

Pràctica 4. Estudi de la capacitat calorífica d'un sòlid

1 Fonament

1.1 Capacitat calorífica d'un sòlid. Calor específica d'un material

En estudiar el comportament tèrmic d'un sòlid, de massa m , el fenomen més rellevant que cal analitzar és la correlació entre la quantitat de calor (energia tèrmica, Q) que comuniquem al cos i l'increment de temperatura, ΔT , que experimenta. El paràmetre físic que dóna compte d'aquesta relació és la capacitat calorífica del cos, que es defineix com:

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \quad (1)$$

Més precisament, la definició anterior cal fer-la en el cas límit que els increments siguin petits, és a dir:

$$C = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{Q}{\Delta T} = \frac{dQ}{dT} \quad (2)$$

Aquesta magnitud física és proporcional a la massa, m , del cos. En el cas que aquest sigui homogeni, podem evitar aquesta dependència respecte de m , i considerar solament la naturalesa del cos i no la quantitat de material. Per fer-ho així tenim dues alternatives:

- Definir la capacitat calorífica per unitat de massa (també anomenada calor específica):

$$c = \frac{C}{m} = \frac{1}{m} \left(\frac{dQ}{dT} \right) \quad (3)$$

- Definir la capacitat calorífica molar:

$$c' = \frac{C}{n} = \frac{1}{n} \left(\frac{dQ}{dT} \right) \quad (4)$$

on n és el nombre de mols de matèria que hi ha en el cos (el nombre de mols es calcula dividint la massa del cos, m , entre la massa molecular, M).

1.2 Dependència de c' amb la temperatura i Llei de Dulong i Petit

Quan s'estudien les capacitats calorífiques molars de diversos sòlids, s'observa que:

- (a) El valor de c' depèn, en general, de la temperatura a la què es fa l'estudi.
- (b) Les gràfiques $c'(T)$ dels diferents materials presenten una forma semblant a la que mostra la figura 1.
- (c) En els casos en que el material està constituït per un sol element químic, el valor que assoleix c' a la zona plana corresponent a temperatures altes és

$$c' \approx 24,943 \frac{J}{mol K} = 3 N_A k_B = 3 R \quad (5)$$

on N_A és el nombre d'Avogadro, k_B és la constant de Boltzmann i R és la constant dels gasos. Cal tenir present que aquesta capacitat calorífica és per cada **mol d'àtoms**, és a dir, que si es tractés d'un mol de NaCl, tindríem un mol d'àtoms de Na, i un de Cl; en total dos mols d'àtoms.

- (d) S'observa que, a temperatura ambient, molts materials d'un sol element, ja presenten $c'=3R$, cosa que es coneix com a Llei de Dulong i Petit.

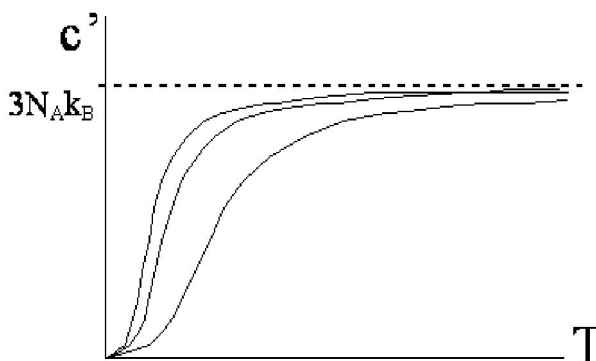


Figura 1

1.3 Objectiu del treball

Es mesurarà la capacitat calorífica d'un bloc metàl·lic. Per fer-ho, aplicarem una potència elèctrica coneguda a una resistència que té un bon contacte tèrmic amb el bloc.

$$P = V I \quad (6)$$

de forma que l'energia tèrmica subministrada al bloc durant un cert temps, t , serà

$$Q = V I t \quad (7)$$

Degut al procés d'escalfament, la temperatura del bloc experimentarà una evolució en el temps, $T(t)$. La mesura de la capacitat calorífica del bloc s'obindrà a partir de les representacions gràfiques de $Q(t)$ i $T(t)$. A partir de la C del bloc es determinarà la c i la c' del material.

