



B Universitat de Barcelona

FACULTAT DE FÍSICA
DEPARTAMENT DE FÍSICA FONAMENTAL

MEMÒRIA DE TESI DOCTORAL PRESENTADA PER OPTAR AL
TÍTOL DE DOCTOR EN FÍSICA PER LA UNIVERSITAT DE BARCELONA

L'EXPERIMENT D'STERN I GERLACH EN EL SEU CONTEXT TEÒRIC: LA HISTÒRIA D'UNA REORIENTACIÓ

Blai Pié i Valls

Director: Dr. Enric Pérez Canals

Tutor: Dr. Giancarlo Franzese

Barcelona, juny de 2015

PROGRAMA DE DOCTORAT EN FÍSICA DE LA MATÈRIA CONDENSADA

L'EXPERIMENT D'STERN I GERLACH
EN EL SEU CONTEXT TEÒRIC:
LA HISTÒRIA D'UNA REORIENTACIÓ

Tesi que presenta Blai Pié i Valls

per optar al títol de Doctor per la Universitat de Barcelona

Director de Tesi: Dr. Enric Pérez Canals



DEPARTAMENT DE FÍSICA FONAMENTAL, FACULTAT DE FÍSICA

Taula de continguts

1	Introducció	1
1.1	L'experiment d'Stern-Gerlach	1
1.2	Motivació didàctica	2
1.3	Sobre aquesta tesi	8
2	Teoria Quàntica Antiga	17
2.1	Introducció: una primera teoria dels <i>quanta</i>	17
2.2	1913: d'espectres i d'àtoms	20
2.3	1916: teoria de Sommerfeld	29
2.3.1	Òrbites el·líptiques i relativistes	32
2.3.2	Condicions de quantització	36
2.4	Principis Fonamentals: 1918–1923	38
2.4.1	Principi Adiabàtic	45
2.4.2	Principi de Correspondència	52
3	Quantització Espacial	59
3.1	Introducció	59
3.2	L'efecte Zeeman	61
3.3	El naixement de la quantització espacial	69
3.4	La quantització espacial en les teories quàntiques antigues	76
3.4.1	Sommerfeld	77
3.4.2	Bohr	87
3.5	Usos i expectatives de la quantització espacial	102
3.5.1	Birefringència quàntica	105
3.5.2	El nombre quàntic <i>intern</i>	107
4	L'experiment d'Stern i Gerlach	113
4.1	Introducció	113
4.2	Born, Stern i Gerlach a Frankfurt	116
4.3	Dels feixos moleculars...	123
4.4	...a la quantització espacial	132
4.5	Stern i Gerlach: una col·laboració breu	137
4.5.1	Refinament de l'experiment i resultats	142
4.6	Embolc històric	148

5	Conseqüències Teòriques de l'experiment d'Stern-Gerlach	155
5.1	Introducció	155
5.2	Einstein i Ehrenfest: un duet a Leiden	157
5.2.1	Amistat	157
5.2.2	Lorentz: tancant el cercle	162
5.2.3	Presa de contacte	164
5.3	Esbós de “Quantentheoretische Bemerkung...”	167
5.4	(Des)construcció de l'article	170
5.4.1	Precessió de Larmor	170
5.4.2	Dues noves hipòtesis	175
5.4.3	Problemes, objeccions, solucions	180
5.4.4	Versió final de l'article: una escletxa en la teoria quàntica . . .	187
5.5	Respostes	189
5.5.1	Bohr: un peu de pàgina	189
6	Comentaris finals	201
7	Summary and Conclusions	211
7.1	Summary	211
7.2	Conclusions	214
	Referències	241
	Abreviacions	241
	Bibliografia	242

Capítol 1

Introducció

1.1 L'experiment d'Stern-Gerlach

A principis del 1922 Otto Stern i Walther Gerlach obtenien els resultats definitius d'un projecte experimental que feia gairebé un any que perseguien: la verificació experimental de l'orientació dels dipols magnètics atòmics quan són immersos en un camp magnètic extern. El muntatge experimental, conegut com a *experiment d'Stern-Gerlach* o simplement *Stern-Gerlach*, consistia en fer passar un feix colimat d'àtoms de plata entre els pols d'un imant asimètric i, a partir de la força que els àtoms experimenten degut a la inhomogeneïtat del camp magnètic, mesurar-ne la desviació a partir de la posició d'impacte en un col·lector (o pantalla).

Es considera que els resultats d'aquest experiment van confirmar una vegada més la caducitat dels conceptes de la mecànica clàssica, però se'n poden extreure diverses lectures: sovint s'afirma erròniament que l'Stern-Gerlach va constituir una incògnita pels físics de l'època —ja que la teoria havia predit tres taques en comptes de les dues observades—, o una motivació per la formulació teòrica del concepte d'espín electrònic. Una ullada a les fonts històriques desvela de seguida que això no va ser així: l'aparició de l'espín va trigar encara tres anys, el 1925, i va estar motivada per unes altres discrepàncies entre teoria i experiment. Durant aquests tres anys no tenim constància que ningú es qüestionés el nombre de taques observades ni la seva adequació a la teoria vigent. Més encara, no va ser fins el 1927 que, ja en el marc de la Mecànica Quàntica i amb l'espín ben consolidat, es va establir la connexió entre les dues taques observades per Stern i Gerlach i la bivaluació de l'espín semienter dels electrons.

Tornant al 1922, en aquell moment històric, l'Stern-Gerlach va representar simplement una confirmació de la teoria quàntica i del que aleshores es coneixia com a

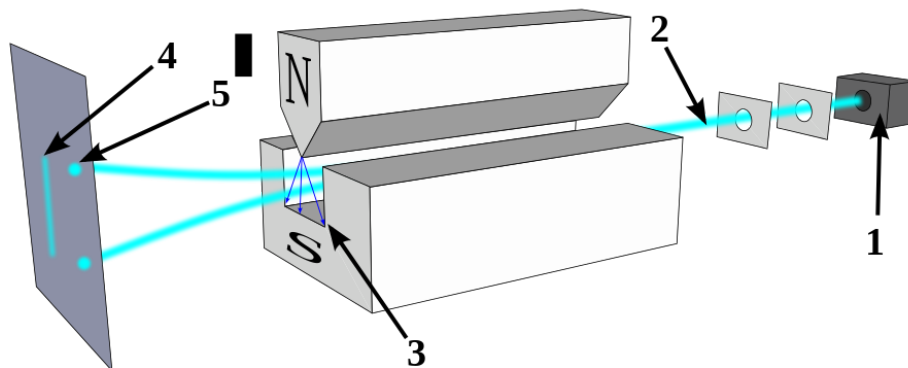


Figura 1.1: Esquema del muntatge experimental d'Stern i Gerlach, tal i com se l'acostuma a representar.

quantització espacial. I de manera més secundària potser, va jugar un rol arbitral entre les teories de Bohr i Sommerfeld, que discrepaven en la predicció del nombre de feixos que havien d'aparèixer.

1.2 Motivació didàctica

Richard Feynman afirmava, a les seves famoses *Lectures on Physics*, que l'experiment més rellevant de la física quàntica, el que codifica totes les peculiaritats bàsiques de la teoria o, en paraules textuais, el que “conté l'únic misteri”,¹ és l'experiment de la doble escletxa. Durant unes quantes pàgines, el professor del Caltech explica en detall aquest experiment i així il·lustra, tal i com havia promès, les principals característiques de la teoria quàntica.² Possiblement sigui cert que aquest és l'experiment més complet si ens obliguem a explicar les principals característiques de la quàntica

¹Feynman et al. 1963, pp. 37-2.

²Feynman et al. 1963, pp. 37-2–37-10.

restringint-nos a un únic experiment; però aquesta és una limitació no només innecessària, sinó força contraproduent si tenim pretensions pedagògiques. El mateix Feynman utilitza una gran diversitat d'experiments per il·lustrar-ne diferents aspectes de la teoria. El mateix podem dir, per sort, de la majoria de llibres de text de mecànica quàntica enfocats a un perfil d'estudiant de carrera de física o similar, que lògicament utilitzen un ampli ventall d'experiències reals i imaginàries (els anomenats *Gedankenexperimente*) per il·lustrar els coneixements que pretenen transmetre. D'entre aquests, sens dubte, la doble esclatxa té un lloc privilegiat, però sovint comparteix el pedestal amb, com a mínim, dos experiments més: el *gat d'Schrödinger* —*Gedankenexperiment* per excel·lència— i l'Stern-Gerlach. Aquest últim constitueix el tema central d'estudi en aquesta tesi.

