

Álgebra & Aplicaciones Industriales

Carlos D'Andrea

Bilbao, 3/4/ 25



¿Qué es la Ingeniería Matemática?

¿Qué es la Ingeniería Matemática?



¿Qué es la Ingeniería Matemática?



≡ Ingeniería matemática

De Wikipedia

De Wikipedia

≡ Ingeniería matemática

Artículo [Discusión](#)

La **ingeniería matemática** (también *matemáticas para ingeniería*) es una rama de la [ingeniería](#) que utiliza la [matemática aplicada](#) y que se apoya en el uso de herramientas computacionales para resolver problemas de la ingeniería, principalmente relacionados con el modelamiento de diversos procesos (tanto naturales como artificiales).

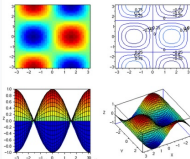
De Wikipedia

≡ Ingeniería matemática

Artículo [Discusión](#)

La **ingeniería matemática** (también *matemáticas para ingeniería*) es una rama de la [ingeniería](#) que utiliza la [matemática aplicada](#) y que se apoya en el uso de herramientas computacionales para resolver problemas de la ingeniería, principalmente relacionados con el modelamiento de diversos procesos (tanto naturales como artificiales).

Matemática técnica (Alemania),
Ingeniería civil matemática (Argentina)



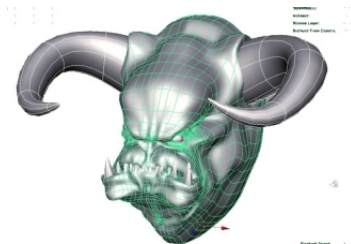
La simulación y modelamiento de procesos es parte
central de la ingeniería matemática



Simulación y modelamiento

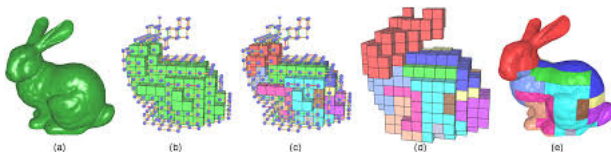
Simulación y modelamiento

Computer-aided geometric design deals with the mathematical description of shape for use in computer graphics, numerical analysis, approximation theory, data structures, and computer algebra.



From Wikiversity

While this field may be mathematical in nature, it is specifically geared toward use in computer science and in engineering fields, making it a field that stretches across several disciplines.



Proyectos Europeos: Math & DAO



Proyectos Europeos: Math & DAO



Algebraic Representations in Computer-Aided Design for complex Shapes 2017–2020

Proyectos Europeos: Math & DAO



Algebraic Representations in Computer-Aided
Design for complex Shapes
2017–2020



learninG, pRocessing And oPtimising shapES
2021–2024

Diseño Asistido por Ordenador

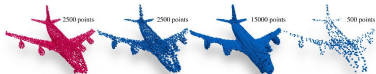
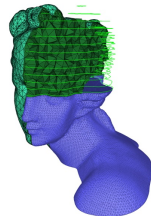


Image courtesy of Leif Wallin,
Visual Computing Institute, TU Braunschweig University



Diseño Asistido por Ordenador

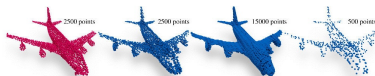


Image courtesy of Leif Ekblad,
Aircraft Concepting Institute, RWTH Aachen University

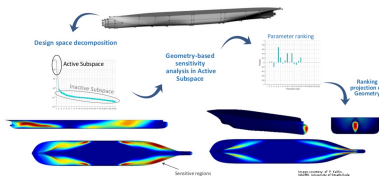
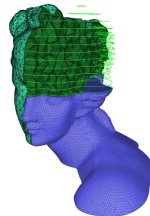
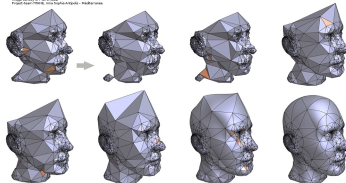
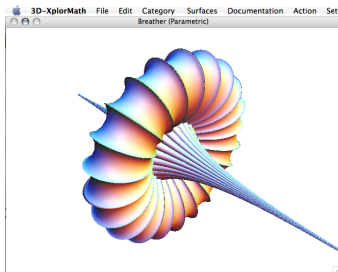