1.4 Pèrdues tèrmiques

Tal com es planteja l'experiment, part de l'energia subministrada escapa cap a l'ambient i no contribueix a l'augment de la temperatura del bloc. Això comporta un error de tipus sistemàtic que caldrà avaluar per a corregir convenientment les mesures de les capacitats calorífiques.

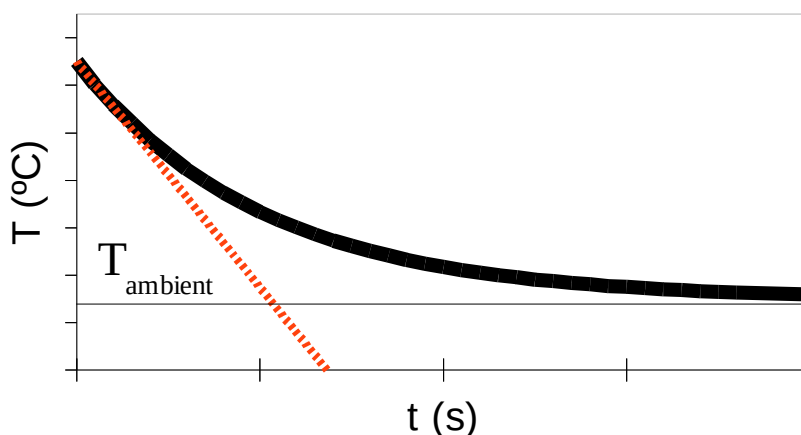


Figura 2

Es pot provar que quan un bloc a una temperatura inicial $T_{inicial}$ està en contacte amb un ambient a temperatura T_{amb} i es produeixen unes certes pèrdues tèrmiques, la dependència temporal (vegeu figura) de la temperatura del bloc és

$$T(t) = T_{amb} + (T_{inicial} - T_{amb}) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (8)$$

on τ és un paràmetre que ve determinat pels elements concrets de l'experiment (grandària del bloc i qualitat de l'aïllament). A partir de la mateixa equació tenim que, en el instant inicial, quan la temperatura del bloc és $T_{inicial}$, la derivada temporal val (línia puntejada)

$$\left(\frac{dT}{dt}\right)_{t=0} = -\frac{T_{inicial} - T_{amb}}{\tau} \quad (9)$$

La figura 3 mostra una representació $T(t)$ del procés d'escalfament, juntament amb un detall de la corba (en traç gruixut i marcat com a *a*. En l'esquema s'hi ha afegit el tram *b*, que correspondria a l'evolució que experimentaria la temperatura degut a les pèrdues tèrmiques si en aquell punt deixéssim d'escalfar, i el tram *c*, que seria l'evolució $T(t)$ si no hi haguessin pèrdues tèrmiques.