Per què l'Stern-Gerlach? Una primera motivació és que es considera un dels experiments més importants de la teoria quàntica, com acabem de dir —i justifiarem al llarg d'aquesta introducció. Però si mirem més de prop la posició que l'Stern-Gerlach ocupa en l'ideari compartit dels físics —estudiants, professors, investigadors, divulgadors— és sorprenent fins a quin punt hi ha una idea equivocada del que significa, o va significar, aquest experiment. Sovint és explicat amb un discurs que, no només és inexacte i equívoc, sinó que el podem titllar fins i tot d'erroni. L'Stern-Gerlach és víctima d'una injustícia històrica, perpetuant generació rere generació una reconstrucció històrica excessivament simplista que, com totes les tergiversacions històriques, mina la nostra capacitat crítica i deforma la narració de l'evolució de les idees científiques.

Això no vol dir que l'Stern-Gerlach sigui l'únic cas: sense anar més lluny, el *gat d'Schrödinger* ha estat —i és encara— víctima de malentesos històrics i simplificacions excessives. Fins al punt que sovint se'l cita en un sentit *oposat* al que inicialment pretenia Erwin Schrödinger quan va imaginar un experiment de tan macabres conseqüències. A diferència de l'Stern-Gerlach, però, el *gat d'Schrödinger* ha estat el focus d'atenció d'incansables discussions, i són molts els treballs que denuncien el malentès i intenten restituir-ne una versió històricament fidel. L'Stern-Gerlach, fins a dia d'avui, no disposa d'un ampli ventall d'estudis, ni ha estat centre de discussions. Al contrari: és sovint acceptat tal i com raja, sense controvèrsies ni contrarietats, sense cap veu reclamant la seva restitució històrica. Humilment, aquesta tesi pretén ser un primer pas vers aquesta recuperació.

Per si aquestes motivacions no fossin suficients, podem mirar amb més detall els motius de la rellevància de l'Stern-Gerlach. Com hem anticipat a la pàgina anterior, la importància de l'Stern-Gerlach avui dia és principalment didàctica. La seva presència és innegable —inevitable, gairebé— en tot bon llibre de text sobre mecànica quàntica, almenys a nivell introductori. En aquests textos, sovint se li

acostumen a donar dos usos: un com a exemple del concepte d'espín; i un altre com a il·lustració dels postulats de la Mecànica Quàntica.

El primer ús es pot interpretar de dues maneres: podem trobar-hi l'experiment d'Stern-Gerlach per explicar conceptes importants de la Mecànica Quàntica relacionats amb l'espín (per exemple matrius de Pauli, composició de moments angulars, etc.), o invertint els rols també es pot veure com una simple explicació física de l'experiment en termes de Mecànica Quàntica —una explicació que necessita el concepte d'espín, moment angular, matrius de Pauli, Hamiltonià de Pauli, etc. Es miri com es miri, però, és innegable que l'Stern-Gerlach s'associa al concepte d'espín, i la majoria de llibres fan una molt bona feina pedagògica recolzant-se en aquesta connexió.

Si bé aquest discurs no hauria de representar un greuge directe contra l'Stern-Gerlach, ho acaba sent per omissió: no és estrany trobar-se persones formades en física que tenen la ferma convicció que originalment l'experiment d'Stern-Gerlach va servir per descobrir l'espín, o per determinar-lo, o que almenys va jugar un paper destacat en la seva formulació. Són nombrosos els llibres que inclouen de l'Stern-Gerlach com a il·lustració de l'espín però elideixen qualsevol nota històrica per situar-lo mínimament. Vegem-ne alguns.

Chalmers Sherwin, en un llibre del 1959, després de discutir amb cert detall —des d'un punt de vista modern— les diferents prediccions per un moment angular enter i semienter, afirma:³[T1]

En un experiment proposat per O. Stern el 1921 i portat a terme per Stern i Gerlach el 1922, es va observar com un feix d'àtoms de plata neutrals es dividia en dos feixos distingibles degut, en aquest cas, al moment angular intrínsec de l'espín electrònic i el seu moment magnètic associat.

D'aquest fragment l'aproximació semihistòrica que l'acompanya se'n pot arribar a deduir que Stern i Gerlach sabien perfectament que observaven l'espín i no el moment angular orbital de l'electró de valència de la plata. Només per deixar clar com d'enganyós arriba a ser aquest fragment, no és fins un centenar de pàgines més endavant que trobem cap comentari *històric* relacionat amb la primera formulació de l'espín.⁴

Quantum Physics, el celebrat llibre d'Eisberg i Resnick, introdueix també l'Stern-Gerlach sense cap mena de cura històrica, arribant a afirmar que “[...] els resultats de l'experiment d'Stern-Gerlach discrepen *quantitativament* de les equacions, tot just desenvolupades, que resumeixen les prediccions de la teoria. [...] el fet que el feix

³Sherwin 1959, p. 155.

⁴Sherwin 1959, p. 278.

d'àtoms de plata es divideixi en només dues components, totes dues desviades, indica que o bé alguna cosa és incorrecta en la teoria d'Schrödinger de l'àtom [*sic*], o bé que la teoria és incompleta.”⁵[T2] I introdueixen en els paràgrafs següents l'espín com a solució a aquest problema, sense cap més comentari o aclariment. Novament, no podem acusar els autors de fer cap afirmació falsa en aquest discurs, però creiem que és fàcilment malinterpretable.

A French & Taylor la situació empitjora. Després d'introduir el moment angular i l'espín ambigüament, de manera semblant a les obres que acabem de citar,⁶ els autors s'aventuren a *inventar* una reconstrucció històrica en la qual l'espín va ser una “assumpció atrevida” que es va proposar “per retre compte de les situacions en què apareixen un nombre parell d'estats [...]”⁷[T3]

Altres treballs reproduïen aquest patró, d'explicar només la visió moderna de l'experiment i així confirmen per omissió una versió alterada de la història.⁸ Es podria pensar que obres més recents han corregit aquesta interpretació, però no és així. Per exemple, en un llibre publicat recentment, un físic de reconegut prestigi com Steven Weinberg cau també en la trampa d'oferir només una descripció de l'experiment des del punt de vista actual:⁹[T4]

En l'experiment d'Stern-Gerlach original els àtoms en qüestió eren de plata, amb un moment angular $j = 1/2$ originat en l'espín de l'electró (tot i que això no era sabut en aquella època) [...]

Malgrat la descàrrega de responsabilitat de la frase entre parèntesis, Weinberg fa una anàlisi despiadadament no-històrica de l'Stern-Gerlach, alimentant la confusió històrica construïda durant dècades que acabem d'esbossar.

Val a dir que totes les obres que hem citat no són, ni molt menys, obres historiogràfiques o dedicades a la història. Nogensmenys, recorren a la història com un recurs per aconseguir uns objectius pedagògics, un ús molt lloable amb el qual combreguem totalment; un ús, però, que si no s'acompanya d'un mínim rigor històric pot tenir conseqüències nefastes per la memòria col·lectiva.

Retornant als dos usos didàctics que s'acostumen a donar a l'Stern-Gerlach, el segon té un caire més pedagògic encara: mitjançant un únic experiment podem retre compte dels postulats de la Mecànica Quàntica, coneguts per ser de difícil digestió

⁵Eisberg & Resnick 1985, p. 273.

⁶French & Taylor 1978, pp. 440–441.

⁷French & Taylor 1978, p. 500.

⁸Veure, per exemple Liboff 1980, p. 463, Bransden & Joachain 1989, pp. 35–38, Galindo & Pascual 1990, pp. 20–21, Townsend 2000, pp. 3–5, Bes 2004, p. 68 o Garrido & Pons 2007, pp. 4–11.

⁹Weinberg 2013, pp. 108–109.

per la nostra intuïció del dia a dia. Només amb una breu introducció del rerefons físic de l'experiment —un forn com a font de partícules, un imant que genera un camp magnètic inhomogeni, nocions d'electromagnetisme, i una pantalla o detector per recollir els resultats— tenim les portes obertes a oferir una representació de cadascun dels postulats quàntics i els conceptes que introdueixen: la introducció de la funció d'ona o estat quàntic, la notació de *bras* i *kets* de Dirac, o l'associació entre observables físics i operadors hermítics són conceptes que, si bé abstractes i matemàtics, troben un recolzament concret en aquest experiment. La introducció de l'espectre d'un operador i del seu valor esperat sorgeixen també de manera natural a partir de l'exemple de l'Stern-Gerlach. Potser l'única excepció la trobem en el postulat fonamental de la Mecànica Quàntica —l'equació d'Schrödinger— ja que sovint l'Stern-Gerlach es modelitza en un marc independent del temps, amagant l'evolució temporal en el formalisme quàntic (d'altra banda, un mètode de treball comú a la majoria de problemes de Mecànica Quàntica no avançada). Però si ens situem a un curs lleugerament més avançat, o simplement ens atrevim a fer càlculs una mica més elaborats, el mateix experiment ens permet formalitzar sense problema l'evolució temporal d'un estat quàntic (o paquet d'ones) segons l'equació d'Schrödinger; de fet aquest exercici és una meravellosa il·lustració de la gran simplicitat que s'aconsegueix treballant dins del marc formal de von Neumann – Dirac. Finalment, l'Stern-Gerlach ens posa en safata la discussió d'idees controvertides com el *Principi d'Incertesa de Heisenberg*, el concepte de *conjunt complet d'observables compatibles*, el col·lapse de la funció d'ona o problema de la mesura, i l'entrellaçament (*entanglement*), entre d'altres.