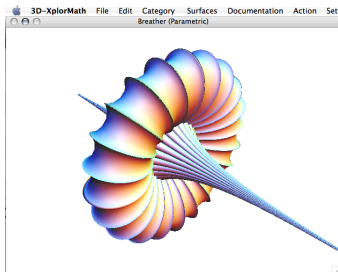
Image courtesy of Pierre Alliez,
Projet Aesthesis, Inria Sophia-Antipolis - Matheron



Curvas y superficies “en pantalla”

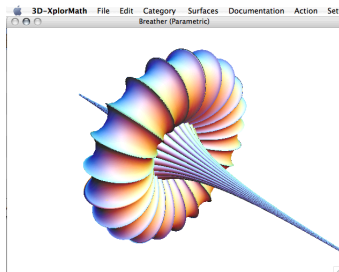


Curvas y superficies “en pantalla”



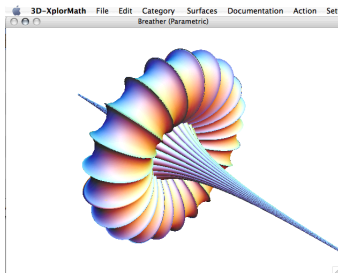
■ Álgebra

Curvas y superficies “en pantalla”



- Álgebra
- Geometría

Curvas y superficies “en pantalla”



- Álgebra
- Geometría
- Topología

Paramétrico vs implícito

Paramétrico vs implícito

Ecuaciones de la Recta

Para definir la recta, revisaremos tres formas de expresar la recta:

1. Ecuación Vectorial
2. Ecuación Simétrica (o Continua)
3. Ecuación Paramétrica

$$\text{Vectorial} \Rightarrow (x, y, z) = (x_1, y_1, z_1) + t(a, b, c)$$

$$\text{Paramétricas} \Rightarrow \left. \begin{aligned} x &= x_1 + a \cdot t \\ y &= y_1 + b \cdot t \\ z &= z_1 + c \cdot t \end{aligned} \right\} t \in \mathbb{R}$$

$$\text{Continua} \Rightarrow \frac{x - x_1}{a} = \frac{y - y_1}{b} = \frac{z - z_1}{c}$$

Paramétrico vs implícito

Ecuaciones de la Recta

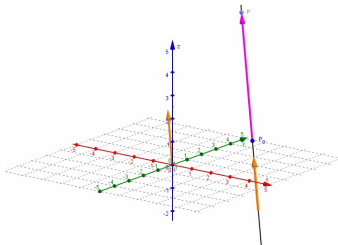
Para definir la recta, revisaremos tres formas de expresar la recta:

1. Ecuación Vectorial
2. Ecuación Simétrica (o Continua)
3. Ecuación Paramétrica

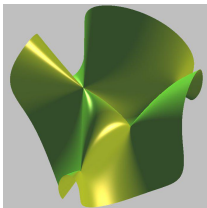
$$\text{Vectorial} \Rightarrow (x, y, z) = (x_1, y_1, z_1) + t(a, b, c)$$

$$\text{Paramétricas} \Rightarrow \begin{cases} x = x_1 + a \cdot t \\ y = y_1 + b \cdot t \\ z = z_1 + c \cdot t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

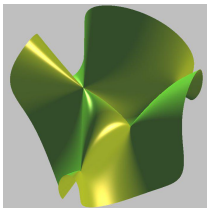
$$\text{Continua} \Rightarrow \frac{x - x_1}{a} = \frac{y - y_1}{b} = \frac{z - z_1}{c}$$