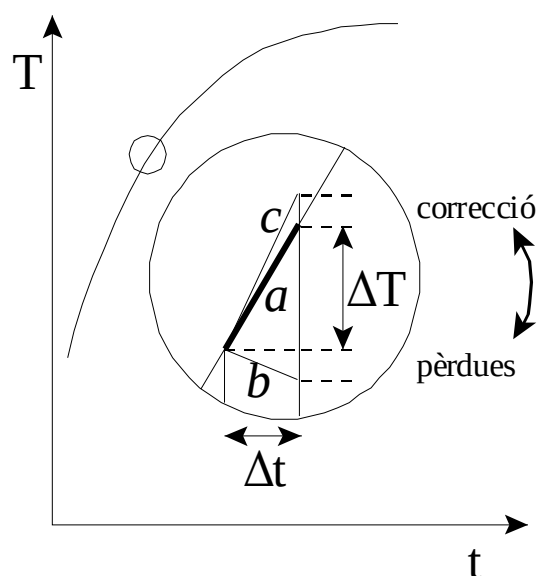


Figura 3

2 Dispositiu experimental

- 2 Blocs cilíndrics metàl·lics de diferents masses i/o naturaleses (Cu, Fe o Al). Cada bloc incorpora internament una resistència elèctrica calefactora i una cavitat a la part superior per a la mesura de la temperatura. Els contactes elèctrics per a la resistència calefactora es troben en les dues cavitats de la part inferior dels cilindres.
- Plataforma-suport dotada de contactes elèctrics verticals rígids i cables per a la connexió al circuit elèctric d'escalfament.
- Termòmetre constituït per una sonda i la seva unitat electrònica
- Aïllament tèrmic del bloc
- Font d'alimentació de corrent continu de baixa tensió (per a la resistència calefactora del bloc).
- Cronòmetre.
- Multímetre
- Cables de connexió elèctrica

3 Procediment experimental

3.1 Determinació de les dimensions i masses dels cilindres

En algun moment de la sessió (consulteu amb els professors) determineu la massa dels blocs metàl·lics i mesureu les seves dimensions (diàmetres i alçades).

3.2 Determinació de la resistència calefactora

Col·loqueu el bloc sobre la plataforma-suport amb els dos contactes-agulla entrats en els dos forats-contacte del bloc i connecteu els cables al multímetre emprat com a òhmmetre. Pressioneu lleugerament el bloc contra els contactes-agulla per assegurar que el contacte elèctric sigui bo i mesureu el valor de la resistència. Calculeu quina tensió cal aplicar-li per a que la potència elèctrica dissipada per efecte Joule sigui d'uns 6 W.

3.3 Procés d'escalfament

Cobriu el bloc metàl·lic amb l'embolcall aïllant i col·loqueu la sonda de temperatura dins del bloc, entrant-la a fons pel forat superior de l'embolcall. Anoteu la temperatura inicial del bloc metàl·lic abans d'escalfar.

Engegueu la font d'alimentació elèctrica i fixeu-hi la tensió que heu calculat a l'apartat anterior. Connecteu el bloc a la font i, simultàniament, poseu en marxa el cronòmetre. Observeu en el mesurador de la font que circula corrent per la resistència i que és aproximadament el valor desitjat, calculat prèviament.

Anoteu els valors de tensió i intensitat proporcionats per la font d'alimentació, que us permetran determinar la potència aplicada ($P = I \cdot V$), i que es mantindran constants durant tot l'experiment. Mesureu les temperatures creixents del bloc i anoteu-ne el seu valor i el temps de cada mesura.

IMPORTANT: Com que la sonda de temperatura canvia la lectura a intervals espaiats aproximadament de 20 s, és més exacte esperar el moment que canvia la lectura i anotar llavors el nou valor de T i el temps exacte t en que ha canviat de valor. Degut a que convé anotar el temps sense parar el cronòmetre, és convenient prémer la tecla SPLIT i tornar-la a prémer un cop s'ha anotat t .

Construiu una taula amb els valors de la temperatura del bloc en funció del temps, fins a assolir una temperatura màxima aproximadament de 60°C. Les dades de T anotades estaran espaiades a intervals de 20 s aproximadament. En arribar a 60°C desconnecteu l'alimentació elèctrica. En total hauran transcorregut entre 15 i 20 minuts aproximadament.

3.4 Dades per a la determinació de les pèrdues tèrmiques

Continueu prenent alguns valors de la temperatura en funció del temps durant uns 7 minuts més. Això us permetrà observar que la temperatura disminueix llavors lleugerament, a causa de les pèrdues de calor del bloc a través de l'aïllant.