Aquesta aproximació que acabem d'esquematitzar és utilitzada magistralment per J. J. Sakurai al seu famós llibre *Modern Quantum Mechanics*.¹⁰ Al principi del llibre presenta així la seva elecció:¹¹[T5]

En les seccions subsequents el formalisme bàsic de la mecànica quàntica es presenta d'una manera axiomàtica, però sempre mantenint en ment l'exemple de l'experiment d'Stern-Gerlach. D'alguna manera, el sistema de dos-estats del tipus de l'Stern-Gerlach és el sistema menys clàssic possible, el més mecànic-quàntic. Una comprensió sòlida dels problemes que afecten sistemes de dos-estats resultarà gratificant per a qualsevol estudiant seriós de la mecànica quàntica.

Unes línies més amunt, l'autor havia justificat de manera més general el mètode del

¹⁰Sakurai 2011.

¹¹Sakurai 2011, p. 2.

seu llibre:¹²[T6]

Comencem amb un exemple que il·lustra, possiblement millor que qualsevol altre exemple, de manera fonamental la inadequació dels conceptes clàssics. Esperem que l'exposició dels lectors a aquesta “teràpia de shock” inicial comportarà que estiguin en sintonia amb el que podríem anomenar la “manera de pensar mecànic-quàntica” des de bon principi.

I encara:^[T7]

La nostra aproximació emfatitza les assumpcions que fem sobre la naturalesa, sobre les quals hem basat totes les nostres lleis físiques, i amb l'objectiu d'acomodar des de bon principi profundes observacions quantico-mecàniques.

L'Stern-Gerlach queda així proclamat com l'experiment tipus amb què il·lustrar els postulats de la Mecànica Quàntica si escollim fer-ne una exposició axiomàtica. I no són pocs els llibres de text que, en més o menys mesura, utilitzen l'Stern-Gerlach per acompanyar l'exposició d'alguns aspectes fonamentals de la teoria quàntica.¹³

Però l'èxit que converteix l'Stern-Gerlach en un experiment conegut i reconegut és el mateix èxit que en deteriora la versió històrica. I és que és natural que se n'oblidin els orígens en textos no històrics que només pretenen aprofitar alguns aspectes de l'experiment. Però portant aquests equívocs a un extrem, arribem a trobar afirmacions com:¹⁴[T8]

El camp magnètic era tal que s'aconseguia una desviació dels àtoms proporcional a la component z del seu moment magnètic. Va aparèixer una divisió del feix atòmic en dues parts. Sota la suposició que el moment magnètic és proporcional al moment angular, això implica que a l'experiment només hi pot haver dos valors possibles per a la component z del moment angular. Això apunta a un moment angular amb $l = 1/2$.

¹²Sakurai 2011, p. 1.

¹³Tant Townsend 2000 com Garrido & Pons 2007 utilitzen l'Stern-Gerlach extensivament al llarg de tot el llibre. D'altra banda, si bé Ballentine 1998 no l'utilitza tan extensament com Sakurai, Townsend i Garrido i Pons, el va recuperant freqüentment per il·lustrar alguns conceptes (pp. 208–215, 230–232, 241–244, 248–254 i 587–595). També trobem altres exemples a Wheeler & Zurek 1983, pp. 253–257; Galindo & Pascual 1990, pp. 65–68; Munster 2006, pp. 198–206.

¹⁴Munster 2006, p. 183.

Aquest fragment, juntament amb els que hem citat unes pàgines més enrere, ens ajuda a entendre per què la falsa concepció segons la qual l'experiment d'Stern-Gerlach va descobrir, o almenys anticipar, l'espín està tan arrelada al subconscient col·lectiu dels professionals de la física. Erradicar una idea tan implantada pot ser difícil. Però no tot està perdut: alguns llibres de text són més curosos de no introduir cap falsedat històrica, com Feynman¹⁵ o Griffiths¹⁶. Tot i això, només hem estat capaços de trobar dos llibres que, sense convertir-se en relats purament històrics, destaquin pel seu rigor en l'episodi d'Stern-Gerlach: d'una banda, el llibre de text *Quantum Mechanics* d'Eugen Merzbacher;¹⁷ d'altra banda, en un llibre pedagògic però des d'un enfocament marcadament històric (no ens atrevim a classificar-lo com a llibre de text), Malcolm Longair fa contextualitza correctament tant l'Stern-Gerlach com el concepte d'espín.¹⁸

En tot cas, l'existència de diverses obres reconegudes que no tracten l'episodi de l'Stern-Gerlach amb prou rigor històric és una motivació suficient per intentar restituir el legítim paper que l'experiment d'Stern i Gerlach va jugar en el si dels desenvolupaments de la Teoria Quàntica Antiga. Sens dubte, un bon recurs contra els equívocs que acabem d'il·lustrar seria l'existència de recursos bibliogràfics dedicats a tractar aquest tema. Malhauradament, si busquem estudis historiogràfics sobre aquest episodi tan important de la teoria quàntica, ens trobem davant d'un buit absolut d'obres de referència. Un buit que, després del contundent esbós que acabem de fer de la presència de l'Stern-Gerlach en obres cabdals de la física quàntica, ens sembla encara més sorprenent. Si se'ns permet, aquest buit historiogràfic constitueix encara una motivació més per aquesta tesi.

1.3 Sobre aquesta tesi

Ras i curt, doncs, el nostre objectiu és omplir aquest buit tot creant un relat històric complet i rigorós d'aquest episodi crucial del desenvolupament de la teoria quàntica. Les referències bibliogràfiques que han tractat amb anterioritat el tema de la nostra tesi són més aviat escasses, i no constitueixen un fons acadèmic prou robust. La principal font secundària que hem d'esmentar, en relació a l'Stern-Gerlach, és la tesi llegida el 2011 per Wolfgang Trageser, de la Johann Wolfgang Goethe-Universität (Frankfurt am Main), titulada "L'efecte Stern-Gerlach. Gènesi, desenvolupament i reconstrucció d'un dels experiments fonamentals de la teoria quàntica entre 1916

¹⁵Feynman et al. 1964, pp. 35-3-35-4.

¹⁶Griffiths 2005, pp. 181-183.

¹⁷Merzbacher 1970, pp. 251-252.

¹⁸Longair 2013, pp. 152-154 i 169-171.

i 1926” (*Der Stern-Gerlach-Effekt: Genese, Entwicklung und Rekonstruktion eines Grundersperimentes der Quantentheorie 1916 bis 1926*).¹⁹ Trageser hi adreça principalment els aspectes experimentals de l’Stern-Gerlach, i presenta un treball molt complet, ben fonamentat per les fonts primàries. L’autor dóna molta importància a la part experimental, fins al punt que arriba a reproduir algunes de les peces clau dels diversos muntatges experimentals d’Otto Stern i Walther Gerlach —perduts o destruïts durant la Segona Guerra Mundial. En canvi, no aborda cap qüestió teòrica o fonamental més que superficialment.

Altres fonts secundàries són l’article de Friedel Weinert,²⁰ el 1995, en què fa una anàlisi històrico-filosòfica de l’Stern-Gerlach, i els articles de Bretislav Friedrich i Dudley Herschbach (1998, 2003),²¹ on els autors fan una descripció històrica molt superficial de l’experiment i el seu entorn. Tots aquests articles postulen l’Stern-Gerlach com un *experiment crucial*, és a dir, un experiment altament motivat per les discrepàncies entre dues o més teories i que pretenia aclarir d’una vegada per totes —amb proves experimentals irrefutables— quina de les teories era la correcta. Aquesta visió no és totalment equivocada, però mostrarem que classificar l’Stern-Gerlach com un experiment crucial és una simplificació de la complexa situació teòrica en què estava immersa la quàntica a principis dels anys 1920s. Més que contestar aquestes anàlisis o oposar-nos-hi frontalment, intentarem aportar arguments per matisar-les, limitant-nos a caracteritzar alguns aspectes del diàleg establert entre teoria i experiment; un diàleg que sovint és molt més complex i difícil de descriure del que es pot deduir de categories prefixades com l’*experimentum crucis*.