Curvas y superficies algebraicas

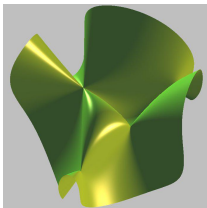


Curvas y superficies algebraicas



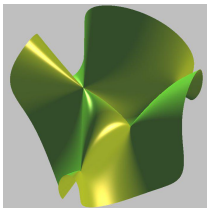
- En DAO, el input, el proceso y el output aritmético deben ser “finitos”

Curvas y superficies algebraicas



- En DAO, el input, el proceso y el output aritmético deben ser “finitos”
- Codificación finita y “corta” (polinomios / funciones racionales de grado muy bajo)

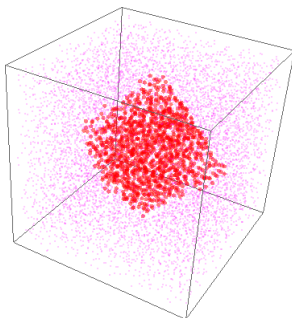
Curvas y superficies algebraicas



- En DAO, el input, el proceso y el output aritmético deben ser “finitos”
- Codificación finita y “corta” (polinomios / funciones racionales de grado muy bajo)
- La precisión se consigue “pegando” superficies (splines, etc.)

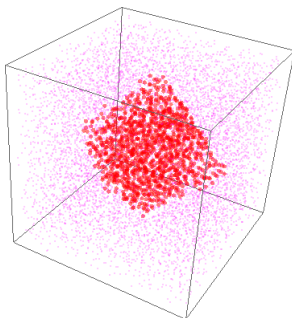
Formas implícitas y paramétricas

Formas implícitas y paramétricas



- Paramétrica: “dibuja” puntos

Formas implícitas y paramétricas



- Paramétrica: “dibuja” puntos
- Implícita: “separa” regiones

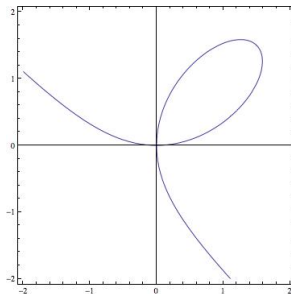
Pasar de una forma a la otra

Pasar de una forma a la otra

es importante

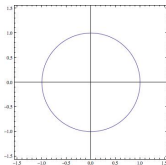
Pasar de una forma a la otra

es importante aunque no siempre es posible



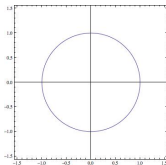
Ejercicio: el círculo unitario

Ejercicio: el círculo unitario



$$x^2 + y^2 - 1 = 0$$

Ejercicio: el círculo unitario

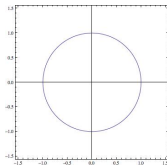


$$x^2 + y^2 - 1 = 0$$

$$\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$t \mapsto \left(\frac{a(t)}{b(t)}, \frac{c(t)}{d(t)} \right) ?$$

Ejercicio: el círculo unitario



$$x^2 + y^2 - 1 = 0$$

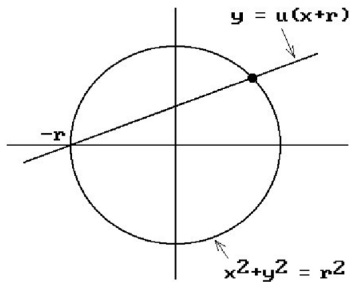
$$\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$t \mapsto \left(\frac{a(t)}{b(t)}, \frac{c(t)}{d(t)} \right) ?$$

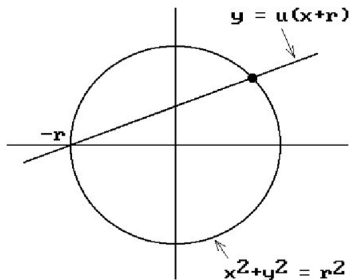
$$t \mapsto \left(\frac{1-t^2}{1+t^2}, \frac{2t}{1+t^2} \right)$$

¿Cómo se parametriza?