3.5 Finalització

En acabar, desconnecteu el bloc de la font, traieu la part superior de l'aïllant i la sonda de temperatura, i **amb cura de no cremar-vos** retireu el bloc que heu mesurat i deixeu-lo a sobre d'una planxa metàl·lica que trobareu al laboratori perquè es refredi més ràpidament. Podeu emprar el mateix

aïllant tèrmic per transportar-lo fins a la planxa.

3.6 Estudi del segon bloc

Repetiu 3.2, 3.3, 3.4, i 3.5 per al segon bloc a estudiar.

4 Elaboració de l'informe

- Presenteu les dades experimentals relatives a les dimensions i massa del bloc, resistència calefactora, tensió, intensitat i potència subministrades amb els errors corresponents.
- Presenteu en una taula els valors de temperatura, temps i energia subministrada al bloc, amb una estimació dels errors corresponents a cada magnitud.
- Representeu en una gràfica la temperatura assolida pel bloc en funció del total de l'energia subministrada fins a aquell moment. Observeu que els punts representats queden aproximadament alineats, determineu el pendent de la recta i, a partir d'aquest pendent, la capacitat calorífica molar mitjana del bloc metàl·lic.
- A partir de la gràfica obtinguda, justifiqueu si la c del metall és constant en tot el rang de temperatures estudiat o bé presenta una certa dependència respecte de la temperatura. Representeu gràficament c en funció de la temperatura.
- Per a un dels blocs, i a partir de la dependència $T(t)$ del refredament, determineu el pendent (dT/dt) per a la temperatura final de l'escalfament
- A partir del valor obtingut a l'apartat (e) i de del fet que l'equació 9 implica que

$$\left(\frac{dT}{dt}\right)_1 = \left(\frac{dT}{dt}\right)_2 \frac{T_1 - T_{amb}}{T_2 - T_{amb}} \quad (10)$$

determineu els pendents de refredament per a cadascuna de les temperatures mesurades en el procés d'escalfament. Afegiu aquests pendents, com una columna, a la taula de dades

- Determineu les pèrdues tèrmiques produïdes entre un temps t_i i el t_{i+1}

$$(\Delta T_{pèrdues})_i = \left(\frac{dT}{dt}\right)_i (t_{i+1} - t_i) \quad (11)$$

Afegiu aquestes pèrdues, com una columna, a la taula de dades.

- A la taula de dades, genereu una columna amb les pèrdues acumulades

$$(\Delta T_{pèrdues acumulades})_i = \sum_{i'=1}^i (\Delta T_{pèrdues})_{i'} \quad (12)$$

i, a partir d'ella, una de temperatures corregides

$$(T_i)_{corregida} = T_i + (\Delta T_{pèrdues acumulades})_i \quad (13)$$

- Afegeix a la gràfica elaborada a l'apartat (c) la $T_{corregida}(t)$ i fes l'ajust per a determinar la capacitat calorífica, C , del bloc i, a partir d'ella, c i c' . Compara c' amb el valor obtingut sense corregir les pèrdues i amb $3R$.

5 Qüestions

- (a) En quines unitats es mesuren C , c i c' ?
- (b) Què val el quocient c/c' per a un determinat material?
- (c) Per què cal que el bloc metàl·lic estigui ben aïllat tèrmicament?

1.2 Error sistemàtic degut a fuites tèrmiques

En el procés d'escalfament del bloc metàl·lic, aquest s'ha d'aïllar tèrmicament de l'ambient. Si no és així, part de l'energia aportada s'escapa del bloc i no contribueix a incrementar la seva temperatura. Les pèrdues tèrmiques es detecten experimentalment quan s'interromp el subministrament de potència i s'observa que la temperatura del bloc no es manté constant sinó que disminueix lentament en el temps. Pel que fa al nostre estudi de la capacitat calorífica, aquestes fuites comporten un error sistemàtic, ja que els increments de temperatura del bloc sempre són inferiors al cas ideal (sense fuites de calor) i en resulten valors de capacitat calorífica superiors als reals.