Finalment, destaca una nota històrica, publicada el 2013 per Issachar Unna i Tilman Sauer,²² que es centra en un article d’Albert Einstein i Paul Ehrenfest en resposta a l’experiment d’Stern-Gerlach.²³ Aquest article d’Einstein i Ehrenfest serà també central en la nostra tesi, ja que els dos teòrics intenten descriure les observacions d’Stern i Gerlach en el context de la Teoria Quàntica Antiga. En les dificultats trobades per Einstein i Ehrenfest, Unna i Sauer hi entreveuen una primera anticipació del que en Mecànica Quàntica s’anomena *el problema de la mesura*. Tenim constància, també, que Unna i Sauer estan preparant un article més complet que analitzarà el context teòric de l’Stern-Gerlach des d’aquesta perspectiva, aportant un punt de vista complementari al mateix episodi històric que ens ocupa.

¹⁹Trageser 2011. Volem mostrar el nostre agraïment a Tilman Sauer per haver-nos proporcionat una versió digital d’aquesta tesi, altrament inaccessible.

²⁰Weinert 1995.

²¹Friedrich & Herschbach 1998, 2003.

²²Unna & Sauer 2013.

²³Einstein & Ehrenfest 1922.

Pel que fa a metodologia, l'aproximació del nostre estudi és principalment *internalista*, però moltes vegades la relació històrica queda molt més completa si ens permetem de fer ocasionals incursions *externalistes*. Aquest estil de recerca queda reflectit en tot el text de la tesi: si bé d'una banda ataquem el tema amb un nivell de detall matemàtic que requereix una mínima formació en física, d'altra banda tot sovint dediquem breus (o no tan breus) digressions a situar els protagonistes i les seves relacions interpersonals, els períodes històrics o la rellevància i l'impacte d'algunes teories i experiments. Creiem que només mitjançant aquest retrat complet de la situació es poden comprendre suficientment bé, no només els resultats assolits, sinó també les motivacions dels científics, els diàlegs establerts —ja siguin en forma de col·laboració o competició—, les influències, etc.

Respecte les fonts, n'hi ha de dos tipus: d'una banda, les fonts originals dels protagonistes del relat, que podem anomenar *fonts primàries*; d'altra banda les anomenades *fonts secundàries*, és a dir, obres —sovint historiogràfiques, però no sempre— que aporten una anàlisi exterior del període històric d'interès, d'una teoria particular, la biografia d'un personatge, etc. Si bé les fonts secundàries han estat cabdals per donar un sentit complet al nostre estudi, sempre que ha estat possible hem recorregut a les fonts primàries —a vegades aprofitant les referències bibliogràfiques de certes fonts secundàries, com és el cas del conegut tractat d'història de la quàntica escrit per Mehra i Rechenberg.²⁴

Creiem que aquests diferents graus d'implicació es fan palesos en alguns fragments de la tesi —sobretot a partir de les cites bibliogràfiques—, en què és fàcil endevinar si hem reconstruït la història recurrent a fonts primàries o si ens hem conformat amb readaptar el relat històric d'altres autors. La decisió entre una metodologia o l'altra ha estat afectada per diversos factors: el grau d'interès de l'episodi en qüestió pel global de la tesi, la qualitat de les fonts secundàries disponibles, la possibilitat (o no) d'accedir a les fonts primàries, o en alguns casos aïllats, fins i tot la completa absència de fonts secundàries; volem destacar especialment el cas del mètode dels feixos moleculars de Dunoyer, pel qual ens ha sorprès no poder trobar cap font secundària suficientment detallada (??).

Com a fonts primàries hem utilitzat articles en revistes, llibres, manuscrits i correspondència. Les publicacions (articles, llibres) han constituït un material de primera qualitat sobre el qual construir el gruix del nostre treball, per la seva fàcil disponibilitat —només en comptades excepcions hem tingut problemes per trobar els articles en les hemeroteques o, per defecte, en les obres completes de l'autor corresponent— i, sobretot, per la seva fiabilitat. Els manuscrits i la correspondència entre els personatges estudiats, però, han resultat ser un element clau per completar

²⁴Mehra & Rechenberg 1982a.

alguns detalls de la narrativa històrica o aportar matisos a les publicacions consultades. Sovint, quan d'un episodi concret no disposàvem de correspondència, la profunditat que hem pogut arribar a assolir en la nostra recerca és molt menor que quan disposàvem d'aquesta correspondència o notes manuscrites. Com a exemple de fins a quin punt la correspondència pot aportar detalls que d'altra manera es perdrien irremeiablement, podem destacar l'intercanvi epistolar que Albert Einstein i Paul Ehrenfest van mantenir durant la primavera del 1922 arran de l'article que van escriure sobre l'experiment d'Stern-Gerlach. Amb la vintena de cartes que els dos físics intercanvien en aproximadament mig any, hem pogut reconstruir no només els seus moviments (viatges, visites, etc.), sinó els arguments que cadascun dels autors defensava durant les discussions sobre el contingut de l'article i, fins i tot, qui d'ells va concebre cadascun dels apartats de l'article.

Per les cartes i els manuscrits hem utilitzat l'*Arxiu per la Història de la Física Quàntica* (AHQP, de l'anglès *Archive for the History of Quantum Physics*),²⁵ del qual n'hi ha una còpia en format microfilm a la Biblioteca de Ciències de la Universitat Autònoma de Barcelona, i està disponible també en format digital online (allotjat pel Max Planck Institute for the History of Science). Sempre que ha estat possible, però, hem recorregut a col·leccions de cartes editades, com els *Bohr Collected Works*, els *Collected Papers d'Albert Einstein*, i les *Wissenschaftlicher Briefwechsel*, respectivament, d'Arnold Sommerfeld i Wolfgang Pauli. Aquestes col·leccions no només són transcripcions de les cartes, sinó que sovint també van acompanyades de traduccions parcials o totals del material, notes històriques de l'editor o petits aclariments que han estat de gran utilitat.

Un altre material bibliogràfic imprescindible són les entrevistes de l'AHQP, realitzades durant les dècades dels 1960 i 1970 per John Heilbron, Thomas S. Kuhn, Paul Forman i L. Allen.²⁶ Pel seu caràcter eminentment subjectiu, hem tingut especial cura a l'hora d'interpretar aquestes entrevistes, recorrent sempre que fos possible a altres fonts primàries per contrastar-ne la informació.

Evidentment, la divisió establerta més amunt, entre fonts primàries i secundàries, és sempre delicada. Les entrevistes tot just esmentades, per exemple, no queda clar si cauen dins de la primera categoria o la segona. Altres fonts bibliogràfiques més tradicionals també presenten aquesta ambigüitat: per exemple, el tractat sobre la teoria quàntica *Quanten*, editat el 1926 per Hans Geiger i Karl Scheel, amb contribucions

²⁵Kuhn et al. 1967.

²⁶De fet aquests van ser els iniciadors d'aquesta tasca entrevistadora; tasca que actualment encara segueix activa com a projecte de la Niels Bohr Library & Archives, sota els auspicis de l'American Institute of Physics.

de Bothe, Franck, Jordan i Pauli, entre d'altres,²⁷ consitueix una font primària o una font secundària? D'entrada no es tracta pas d'un treball historiogràfic, però de facto l'única informació que n'hem aprofitat es podria considerar de caràcter secundari.

Totes les traduccions que apareixen en aquesta tesi són pròpies. Quan ens hem trobat amb traduccions —per exemple, de l'alemany a l'anglès— hem anat a buscar sempre la versió original, per intentar ser com més fidels millor al significat de l'autor. Només en comptades ocasions això no ha estat possible i hem hagut de traduir al català a partir d'una llengua intermediària com l'anglès. Les fonts amb què hem treballat estaven escrites principalment en anglès i alemany, si bé esporàdicament n'hem consultat en castellà, francès o italià. Fonts en d'altres llengües, com l'holandès, el danès o el rus, han quedat fora del nostre abast, podent consultar només les traduccions a l'anglès quan existien.

En relació a les traduccions, volem fer un aclariment de caire estilístic: al llarg de tota la tesi hi ha dos tipus de notes: notes al peu de pàgina *tradicionals*, numerades amb un superíndex i en les quals oferim continguts complementaris o referències bibliogràfiques; i notes de traducció, les quals per la seva extensió (i el seu interès secundari) hem desplaçat al final de la tesi, a l'apèndix ???. Aquestes es troben indicades també amb un superíndex, però per distingir-les les hem encerclat amb un claudàtor i porten una lletra inicial “T” (de traducció). Aquestes notes tenen l'objectiu de permetre al lector consultar les versions originals dels fragments traduïts que hem citat al llarg de la tesi en cas necessari. Per una fàcil referenciació, al final de cada fragment original hi indiquem amb negreta la pàgina d'aquesta tesi on el fragment es mostra traduït al català. Així com aconsellem passar per alt les referències a notes de traducció, animem qualsevol lector a parar atenció a les notes al peu de pàgina, ja que a vegades aporten informacions complementàries prou interessants. El text principal, però, ha estat redactat per poder ser llegit de manera consistent prescindint totalment de totes les notes.

