

TEMA 8. Estadística no paramètrica

1. Una empresa, que tradicionalment començava les seves activitats diàries a les 9h., ha canviat l'horari per obrir a les 8h. i es pregunta si això haurà afectat els retards dels empleats. Per comprovar-ho, l'empresa va seleccionar 16 dels seus empleats i va mesurar els seus retards (en segons) en dos dies, un abans i l'altre després, del canvi horari. Determineu què se'n podrà deduir si els resultats van ser:

| | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 2.1—3.4 | 1.2—5.1 | 4.2—2.6 | 4.6—7.4 | 0.7—2.4 | 3.2—2.7 |
| 5.6—2.9 | 1.8—2.9 | 4.8—6.5 | 2.3—7.3 | 0.4—0.8 | 2.5—2.2 |
| 3.2—9.8 | 4.7—2.8 | 1.6—2.2 | 6.3—6.5 | | |

2. Certa comunitat ha modificat la procedència de l'aigua destinada al consum domèstic. Després d'un cert temps, es vol comprovar si això ha afectat a la concentració de sodi en la sang dels seus habitants, en el sentit que la distribució de dita concentració s'hagi traslladat cap a un costat o bé cap a l'altre, mentre que la distribució es suposa que gairebé no haurà variat. Es sap que la distribució de la quantitat de sodi per unitat de volum de sang era simètrica, a l'entorn de 3.24 g., amb l'antic subministrament d'aigua. Quina conclusió se'n pot treure si recentment s'han practicat 15 anàlisis amb els següents resultats:

| | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 2.37 | 2.95 | 3.40 | 2.64 | 3.66 | 3.18 | 2.72 | 3.61 |
| 3.87 | 1.97 | 1.66 | 3.72 | 2.10 | 1.83 | 3.03 | |

3. En la mateixa situació del exemple anterior, es van triar 8 persones a l'atzar i se'ls hi va analitzar el contingut de sodi en sang per unitat de volum, un cert temps (abans—després) del canvi del subministrament d'aigua. Quina és ara la conclusió, donats els següents resultats?:

| | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 3.34—2.58 | 2.82—2.46 | 3.06—3.50 | 2.30—2.16 |
| 4.22—3.78 | 3.55—3.19 | 2.61—2.94 | 2.83—1.94 |

4. Les vendes de dos establiments **A** i **B** van ser controlades durant 9 i 12 dies respectivament, amb els següents resultats (en milers de pessetes):

| | | | | | | | | | |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| A: | 132.5 | 167.4 | 180.8 | 124.6 | 136.6 | 147.5 | 159.9 | 117.8 | 106.3 |
| B: | 97.4 | 108.2 | 114.1 | 86.3 | 101.8 | 122.6 | 78.3 | 136.2 | 89.5 |
| | 118.4 | 109.2 | 92.7 | | | | | | |

Usant el test de Mann-Whitney proveu que, amb un nivell de significació inferior a 0.005, les vendes de l'establiment **A** són superiors a les del **B**.

5. El pes atòmic de 12 mostres de plom, provinents de desintegracions radioactives, ha estat determinada per dos procediments diferents **I** i **II**, obtenint-se els següents resultats:

| | | | | | | |
|------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| I: | 206.34 | 207.42 | 207.25 | 206.81 | 206.53 | 206.56 |
| | 207.38 | 206.90 | 207.32 | 206.72 | 207.24 | 207.67 |
| II: | 206.37 | 207.38 | 207.38 | 206.69 | 206.48 | 206.52 |
| | 207.31 | 206.94 | 207.21 | 206.58 | 207.18 | 207.65 |

on les mostres estan en el mateix ordre en ambdós casos. Utilitzeu el test dels signes i el del signe-rang per contrastar si existeix diferència significativa entre els dos procediments de determinació.

6. Es disposa de dues mostres independents sobre un cert índex de salaris dels obrers de dues localitats **A** i **B**, respectivament:

| | | | | | | | | | |
|-----------|------|------|------|------|-----|------|------|------|------|
| A: | 4.5 | 9.5 | 8.6 | 6.6 | 7.5 | 8.25 | 5.5 | 8.75 | 7.25 |
| | 7.35 | 6.5 | 8.25 | 6.6 | 5.9 | 5.5 | 7.25 | 5.5 | 6.5 |
| | 7.5 | 6.25 | 5.25 | 7.35 | 5.6 | 7.8 | 7.8 | | |
| B: | 12.1 | 4.1 | 13 | 8 | 16 | 8 | 10.5 | 15 | 10.5 |
| | 12.1 | 12.1 | | | | | | | |

Useu el test de Mann-Whitney-Wilcoxon, al nivell $\alpha = 0.1$, per contrastar la igualtat de les distribucions de les mostres.