1.3 Escalfament i fuites tèrmiques

Quantitativament, de tota l'energia subministrada, $V I \Delta t$, una part contribueix a incrementar la temperatura del bloc, $c m \Delta T$, mentre que una s'escapa cap a l'ambient, $K (T - T_{\text{amb}}) \Delta t$, per la qual cosa:

$$V I \Delta t = c m \Delta T + K (T - T_{\text{amb}}) \Delta t$$

Si, en aquesta equació, aïllem el ritme temporal de variació de la temperatura del bloc, $\Delta T / \Delta t$, obtenim

$$\Delta T / \Delta t = (c m)^{-1} V I - (c m)^{-1} K (T - T_{\text{amb}})$$

on la constant K:

- dóna compte de com són de grans les pèrdues tèrmiques
- depèn del sistema experimental (materials d'aïllament, geometria, etc) de mesura
- té un valor que, a priori, és desconegut.

El quocient $\Delta T / \Delta t$ és el pendent que presenta la gràfica de l'evolució temporal de la temperatura, $T(t)$, que enregistrem en escalfar el bloc i resulta ser la suma de dos termes. El primer és el ritme amb el que s'incrementaria T si no hi haguessin pèrdues ($K=0$) i que, a priori, no coneixem

$$(\Delta T / \Delta t)_{\text{ideal}} = (c m)^{-1} V I$$

El segon terme és el ritme amb el que les pèrdues fan disminuir la temperatura quan, per a una temperatura, T, qualsevol, anul·lem el subministrament de potència ($V I = 0$)

$$(\Delta T / \Delta t)_{\text{pèrdues}} = - (c m)^{-1} K (T - T_{\text{amb}})$$

La figura ## mostra esquemàticament les diferents contribucions al pendent en una gràfica $T(t)$.

1.4 Correcció de l'efecte de les fuites tèrmiques.

Les equacions de l'apartat anterior permeten determinar la contribució de les fuites tèrmiques (tot i que K és desconegut) i corregir el seu efecte en les mesures. Per fer-ho, en arribar a una determinada temperatura, T_{off} , desconnectem el subministrament de potència, amb la qual cosa la temperatura disminueix en el temps a un ritme donat per

$$(\Delta T / \Delta t)_{\text{pèrdues}} = - (c m)^{-1} K (T_{\text{off}} - T_{\text{amb}})$$

El valor de $(\Delta T / \Delta t)_{\text{pèrdues}}$ enregistrat, juntament amb el pendent, $(\Delta T / \Delta t)$, mesurat just abans de desconnectar el subministrament de potència, permet d'obtenir $(\Delta T / \Delta t)_{\text{ideal}}$

$$(\Delta T / \Delta t)_{\text{ideal}} = (\Delta T / \Delta t) - (\Delta T / \Delta t)_{\text{pèrdues}}$$

Cal tenir present que:

- en la forma en que hem fet el tractament, $(\Delta T / \Delta t)_{\text{pèrdues}} < 0$, i per tant la correcció que apliquem proporciona un pendent $(\Delta T / \Delta t)_{\text{ideal}} > \Delta T / \Delta t$
- el valor de $(\Delta T / \Delta t)_{\text{pèrdues}}$ obtingut pot aplicar-se a directament a T_{off} , però no altres temperatures, ja que les fuites tèrmiques depenen del valor de T

1.5 Correcció de les pèrdues tèrmiques en tot el rang de mesura

La correcció que s'ha aplicat a T_{off} es pot fer extensiva a altres temperatures, utilitzant el fet que el factor $(c m)^{-1} K$ solament depèn de la geometria i de la naturalesa dels materials, però no de T ni de T_{amb} . Així doncs, i per a cada T, podem calcular

$$(\Delta T / \Delta t)_{\text{pèrdues}} = - (c m)^{-1} K (T - T_{\text{amb}}) = [(\Delta T / \Delta t)_{\text{pèrdues}}]_{\text{off}} (T - T_{\text{amb}}) / (T_{\text{off}} - T_{\text{amb}})$$