En termes molt genèrics, es pot dir que aquesta tesi comprèn un període d'uns trenta anys, des de poc abans de l'aparició de les primeres quantitzacions fins just immediatament abans de l'aparició de la Mecànica Quàntica; si ens fixem en els períodes que hem estudiat amb cert detall, però, aquest ventall es redueix a aproximadament una dècada; finalment, si filem més prim encara, podríem dir que el focus principal de la tesi són dos períodes molt curts de temps situats, l'un a finals de la dècada dels 1910 (estat de la qüestió per la Teoria Quàntica Antiga), i l'altre en el període de pocs mesos que segueix a l'èxit experimental d'Stern i Gerlach (des de mitjans del 1922 fins a mitjans del 1923, aproximadament).

Pel que fa a la temàtica, cal fer notar que els desenvolupaments teòrics i experi-

²⁷Geiger & Scheel 1926.

mentals que tractem extensivament en tota la tesi van inevitablement de la mà de la qüestió del magnetisme. Si bé el magnetisme es coneixia des de molt abans, és a principis del segle XX que s'aspira a trobar-ne les causes microscòpiques en el recentment *descobert* àtom. Durant els primers anys de la teoria quàntica, la justificació del magnetisme no és tan sols un motiu de preocupació i diàleg entre els científics, sinó que a més és un altre dels grans èxits que assoleix Bohr amb la seva teoria del 1913. I més encara: durant gairebé una dècada, l'anomenat *magnetó de Bohr* va haver de coexistir i lluitar amb el *magnetó de Weiss*, i són precisament les mesures d'Stern-Gerlach les que aconseguixen fer tombar d'una vegada per totes la balança a favor del danès. Aquesta és, doncs, una elisió que no podíem deixar d'esmentar i que, d'alguna manera, resta completa a aquesta tesi. Al mateix temps, però, era inevitable donada la gran extensió d'aquest camp, que iguala o fins i tot supera la dels temes inclosos a la tesi.

Tampoc tractarem en detall les explicacions clàssiques de l'efecte Zeeman ni les diverses teories que dins del marc de la quàntica van aparèixer a principis de la dècada dels 1920: el nombre quàntic intern de Sommerfeld, els esforços de Heisenberg, Landé i Pauli —entre d'altres— per intentar trobar una explicació de l'efecte Zeeman anòmal, les teories quàntiques del magnetisme, o les extensions del mètode dels feixos atòmics per part d'Otto Stern i Walther Gerlach.

Aquesta tesi s'organitza en sis capítols, dividits temàticament, si bé també tenen certa cronologia. Per entendre l'Stern-Gerlach en el context teòric del moment, necessitem començar retrocedint uns anys i presentar el marc teòric en el qual naixerà la proposta de l'experiment. Aquest marc teòric l'hem dividit en dos capítols: en el capítol 2 ens situarem a principis de la dècada dels 1910 i presentarem la teoria de Bohr-Sommerfeld, o Teoria Quàntica Antiga. Aquest capítol serà, de tots, el que tingui un caire menys històric, ja que el seu objectiu no és repassar la casuística que va portar al naixement de la teoria, sinó entendre la teoria en si mateixa, les seves assumpcions i principis, i les seves conseqüències. En el capítol 3 farem un *zoom-in* a la Teoria Quàntica Antiga, i ens centrarem en l'efecte Zeeman i la seva primera justificació quàntica: la *quantització espacial*. Aquest efecte, conegut des de finals del segle XIX, és una força motriu de tota la Teoria Quàntica Antiga i —a través de la quantització espacial— de l'experiment d'Stern i Gerlach. Aquest capítol tindrà una estructura més cronològica, establerta per les relacions conceptuals entre els diferents temes que hi volem tractar: començant per l'efecte Zeeman, aquest desembocarà en la formulació de la quantització espacial per Sommerfeld el 1916. Tot seguit estudiarem en detall els diferents enfocaments que tant Sommerfeld com Bohr van fer d'aquesta quantització espacial en el si de les seves respectives teories —que ja coneixem prou bé a partir del segon capítol.

L'experiment d'Stern-Gerlach serà exposat en tota la seva esplendor experimental al capítol 4. Inicialment, ens havíem plantejat aquest capítol com una amalgama de fonts secundàries —amb un protagonisme especial de Trageser, així com una biografia d'Stern. La realitat, però, és que el detall històric que desitjàvem assolir ens ha obligat a complementar les fonts secundàries amb nombroses petites investigacions basades en fonts primàries. El resultat d'aquesta tasca, creiem, és un capítol 4 *de collita pròpia*, que si bé es recolza constantment en les fonts secundàries les complementa i amplia considerablement.

El capítol 5, en canvi, constitueix des de bon principi l'aportació més original d'aquesta tesi. Podem afirmar que pràcticament la totalitat dels seus continguts són fruit de la nostra investigació a partir de fonts primàries (amb l'excepció potser d'alguns detalls biogràfics). Aquest capítol representa la culminació del nostre relat: una vegada coneguts els detalls necessaris de la Teoria Quàntica Antiga, enteses les motivacions teòriques que van empènyer l'Stern-Gerlach, i explicat l'experiment en si, és el pas obvi i natural estudiar la recepció dels seus resultats des del front teòric. Tot el capítol gira entorn de l'article d'Albert Einstein i Paul Ehrenfest, en el qual intenten descriure les observacions d'Stern-Gerlach utilitzant les eines de la Teoria Quàntica Antiga. Ja d'entrada, és curiós que aquest article sigui virtualment l'única reacció teòrica que hi va haver a l'Stern-Gerlach. Si ho mirem més a fons, però, fins i tot l'article d'Einstein i Ehrenfest va tenir, al seu torn, una pèssima resposta per part dels seus col·legues *quàntics*. Més enllà de la descripció d'aquestes interaccions —o la seva absència—, intentarem buscar una justificació d'aquesta aparent impassibilitat davant del que *hauria hagut de ser* un detonant de la crisi quàntica que acabaria arribant un parell d'anys més tard.

Tancarem la tesi recollint les conclusions més importants del nostre treball, i exposarem els temes oberts que es plantegen com a possibles vies d'extensió d'aquesta recerca historiogràfica (capítol 6).

Aquesta tesi és la culminació d'un projecte de recerca historiogràfica de quatre anys. El caràcter d'aquesta recerca ha estat principalment internalista, on la formació prèvia en física ha jugat un paper essencial; no gensmenys ha estat essencial adquirir un conjunt d'habilitats noves —i aliènes a la física—, sobretot en relació a la documentació i la historiografia. De l'època inicial del doctorat, dedicada a aquesta adaptació, n'han sortit alguns treballs no relacionats amb el tema que ens ocuparà durant les properes gairebé tres-centes pàgines.

En primer lloc, vam portar a terme un estudi de la figura d'Erwin Schrödinger en l'última etapa de la seva vida, durant els anys 1940s i 1950s. Originalment un dels pares de la teoria quàntica moderna, durant els anys 1930 Schrödinger es va desmarcar de la imperant *interpretació ortodoxa* de la Mecànica Quàntica. La seva

crítica es va consolidar a principis dels 1940s, i durant més de quinze anys va intentar sense èxit alçar la seva veu per reobrir un debat sobre les interpretacions de la teoria i revisar-ne les conclusions. Aquest treball ha quedat reflectit en dues publicacions: un article que adreça específicament i detallada el discurs revisionista d'Schrödinger,²⁸ i una comunicació oral de caràcter més genèric que tracta sobre el concepte de *corpuscle* en la Mecànica Quàntica.²⁹

Posteriorment, vam portar a terme una recerca més propera a la temàtica d'aquesta tesi: l'estudi detallat de la teoria de Bohr i, especialment, la seva interacció amb Ehrenfest. Aquesta recerca es va presentar com una comunicació oral a Copenhagen, a la conferència en commemoració del centenari de l'àtom de Bohr.³⁰ Un article més complet de la mateixa recerca ha estat preparat recentment, i està en procés d'avaluació.³¹

Finalment, volem acabar anunciant la intenció de preparar un article en una revista de caire internacional, que resumeixi amb profunditat i fidelitat els continguts d'aquesta tesi.

²⁸Pié i Valls & Pérez 2014.

²⁹Pérez & Pié i Valls 2015a.

³⁰Pérez & Pié i Valls 2015b.

³¹Pérez & Pié i Valls 2016.

