

## EXAMEN D'ESTADÍSTICA MATEMÀTICA III

Juny de 1996

1. La funció de densitat d'una v.a. és:

$$f(x; \beta) = \begin{cases} \frac{1}{6\beta^4} x^3 e^{-x/\beta} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{en cas contrari} \end{cases}$$

Donada una mostra aleatòria simple de  $X$  de mida  $n$  es demana:

- (a) Trobeu l'estimador del màxim de versemblança de  $\beta$ . Estudieu-ne la seva distribució asimptòtica, el seu biaix i la seva eficiència.
  - (b) Trobeu un regió crítica òptima uniformement (R.C.O.U.) per contrastar  $H_0 : \beta = 1$  enfront de  $H_1 : \beta > 1$  amb un nivell de significació  $\alpha = 0.01$ . És possible trobar una R.C.O.U. per al contrast  $H_0 : \beta = 1$  enfront de  $H_1 : \beta \neq 1$ ?
2. Nou adults s'han sotmès a un programa d'aprimament i han obtingut els pesos següents abans i després del tractament.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Abans	85	91	87	102	104	78	83	77	97
Després	82	90	88	98	104	83	80	72	92

Es eficaç el tractament? Responeu la pregunta, amb un nivell de significació del 5%, en els casos següents:

- (a) Sense fer cap suposició sobre les dades.
  - (b) Fent i comprovant les suposicions que creieu adients.
3. El grup sanguini  $M - N$  ve determinat per una sola parella de gens que poden donar individus amb el grup sanguini (*fenotip*)  $M$  (*genotip*  $L^M L^M$ ),  $M - N$  ( $L^M L^N$ ) o  $N$  ( $L^N L^N$ ). Un investigador ha recollit les dades següents corresponents a tres poblacions diferents:

Població	Individus	Grup $M$	Grup $M - N$	Grup $N$
Blancs (EEUU)	6129	1787	3039	1303
Navajos (EEUU)	361	305	52	4

- (a) Pot afirmar-se que la distribució dels grups sanguinis en les dues poblacions és la mateixa?
- (b) Un investigador proposa que la distribució dels genotips  $L^M L^M : L^M L^N : L^N L^N$  ve donada pel model  $p^2 : 2p(1 - p) : (1 - p)^2$ . Concorden les dades observades en cada població d'indis Navajos amb aquest model? Com relaciones la resposta a la primera i la segona preguntes?