on $[(\Delta T/\Delta t)_{\text{pèrdues}}]_{\text{off}}$ és el pendent degut a les pèrdues mesurat en el moment de tallar el subministrament de potència (l'obtingut a l'apartat 1.4)

dos punts (P_1 i P_2), experimentals i consecutius, de l'enregistrament de la temperatura en funció del temps en un procés d'escalfament amb pèrdues. En aquest esquema s'hi ha afegit un altre punt (P_3) que es correspon a la temperatura que tindria el bloc a l'instant $t+\Delta t$ si, a l'instant t , s'hagués aturat el subministrament de potència. Es dedueix que, en primera aproximació, la correcció que cal fer a $T(t+\Delta t)$ per compensar les pèrdues és afegir $\Delta T_{\text{refredament}}$, per tal d'obtenir la temperatura corresponent al punt P_4 . Error sistemàtic degut a fuites tèrmiques

En el procés d'escalfament del bloc metàl·lic, aquest s'ha d'aïllar tèrmicament de l'ambient. Si no és així, part de l'energia aportada va a parar fora del bloc i no contribueix a incrementar la seva temperatura. Les pèrdues tèrmiques es detecten experimentalment quan s'interromp el subministrament de potència i s'observa que la temperatura del bloc no es manté constant sinó que disminueix lentament en el temps. Pel que fa al nostre estudi de la capacitat calorífica, aquestes fuites comporten un error sistemàtic, ja que els increments de temperatura del bloc són inferiors al cas ideal (sense fuites de calor) i en resulten valors de capacitat calorífica superiors als reals. Correcció de l'efecte de les fuites tèrmiques.

El procediment que se seguirà es basa en fer una estimació de com s'han de corregir els ΔT mesurats experimentalment quan es tenen en compte les fuites. La figura ## mostra dos punts (P_1 i P_2), experimentals i consecutius, de l'enregistrament de la temperatura en funció del temps en un procés d'escalfament amb pèrdues. En aquest esquema s'hi ha afegit un altre punt (P_3) que es correspon a la temperatura que tindria el bloc a l'instant $t+\Delta t$ si, a l'instant t , s'hagués aturat el subministrament de potència. Es dedueix que, en primera aproximació, la correcció que cal fer a $T(t+\Delta t)$ per compensar les pèrdues és afegir $\Delta T_{\text{refredament}}$, per tal d'obtenir la temperatura corresponent al punt P_4 .

Cal adonar-se de que no es pot aplicar el mateix $\Delta T_{\text{refredament}}$ a tots els punts enregistrats, ja que les pèrdues de calor, $\Delta Q_{\text{pèrdues}}$, cap a l'ambient depenen de la diferència de temperatures entre l'ambient, T_{amb} , i el bloc, T .

$$\Delta Q_{\text{pèrdues}} = K (T - T_{\text{amb}}) \Delta t$$

i aquest valor es fa més gran com més gran és T . Així doncs, caldrà determinar quan val $\Delta T_{\text{refredament}}$ per a cadascuna de les temperatures enregistrades. L'estudi del problema mostra que, en el refredament, $T(t)$ segueix una dependència exponencial decreixent

$$T(t) = T_{\text{amb}} + (T_1 - T_{\text{amb}}) \exp \{-\alpha t\}$$

cosa que implica que la derivada de $T(t)$ a $t=0$ val

$$(dT/dt)_{t=0} = -\alpha (T_1 - T_{\text{amb}})$$

Tot i que no sabem quan val α , podem utilitzar aquest resultat. Si es mesura el pendent del refredament en desconnectar el subministrament de potència, i solament mesurant el valor del primer pendent de refredament $(dT/dt)_{t=0}$ en el moment en que, al final del procés d'escalfament, desconnectem el subministrament de potència, podem determinar $\Delta T/\Delta t$ en qualsevol de les temperatures enregistrades.

