas dels de gasolina.
3. Agafem per separat un automòbil diesel i un altre de gasolina, tots dos a l'atzar. Determina la probabilitat que el diesel tingui un consum intrínsec C més gran.
4. Agafem dos automòbils a l'atzar. Determina la probabilitat que el primer tingui un consum intrínsec C superior al segon.