Capítol 2

Teoria Quàntica Antiga

2.1 Introducció: una primera teoria dels *quanta*

Sovint es diu que l'origen de la Teoria Quàntica Antiga té diverses vessants independents o, almenys, indirectament relacionades. La majoria d'històries de la física quàntica comencen amb la llei de radiació del cos negre presentada per Max Planck al tombant de segle XIX al XX, en la que va ser la primera aparició d'una discretització fonamental en una teoria física —almenys tal i com s'entén modernament per *quàntica*. Si bé aquesta constitueix la primera pedra dels fonaments d'una teoria que en tres dècades s'arribaria a desenvolupar enormement, les seves conseqüències no van ser advertides de seguida. Així, en aquest típic relat cronològic el segon protagonista sol ser Albert Einstein, que el 1905 introduïa el concepte de *quanta de llum*, en una contribució qualificada d'heurística i, potser caldria dir també, atrevida. Durant la primera dècada del segle XX, el *quanta* va anar agafant més força i estenent-se a d'altres àmbits, com ara el càlcul de les calors específiques. Aquesta expansió inicial del quanta, però, va ser tímida i la comunitat que l'utilitzava minoritaria.¹

El 1911 trobem una primera fita històrica amb la celebració a Brussel·les del Primer Congrés Solvay, un congrés organitzat per Ernest Solvay (amb la influència i la insistència de Walther Nernst) on es van reunir els pocs experts mundials —una vintena²— de la naixent disciplina quàntica. De fet, el 1911 encara no es pot parlar

¹Som conscients de l'enorme simplificació de la història en aquest paràgraf purament introductori, on hem passat per alt, per exemple, les diferències fonamentals entre els quanta de Planck i d'Einstein. Vegeu Klein 1963, 1965; Kuhn 1987.

²Dels assistents són destacables W. Nernst, M. Brillouin, H. Lorentz, E. Warburg, J. Perrin, W. Wien, M. Skłodowska-Curie, H. Poincaré, M. Planck, H. Rubens, A. Sommerfeld, M. de Broglie, M. Knudsen, J.H. Jeans, E. Rutherford, H. Kamerlingh Onnes, A. Einstein i P. Langevin.

d'una *teoria quàntica*, sinó més aviat de diversos àmbits de la física als quals s'havia aplicat la hipòtesi dels quanta per resoldre problemes particulars, amb més o menys èxit. Els intents de fonamentar teòricament aquestes aplicacions quàntiques estaven encara molt lluny d'oferir una solució global. En aquest sentit, el Congrés Solvay marca una doble fita: d'una banda, la celebració d'aquest indica que ja existia una massa crítica de físics preocupats per la manca d'un marc general que donés fonament teòric a les diferents aplicacions quàntiques; d'altra banda, el mateix congrés va representar un estímul vers la implantació d'aquest marc teòric: en part pel ressò que es va desprendre de la mateixa celebració, en part perquè va oferir la possibilitat de formular de manera unificada el problema de la quàntica. I la formulació del problema és el primer pas vers la solució.

Un primer *esborrany* d'aquesta solució arribaria només dos anys després de la mà d'un jove físic danès que havia iniciat la seva carrera investigadora al Regne Unit: Niels Bohr. El seu objectiu inicial distava molt d'oferir una teoria completa dels quanta, però les seves qualitats com a físic, o més ben dit com a pensador, van acabar erigint-lo com a principal autoritat de la teoria quàntica. En pocs anys, la seva teoria es convertiria en un primer marc des d'on d'explicar (o almenys intentar-ho) de manera unificada la majoria dels fenòmens quàntics. No és en va que la Teoria Quàntica Antiga s'anomena sovint la *teoria de Bohr-Sommerfeld*. L'altra meitat del nom honora les contribucions d'Arnold Sommerfeld, que si bé es poden jutjar com a menys revolucionàries que les de Bohr, també van constituir passos importants en moments clau.

Malgrat el que pugui suggerir el nom de la teoria, Bohr i Sommerfeld mai van arribar a col·laborar directament: la seva relació es podria definir com a cordial, sovint amb intercanvis útils d'informació, i en algunes ocasions també amb un cert alicient competitiu per imposar les visions de l'un per damunt de les de l'altre. En general, però, podem considerar que la influència va ser positiva, i sense dubte va modelar les seves respectives teories fins a poder-les englobar sota un sol nom, com hem vist. Més enllà d'aquestes influències constants, l'enfocament dels dos físics diferia en molts aspectes: no només la metodologia, sinó aspectes més profunds i abstractes com el plantejament formal i matemàtic, la posició filosòfica davant l'ús de models, el caire revolucionari de les seves propostes o el grau de provisionalitat que atorgaven a la nova (i permanentment incompleta) teoria. Un dels eslògans que més ha trascendit d'aquestes diferències —per molt que sigui una simplificació— afirma que “Sommerfeld era l'enginyer dels quanta; Bohr n'era el filòsof.”³[T9] Curiosament, la quantització espacial és un dels aspectes en què les dues visions de la teoria,

³Serwer 1977, p. 193. Serwer cita al seu torn Rosenfeld 1971 per una anàlisi més profunda de les diferents posicions de Bohr i Sommerfeld, si bé discrepa d'algunes conclusions de Rosenfeld.

respectivament de Bohr i Sommerfeld, es contraposen: veurem al següent capítol que malgrat Bohr i Sommerfeld l'utilitzen de manera semblant, discrepen en el nombre d'orientacions que s'esperen per un estat quàntic determinat.

En aquest capítol no pretenem fer una dissertació històrica del naixement de la Teoria Quàntica Antiga en totes les seves vessants; al contrari, ens focalitzarem només en la teoria quàntica de l'àtom i els espectres atòmics. Fins i tot en aquest àmbit tan ben delimitat, no intentarem fer una reconstrucció històrica exhaustiva: el nostre objectiu és oferir unes nocions mínimes de la Teoria Quàntica Antiga per dotar el lector d'unes bases que el guiïn al llarg de tota la tesi. Utilitzarem principalment com a referència les obres de Jammer, Darrigol, Kragh i Seth,⁴ però existeix una àmplia bibliografia secundària que analitza a fons aquest període històric. En alguns temes d'interès especial, deixarem de banda les referències secundàries i buscarem els detalls i matisos del pensament de Bohr i Sommerfeld directament a les seves publicacions originals. Posarem especial èmfasi en caracteritzar a fons certs conceptes clau que estan estretament relacionats amb l'efecte Zeeman, la quantització espacial o l'experiment d'Stern-Gerlach, i que aniran apareixent repetidament durant els successius capítols. D'entre aquests, possiblement el principi adiabàtic i el principi de correspondència siguin els dos conceptes més importants per entendre les conclusions de la nostra investigació. Precisament per aquesta aproximació tan general a la Teoria Quàntica Antiga, deixarem de seguir estrictament el fil conductor cronològic: no construirem una pel·lícula del decurs dels esdeveniments i la seva connexió contínua, sinó que més aviat farem salts temporals i ens aturarem en alguns episodis especialment rellevants per reconstruir-ne un fotograma amb cert detall.

Com és d'esperar, començarem presentant l'àtom de Bohr del 1913 a la secció 2.2, esmentant-ne les motivacions teòriques i empíriques prèvies i esbossant alguns aspectes de la revolucionària teoria. Sommerfeld entrarà en escena a la secció 2.3, on exposarem les seves principals contribucions del 1916 i enfrontarem el seu enfocament amb l'enfocament del danès. Si bé Sommerfeld ja va intentar oferir una teoria quàntica completa el 1916, el màxim exponent d'abstracció arribaria un cop més de la mà de Bohr el 1918, amb la presentació de l'anomenada *primera teoria de Bohr* com un constructe lògic ferm i robust. Però no la teoria final. Com hem dit, el diàleg establert entre els dos físics —o entre les seves dues teories— va provocar una constant evolució dels conceptes i mètodes emprats: si bé Sommerfeld va reflectir alguns d'aquests progressos en les diverses edicions del seu celebrat llibre (1919, 1921, 1922), els canvis més importants els trobem a la formulació de Bohr, que el 1921 havia aconseguit explicar amb gran èxit la taula periòdica dels elements, i el qual va publicar el 1923 una reformulació completa dels postulats fonamentals de la

⁴Darrigol 1992; Jammer 1966; Kragh 2012; Seth 2010.

seva teoria. A la secció 2.4 tractarem aquests últims anys de les Teories Quàntiques Antigues, posant especial èmfasi en el rol dels principis fonamentals que segons Bohr havien de regir la nova teoria quàntica en la seva versió acabada.

2.2 1913: d'espectres i d'àtoms

Si bé aquests problemes espectrals seran aspectes clau més endavant en el desenvolupament de la teoria de Bohr-Sommerfeld, no són la motivació principal que va empènyer Bohr a publicar la seva famosa trilogia del 1913, apareguda en els números de juliol, setembre i novembre de *Philosophical Magazine*. El títol de l'article, "Sobre la constitució dels àtoms i les molècules" (*On the Constitution of Atoms and Molecules*), és prou revelador del seu contingut i dels objectius de Bohr.