¿Cómo se parametriza?



¿Cómo se parametriza?



$$\begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \rightarrow & \mathbb{R}^2 \\ t & \mapsto & \left(\frac{1-t^2}{1+t^2}, \frac{2t}{1+t^2} \right) \end{array}$$

¿Cómo se implícita?

¿Cómo se implícita?

$$\begin{cases} (1 + t^2)x = 1 - t^2 \\ (1 + t^2)y = 2t \end{cases}$$

$$E_1(t, x, y) = -2t + 0x + (1 + t^2)y$$

$$E_2(t, x, y) = -2t^2 + 0x + (t + t^3)y$$

$$E_3(t, x, y) = 0 - 2tx + (1 - t^2)y$$

$$E_4(t, x, y) = 0 - 2t^2x + (t - t^3)y$$

¿Cómo se implícita?

$$\begin{cases} (1+t^2)x = 1-t^2 \\ (1+t^2)y = 2t \end{cases}$$

$$E_1(t, x, y) = -2t + 0x + (1+t^2)y$$

$$E_2(t, x, y) = -2t^2 + 0x + (t+t^3)y$$

$$E_3(t, x, y) = 0 - 2tx + (1-t^2)y$$

$$E_4(t, x, y) = 0 - 2t^2x + (t-t^3)y$$

$$\det \begin{pmatrix} y & -2 & y & 0 \\ 0 & y & -2 & y \\ y & -2x & -y & 0 \\ 0 & y & -2x & -y \end{pmatrix}$$

¿Cómo se implícita?

$$\begin{cases} (1+t^2)x = 1-t^2 \\ (1+t^2)y = 2t \end{cases}$$

$$E_1(t, x, y) = -2t + 0x + (1+t^2)y$$

$$E_2(t, x, y) = -2t^2 + 0x + (t+t^3)y$$

$$E_3(t, x, y) = 0 - 2tx + (1-t^2)y$$

$$E_4(t, x, y) = 0 - 2t^2x + (t-t^3)y$$

$$\det \begin{pmatrix} y & -2 & y & 0 \\ 0 & y & -2 & y \\ y & -2x & -y & 0 \\ 0 & y & -2x & -y \end{pmatrix} = -4y^2(x^2 + y^2 - 1)$$

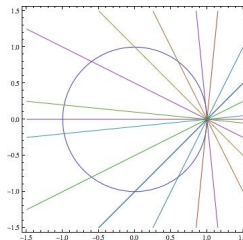
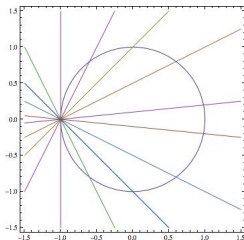
¿Se puede mejorar?

$$\begin{aligned} E_1(t, x, y) &= y - (1 + x) t \\ E_2(t, x, y) &= (-1 + x) + y t \end{aligned}$$

¿Se puede mejorar?

$$E_1(t, x, y) = \begin{pmatrix} y & -(1+x) & t \end{pmatrix}$$

$$E_2(t, x, y) = \begin{pmatrix} (-1+x) & +y & t \end{pmatrix}$$



$$\det \begin{pmatrix} y & -1-x \\ -1+x & y \end{pmatrix} = x^2 + y^2 - 1$$

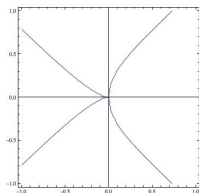
Una cuártica con punto triple

Una cuártica con punto triple

$$\begin{aligned}\phi(t) &= (1 - t^4 : -t^2 : t^3) \\ F(x, y) &= y^4 - x^4 - xy^2\end{aligned}$$