7. Es sospita que el temps (en minuts) que utilitzen les empleades d'un centre, per esmorzar, és superior al que utilitzen els empleats. Les respectives mostres aleatòries van revelar les següents dades:

| | | | | | | | | |
|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Dones: | 23.6 | 22.3 | 24.5 | 20.5 | 23.9 | 21.2 | 23.4 | 24.1 |
| | 24 | 22.4 | 21.6 | 12.9 | | | | |
| Homes: | 19.2 | 23.2 | 24.7 | 20.6 | 19.8 | 22.5 | 21.6 | 20.7 |
| | 23.5 | 21.6 | 20.9 | 19.7 | | | | |

Quina conclusió se'n pot obtenir al nivell $\alpha = 0.05$?

8. Un estudi sobre els dies de pluja en diversos pobles de dues províncies **A** i **B** va donar els següents resultats:

| | | | | | | | |
|-----------|----|----|----|----|----|----|----|
| A: | 90 | 92 | 91 | 89 | 90 | 88 | 86 |
| B: | 85 | 87 | 86 | 89 | 86 | | |

Realitzant un contrast no paramètric amb $\alpha = 0.1$, suggereixen aquestes dades que el nombre mitjà de dies plujosos en ambdues províncies és diferent?.

9. D'una classe d'Estadística, es van seleccionar a l'atzar 11 estudiants i es van observar les seves qualificacions en dos exàmens consecutius, donades en la següent taula:

| Alumne | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Examen 1 | 7.9 | 8.3 | 6.2 | 8.2 | 8.0 | 7.8 | 4.9 | 6.2 | 8.9 | 7.8 | 9.4 |
| Examen 2 | 8.2 | 7.1 | 4.8 | 8.4 | 7.9 | 7.4 | 5.2 | 5.6 | 9.2 | 6.5 | 8.5 |

Utilitzeu el test dels signes i el del signe-rang, amb $\alpha = 0.05$, per determinar si les qualificacions del segon examen són superiors a les del primer.

10. Els temps de reacció (en minuts) de 10 ratolins quan se'ls hi administren dos compostos químics **A** i **B**, venen donats en la següent taula:

| Ratolí | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|----------|----|----|----|----|----|---|----|----|----|----|
| A | 34 | 46 | 16 | 55 | 44 | 1 | 14 | 15 | 24 | 19 |
| B | 20 | 0 | 8 | 37 | 34 | 1 | 1 | 2 | 8 | 7 |

Al nivell $\alpha = 0.05$, és significativa la diferència entre **A** i **B** respecte a la mediana?

SOLUCIONS

1. S'obté $P(T \geq 11) = 0.105$, podem rebutjar que el retard no ha augmentat amb nivell de significació $\alpha \leq 0.105$.
2. Usant el test del signe-rang amb un nivell de significació $\alpha = 0.1$ la hipòtesi que la mediana $M = 3.24$ pot ser rebutjada si $T \leq 30$ i per $\alpha = 0.05$ serà rebutjada si $T \leq 25$. Així les dades obtingudes permeten afirmar que la quantitat de sodi ha variat amb un risc d'error proper al 10%.
3. Amb nivell $\alpha = 0.05$ podem acceptar que el contingut de sodi no ha variat.
- 4.
5. El test dels signes accepta que no hi ha diferència entre ambdós procediments. El test del signe-rang accepta que no hi ha diferència amb nivell $\alpha = 0.05$, però ho rebutja per $\alpha = 0.1$.
6. Podem rebutjar la igualtat de les distribucions de les mostres.
7. No podem afirmar que el temps que utilitzen les dones per esmorzar sigui superior al dels homes.
8. Es pot concloure que el nombre mitjà de dies plujosos en ambdues províncies és diferent.
9. Amb el test dels signes no podem dir que hi hagi diferència entre les puntuacions, però amb el test del signe-rang podem afirmar que les puntuacions del segon examen són superiors a les del primer.
10. Tant amb el test dels signes com amb el del signe-rang podem afirmar que hi ha diferència respecte a la mediana entre **A** i **B**.