Niels Bohr havia arribat al Regne Unit poc després de defensar la seva tesi doctoral. Seguint les directrius daneses per forjar una carrera acadèmica, Bohr no va poder obtenir una plaça a la Universitat de Copenhaguen immediatament després d'esdevenir doctor i va haver de realitzar una estada a l'estranger per acumular experiència investigadora i un nombre considerable de publicacions;⁵ finançat per la fundació Carlsberg, Bohr va escollir el Laboratori Cavendish a la Universitat de Cambridge i, especialment, John J. Thomson per la seva trajectòria experimental i l'estreta connexió de les seves contribucions amb el tema de la tesi doctoral de Bohr (sobre la teoria dels electrons en metalls).⁶ Després de pocs mesos al Cavendish, el gener del 1912 Bohr escrivia a Ernest Rutherford per sol·licitar una estada breu al seu laboratori de Manchester. Segons Kragh, la principal motivació de Bohr per marxar de Cambridge va ser la manca d'atenció d'un Thomson massa ocupat per dedicar gaires atencions a l'inquiet danès. El principal aprofitament que Bohr va treure de la seva estada de poc més de sis mesos a Cambridge va ser l'assistència als cursos de Larmor, Jeans i el mateix Thomson, així com alguns contactes que va establir: William Lawrence Bragg —el fill—, Samuel McLaren i John William Nicholson.⁷

A Manchester, en canvi, el jove danès es va involucrar des de ben aviat en mesures experimentals de l'absorció de partícules α i β emanades de desintegracions radioactives. En pocs mesos Bohr va anticipar una millora respecte la teoria recentment publicada per C. G. Darwin, article que va enviar l'agost del 1912 i que va veure's publicat el gener del 1913.⁸ A posteriori, un dels resultats més remarcables d'aquest article és la correcta determinació del nombre d'electrons per àtom: un per

⁵Pais 1991, p. 132

⁶Kragh 2012, pp. 40–45; Hoyer 1981, p. 4. Veure Heilbron 1977.

⁷Kragh 2012, pp. 45–46

⁸Bohr 1913a

a l'hidrogen i dos per a l'heli, així com una bona aproximació per d'altres elements. I diem a posteriori perquè aquests resultats ens semblen especialment reveladors si els observem des d'una perspectiva condicionada per les importants contribucions en què culminarien aquestes primeres investigacions de Bohr.⁹

Sota la supervisió de Rutherford, no és d'estranyar que ben aviat la seva recerca convergís cap a questions sobre la constitució atòmica de la matèria. El 1911, després d'anys d'investigacions sobre la dispersió de partícules α i β (amb l'assistència de Hans Geiger i Ernest Marsden), Rutherford havia renunciat al model atòmic de Thomson —àmpliament acceptat des del 1904¹⁰, i del qual Rutherford mateix va ser un defensor fins el 1910¹¹— davant les evidències de l'estructura atòmica, que semblava presentar un nucli carregat de dimensions reduïdes on es concentrava la major part de la massa i un núvol de càrrega oposada al voltant.¹² Aquest descobriment semblava aportar proves de la validesa dels models atòmics de tipus “planetari”. De fet, diversos models atòmics “planetaris” havien precedit i coexistit amb el model de Thomson (Perrin 1901, Nagaoka 1903, o fins i tot Nicholson 1911, el primer model atòmic *quàntic*), tot i que el de Thomson es considerava clarament superior pel seu acord implícit amb les teories de Drude, Voigt, Planck i Lorentz, teories sostingudes al seu torn per extensives mesures sobre fenòmens de dispersió i absorció.¹³

Contràriament a la imatge sovint divulgada en l'actualitat, les objeccions als models atòmics planetaris no tenien tant a veure amb la seva estabilitat com amb d'altres inconvenients. Ja hem esmentat que l'àtom de Thomson s'havia guanyat una posició privilegiada a partir de mesures de la teoria dels electrons; així mateix, l'àtom de Rutherford va rebre moltes menys crítiques a la seva fràgil estabilitat de les que ens podríem imaginar.

Simultàniament a les seves investigacions sobre l'absorció i dispersió de partícules carregades, Bohr s'havia iniciat en aquest camp a mitjans de juny del 1912.¹⁴ Només tres setmanes després, trobem entre els manuscrits de Bohr un memoràndum amb una exposició primerenca d'alguns càlculs sobre l'estabilitat interna dels àtoms segons el model de Rutherford. Sovint se l'anomena “Memoràndum de Manches-

⁹Hoyer 1981, pp. 4–8; Kragh 2012, pp. 49–50

¹⁰Kragh 2012, pp. 12–22

¹¹Kragh 2012, p. 27.

¹²Kragh 2012, p. 28. Per un relat històric dels treballs de Rutherford, veure Heilbron 1968.

¹³Jammer 1966, pp. 70–71; Kragh 2012, pp. 22–27. Sobre la teoria de Thomson, veure Navarro 2012, on l'autor argumenta que el de Thomson no era tant un *model* com un *projecte de recerca* en constant adaptació als nous requeriments experimentals o conceptuals.

¹⁴Carta de Niels Bohr a Harald Bohr, 19 de juny del 1912. Nielsen 1972, p. 559; Hoyer 1981, p. 103.

ter”¹⁵ o “Memoràndum de Rutherford”¹⁶, ja que Bohr el va escriure durant les seves últimes setmanes a Manchester per presentar a Rutherford els resultats d’aquesta investigació.¹⁷ La principal preocupació de les catorze pàgines que es conserven d’aquest manuscrit és únicament l’estabilitat dels àtoms del model (una càrrega central envoltada d’un anell d’electrons) i les molècules formades per la unió de dos àtoms d’aquests, i el mètode que utilitza per avaluar aquesta estabilitat és un balanç d’energia cinètica i potencial que calcula a partir de la interacció dels electrons amb el nucli i entre ells. Conscient que amb la mecànica no era possible d’explicar l’estabilitat atòmica, Bohr va imposar una condició quàntica similar a la de Planck i va estimar els potencials d’ionització de l’hidrogen i l’heli.

Després d’aquests resultats preliminars, però, el model de Rutherford seguia sent incomplet i inestable. Bohr va seguir investigant sobre el tema des de Copenhaguen, cartejant-se sovint amb Rutherford, fins i tot sota la supervisió de Martin Knudsen — amb qui estava portant a terme altres treballs experimentals — i amb un bon grapat d’obligacions docents que el tenien completament absorbit.¹⁸ Els interessos d’aquest primerenc model es mantindrien en l’estabilitat atòmica i molecular, i els fenòmens de dispersió, fins que Bohr va topa-se amb el model atòmic de Nicholson. Publicada a finals del 1911 i completada durant el 1912,¹⁹ la teoria de Nicholson pretenia atacar la constitució atòmica a partir de les mesures espectrals de les estrelles, i prescindint explícitament de mesures en el laboratori.²⁰ Un dels punts forts de la teoria de Nicholson era l’atribució de certes línies espectrals a un nou element químic, el “nebuli” (*nebulium*);²¹ no fou fins el 1927 que es van poder explicar aquestes línies com a part de l’espectre d’àtoms altament ionitzats d’oxigen i nitrogen en condicions de baixa densitat.²² Donada la distància entre aquest model i el de Rutherford, no fa falta esmentar que la influència mútua en la concepció dels dos models fou inexistente.²³

Malgrat el model de Nicholson era diametralment oposat a les idees de Bohr, tenien un punt en comú: la introducció del *quanta* de Planck a la teoria com a lligam per fixar les dimensions de l’àtom en el model. Nicholson ho feia a través de l’energia potencial, Bohr a través de la cinètica, i els resultats respectivament assolits

¹⁵Kragh 2012, pp. 50–58

¹⁶Hoyer 1981, pp. 135–158

¹⁷Carta de Bohr a Rutherford, 6 de juliol del 1912. Hoyer 1981, p. 104.

¹⁸Hoyer 1981, p. 106.

¹⁹Nicholson 1911a, 1912b

²⁰Kragh 2012, pp. 24–25; Hoyer 1981, pp. 107–110.

²¹Nicholson 1911b, 1912a.

²²Jammer 1966, p. 72.

²³Kragh 2012, p. 24; Jammer 1966, p. 73.

diferien considerablement. No és fins a principis del 1913 que Bohr s'adonaria que aquesta discrepància no era fruit de la incompatibilitat dels dos models, sinó més aviat del diferent àmbit d'aplicació: el de Nicholson tractava àtoms en estrelles, i per tant “els estats dels sistemes considerats per Nicholson són [...] d'un caràcter menys estable; són estats pels quals [l'àtom] passa durant la seva formació [...]”²⁴[T10] En contraposició, en la nomenada teoria de Bohr: “l'estat dels sistemes considerats en els meus càlculs ha de ser identificat amb l'estat dels àtoms en el seu estat permanent (natural)”, tal i com explicava a Rutherford en una de les seves freqüents cartes.²⁵

Una altra diferència que Bohr remarca explícitament en aquesta carta és que l'objectiu principal de Nicholson no és la determinació de les dimensions i l'energia de l'àtom (que com acabem de veure no correspondrien al seu estat de mínima energia), sinó sobretot determinar-ne les propietats espectrals: “[Nicholson considera] els estats en els quals l'energia corresponent a les línies de l'espectre característic de l'element en qüestió està sent radiada.”²⁶[T11] Per Bohr, això queia (en aquell moment) completament fora de l'abast de la seva teoria.²⁷[T12]

Haig de remarcar que les consideracions aquí esbossades no constitueixen cap part essencial en el meu article. Jo no tracto en cap cas la qüestió del càlcul de les freqüències corresponents a les línies de l'espectre visible.