$$\Delta T/\Delta t = (\Delta T/\Delta t)_{\text{final}} (T_f - T_{\text{amb}})^{-1} (T - T_{\text{amb}})$$

La correcció de temperatura que caldrà aplicar a cada T vindrà donada per $\Delta T_i = \Delta T/\Delta t (t_i - t_{i-1})$

En el nostre cas, doncs

La figura ## mostra dues d'aquestes dependències. Una que comença quan el bloc està a una temperatura T_1 i l'altra quan està a T_2 . Es pot veure una propietat de

El següent pas serà determinar quan ha de valer el $\Delta T_{\text{refredament}}$.

El ritme de disminució de la temperatura es pot usar per a quantificar les pèrdues i corregir la mesura de la capacitat calorífica. Per fer-ho, s'atura el procés d'escalfament, es mesura la disminució de temperatura del bloc ΔT en un temps Δt i, a partir d'aquestes variacions, es calcula l'energia que ha escapat a l'ambient

$$\Delta Q = c m \Delta T$$

Per altra banda, aquesta fuga de calor és deguda a la diferència $T - T_{\text{amb}}$, i per tant i de forma aproximada,

$$\Delta Q = K (T - T_{\text{amb}}) \Delta t$$

on K és una constant de proporcionalitat, que en principi no coneixem i que té en compte els tres mecanismes coneguts de transmissió de calor. Cal adonar-se que, per un mateix Δt , ΔQ no és la mateixa en tot el procés d'escalfament, sinó que es fa més gran a mesura que la temperatura del bloc augmenta. Així doncs, quan s'està escalfant el bloc amb una potència $P=VI$ però en el procés hi ha fuites de calor, cal tenir-les presents i, per tant, el balanç energètic en un temps Δt val

$$VI \Delta t = c m \Delta T + K (T - T_{\text{amb}}) \Delta t$$

d'on obtenim

$$\Delta T / \Delta t = (c m)^{-1} \{VI - K (T - T_{\text{amb}})\}$$

El valor numèric del segon terme de l'equació és el pendent que mesurem en escalfar, incloent-hi les pèrdues. Si aturem l'escalfament, el pendent resulta ser

$$(\Delta T / \Delta t) = - (c m)^{-1} K (T - T_{\text{amb}})$$

Aquesta expressió permet de saber aproximadament quant valen les pèrdues per a una temperatura, T , qualsevol. Per fer-ho es mesurarà $\Delta T / \Delta t$ en el moment en el que s'aturarà l'escalfament, instant en el que la temperatura del bloc és T_f ,

$$(\Delta T / \Delta t)_{\text{final}} = - (c m)^{-1} K (T_f - T_{\text{amb}})$$

d'on s'obté el valor dels paràmetres dels que depèn el procés de refredament

$$- (c m)^{-1} K = (\Delta T / \Delta t)_{\text{final}} / (T_f - T_{\text{amb}})$$

cosa que permet de conèixer el pendent de refredament $\Delta T / \Delta t$ per a una T qualsevol

$$\Delta T / \Delta t = (\Delta T / \Delta t)_{\text{final}} (T_f - T_{\text{amb}})^{-1} (T - T_{\text{amb}})$$

Aquest valor cal afegir-lo al pendent $\Delta T / \Delta t$ obtingut en cada punt del procés d'escalfament per a compensar les fuites

mentre que en un punt intermedi de l'escalfament, podem

Cal adonar-se que, per un mateix Δt , ΔQ és més petita com més petita és la diferència entre la temperatura del bloc i de l'ambient. El tractament matemàtic del fenomen mostra que, a partir d'una temperatura T_1 el refredament $T(t)$ és

$$T(t) = T_{\text{amb}} + (T_1 - T_{\text{amb}}) \exp \{(-t/\tau)\}$$

Això fa que si, a partir d'una temperatura inicial, T_1 , l'evolució serà deixem