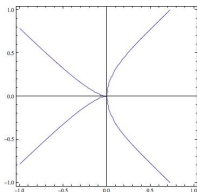
Una cuártica con punto triple

$$\phi(t) = (1 - t^4 : -t^2 : t^3)$$
$$F(x, y) = y^4 - x^4 - xy^2$$



Una cuártica con punto triple

$$\begin{aligned}\phi(t) &= (1 - t^4 : -t^2 : t^3) \\ F(x, y) &= y^4 - x^4 - xy^2\end{aligned}$$



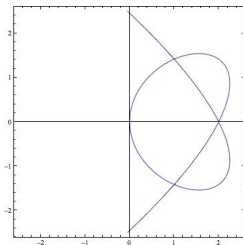
$$\begin{aligned}E_1(t, x, y) &= y + tx \\ E_2(t, x, y) &= (x^3 + y^2) + ty^3\end{aligned} \quad \begin{pmatrix} y & x \\ x^3 + y^2 & y^3 \end{pmatrix}$$

Una cuártica sin puntos triples

$$\phi(t) = (1 : 6t^2 - 4t^4 : 4t - 4t^3)$$
$$F(x, y) = y^4 + 4x^3 + 2xy^2 - 16^2x^2 - 6^2y^2 + 16^3x$$

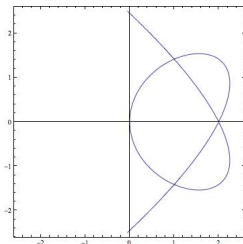
Una cuártica sin puntos triples

$$\phi(t) = (1 : 6t^2 - 4t^4 : 4t - 4t^3)$$
$$F(x, y) = y^4 + 4x^3 + 2xy^2 - 16x^2 - 6y^2 + 16x$$



Una cuártica sin puntos triples

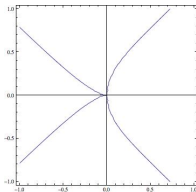
$$\phi(t) = (1 : 6t^2 - 4t^4 : 4t - 4t^3)$$
$$F(x, y) = y^4 + 4x^3 + 2xy^2 - 16x^2 - 6y^2 + 16x$$



$$E_1(t, x, y) = T_0(xy - y) + t(-y^2 - 2x + 4^2)$$
$$E_1(t, x, y) = T_0(x^2 + \frac{1}{2}y^2 - 2x) + t(y - xy)$$

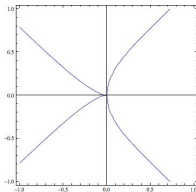
Singularidades concentradas...

Singularidades concentradas...



Si la curva tiene un punto de multiplicidad $d - 1$

Singularidades concentradas...



Si la curva tiene un punto de multiplicidad $d - 1$ la ecuación implícita se consigue como un determinante 2×2

$$\begin{vmatrix} L_1(x, y) & L'_1(x, y) \\ Q_{d-1}(x, y) & Q'_{d-1}(x, y) \end{vmatrix}$$

Algunos actores: Yairon

Algunos actores: Yairon



Algunos actores: Yairon



Departament de Matemàtiques i Informàtica
Universitat de Barcelona



UNIVERSITAT DE
BARCELONA

Blow-up algebras in Algebra, Geometry and
Combinatorics

by

Yairon Cid Ruiz

- Barcelona, 2019 -

Pablo

Pablo



Méthodes effectives pour les transformations birationnelles
multilinéaires et contributions à l'analyse polynomial de données

Pablo GONZÁLEZ-MAZÓN
Université Côte d'Azur, Inria AROMATH

Présentée en vue de l'obtention du grade de
docteur en Mathématiques d'Université Côte
d'Azur

Dirigée par:

Laurent BUSÉ, Directeur de Recherche,
Centre Inria d'Université Côte d'Azur, France

Soutenue le : 19 Décembre 2023

Devant le jury, composé de :

Laurent BUSÉ, Directeur de Recherche,
Centre Inria d'Université Côte d'Azur, France

Alicia DICKENSTEIN, Professeur Émérite,
Universidad de Buenos Aires, Argentina

Danièle FAENZI, Professeure,
Université de Bourgogne, France

Andreas HÖRING, Professeur,
Université Côte d'Azur, France

Senia YÉREZ-GÓZAL, Professeure,
Universidad de Almería, Spain



Pablo

Pablo

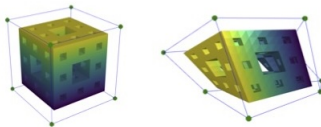


Figure 1.2.: free-form deformation of a 3D complex model by means of a trilinear rational map, defined by a net of $2 \times 2 \times 2 = 8$ control points.

Pablo

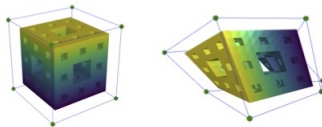
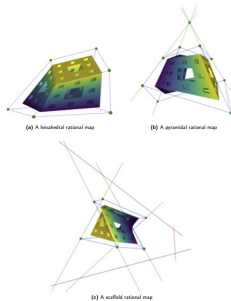


Figure 1.2.: free-form deformation of a 3D complex model by means of a trilinear rational map, defined by a net of $2 \times 2 \times 2 = 8$ control points.



Jean Michel

Jean Michel



Jean Michel



<https://did.org/>
<https://icrsd.org/>

VILNIUS UNIVERSITY

Jean Michel
MENJANAHARY

Cyclides and Cyclidic Splines

DOCTORAL DISSERTATION

Natural Sciences,
Mathematics (N 001)

Jean Michel

Jean Michel

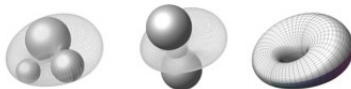


Figure 1.1: A Dupin cyclide as the envelope surface of a family of spheres in two ways.

Jean Michel

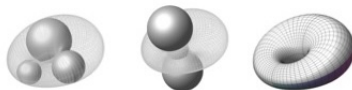


Figure 1.1: A Dupin cyclide as the envelope surface of a family of spheres in two ways.

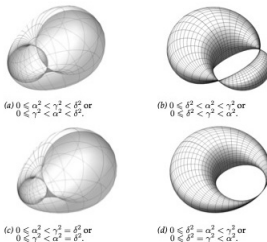
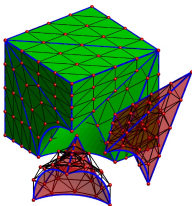
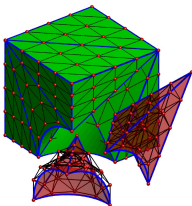


Figure 1.2: (a), (b) Spindle Dupin cyclides. (c), (d) Horn Dupin cyclides.

Más allá del álgebra y la geometría

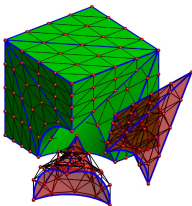


Más allá del álgebra y la geometría



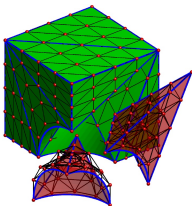
■ Análisis numérico

Más allá del álgebra y la geometría



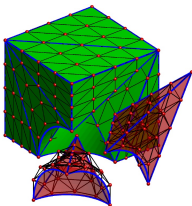
- Análisis numérico
- Robótica

Más allá del álgebra y la geometría



- Análisis numérico
- Robótica
- Aprendizaje automático

Más allá del álgebra y la geometría



- Análisis numérico
- Robótica
- Aprendizaje automático
- . . .

Muchas gracias!



cdandrea@ub.edu

<http://www.ub.edu/arcades/cdandrea.html>