Aquesta posició no trigaria gaire a canviar: “Tan aviat com vaig veure la fórmula de Balmer, tot va ser clar per a mi”, en paraules del propi Bohr citades anys després per Léon Rosenfeld.²⁸ La fórmula de Balmer ja era coneguda per Bohr, però segons Hoyer per aquestes dates l'espectroscopista H. M. Hansen li va refrescar la memòria.²⁹ A partir d'un seguiment detallat de la correspondència de principis del 1913, Kragh situa el moment d'inspiració de Bohr cap a mitjans de febrer; a principis de març va enviar a Rutherford una carta amb un primer esborrany de l'article que ja contenia la llavor essencial de les idees bohrianes que revolucionarien l'escena quàntica i atòmica del moment. I el 5 d'abril del 1913 va enviar a *Philosophical Magazine* la versió definitiva de la primera part de la trilogia, publicada el juliol d'aquell mateix any.³⁰

²⁴Carta de Niels Bohr a Ernest Rutherford, 31 de gener del 1913. Citada a Hoyer 1981, pp. 108–109.

²⁵“[...] the state of the systems considered in my calculations is to be identified with that of the atoms in their permanent (natural) state.” Ibid..

²⁶Ibid.

²⁷Ibid.

²⁸Bohr 1963, p. xxxix, citat a Hoyer 1981, p. 110.

²⁹Hoyer 1981, p. 110.

³⁰Bohr 1913b.

El títol de la trilogia, “Sobre la constitució dels àtoms i les molècules” (*On the Constitution of Atoms and Molecules*), demostra quines eren les motivacions inicials de Bohr. Del primer article de la trilogia, però, només una petita fracció es dedica a tractar l'estabilitat dels àtoms i les molècules. En les parts segona³¹ i tercera³², publicades respectivament el setembre i el novembre, Bohr recuperaria novament aquestes discussions, atacant també aspectes de la teoria de la dispersió i, més indirectament, de la radioactivitat. Però sens dubte el gran èxit de la seva teoria rau en l'àmbit espectral, on va poder justificar un bon nombre de resultats experimentals i, encara, predir-ne alguns de nous (que no van trigar gaire a ser verificats): va justificar les sèries de Balmer i de Paschen, així com les de Pickering i Fowler en termes de l'heli ionitzat, va poder-ne predir de noves (Lyman, Brackett i Pfund), va calcular amb gran precisió la constant de Rydberg i va donar una base teòrica al principi de combinació de Ritz, que com hem dit fins aleshores era només una llei empírica.³³

Però una de les confirmacions més prominents de la teoria de Bohr s'atribueix normalment a les mesures experimentals de James Franck i Gustav L. Hertz, realitzades només un any més tard de la publicació de la teoria, i que pretesament confirmaven l'existència dels estats estacionaris bohrians amb mesures per primera vegada *no espectroscòpiques*.³⁴ Si bé és encertat atribuir-ho com un èxit de la teoria de Bohr, ja que ell mateix havia predit aquest fenomen, la lectura d'aquest experiment com una confirmació no va ser tan immediata. En primer lloc, els dos físics experimentals de Berlin no estaven al corrent de la teoria de Bohr en el moment de fer l'experiment i van interpretar-lo com una mesura del potencial d'ionització del mercuri.³⁵ L'impacte de l'experiment en el si de la teoria de Bohr arribaria el 1915 arran d'un article del mateix Bohr on el danès exposa l'explicació alternativa de les observacions de Frank i Hertz i proposa un valor diferent per al potencial d'ionització del mercuri en base a la seva teoria.³⁶ Ni tan sols això va poder convèncer els dos experimentals, que el 1916 tornaven a oposar-se frontalment a la interpretació de Bohr en un nou article.³⁷ Els primers suports experimentals definitius arribarien dels Estats Units, en primer lloc de manera indirecta (a partir de mesures espectrals del mercuri) de Millikan,³⁸ i en segon lloc a través d'una reproducció del muntatge

³¹Bohr 1913c.

³²Bohr 1913d.

³³Kragh 2012, p. 62.

³⁴Jammer 1966, p. 85; Kragh 2012, pp. 143–148.

³⁵Franck & Hertz 1914a,b.

³⁶Bohr 1915c.

³⁷Franck & Hertz 1916.

³⁸Millikan 1917

de Frank-Hertz de la mà de Bergen Davis i F. S. Goucher.³⁹ No és fins el 1919 que Frank i Hertz acceptarien la interpretació bohriana del seu experiment,⁴⁰ sis anys més tard se'ls concedia el Premi Nobel de física per aquestes contribucions.⁴¹

Però tornem a les motivacions de Bohr: l'èxit aclaparador de la seva teoria en l'àmbit espectral sembla robar el protagonisme a la vessant de les investigacions més estretament relacionades amb el model atòmic, però en realitat no és així. La trilogia de Bohr del 1913 representa un pas clau cap a l'establiment definitiu del model atòmic de Rutherford, a vegades anomenat també *àtom de Rutherford-Bohr*, ja que Rutherford no va arribar mai a proposar pròpiament un candidat a model atòmic complet, estable i consistent.⁴² De fet, Bohr inicia la seva trilogia presentant el model de Rutherford, però de seguida problematitzant-lo: si s'intenta demostrar l'estabilitat atòmica del model planetari de Rutherford, no es poden justificar ni els espectres discrets d'emissió (o absorció), ni tan sols l'existència d'una mida característica de l'àtom.⁴³ Renunciant explícitament a la mecànica, en canvi, Bohr proposa assumir la hipòtesi quàntica de Planck i aplicar-la a l'energia cinètica d'un electró orbitant.⁴⁴

Amb aquest lligam quàntic, l'ordre de magnitud de les dimensions de l'àtom queda unívocament fixada, així com el de l'energia i la freqüència característica. Bohr dedica realment poques pàgines a discutir el model atòmic i, un cop establert aquest, passa a les consideracions espectroscòpiques que ocupen la major part de l'article. Després d'introduir breument les idees de Nicholson, que jutja inadequades, Bohr proposa els seus dos famosos postulats (*principal assumptions*):⁴⁵

1. que existeixen estats estacionaris en l'àtom, els quals poden ser determinats a partir de la mecànica *ordinària*, però les transicions entre els quals no es poden descriure mecànicament;
2. que aquestes transicions comporten l'emissió de radiació electromagnètica monocromàtica (Bohr utilitza el terme *homogènia*), regida segons la "lei de Planck".

El segon postulat s'associa tradicionalment a l'equació

$$\Delta E = h\nu, \tag{2.1}$$

³⁹Davis & Goucher 1917

⁴⁰Franck & Hertz 1919

⁴¹NP. Sobre tot l'episodi de Frank-Hertz, podeu consultar Gearhart 2014.

⁴²Heilbron 1968, pp. 300–305.

⁴³Bohr 1913b, p. 3.

⁴⁴Bohr 1913b, p. 5.

⁴⁵Bohr 1913b, p. 7.

i és el que hem d'interpretar quan llegim “lei de Planck”. Tot i així, és interessant fer notar que Bohr originalment no va escriure el segon postulat en forma d'equació, sinó que 2.1 apareix per primera vegada unes pàgines més endavant donant per entès que està justificada pel aquest postulat.

Contràriament a la creença general, els dos postulats de Bohr no es van mantenir inalterables al llarg dels següents anys: cada poc temps apareixia una nova reformulació de la teoria de Bohr en què aquests postulats eren lleugerament modificats, moltes vegades per l'afegiment o eliminació de nous postulats o principis. La imatge d'una formulació estable i robusta durant la seva dècada de vida (1913–1923) és segurament deguda a les versions finals de la teoria, del 1918 i 1923, on Bohr recupera una exposició basada en dos postulats molt semblants als que acabem d'enunciar, llevat potser de subtils diferències.

Davant aquesta inconstància, i per conveniència, no ens cenyirem al vocabulari utilitzat per l'autor en cada moment històric, sinó que al llarg d'aquesta tesi utilitzarem sempre el terme *primer postulat* per referir-nos a “l'existència d'estats estacionaris i els salts quàntics entre aquests”, mentre que per *segon postulat* farem referència a l'equació 2.1.

Amb aquests postulats com a fonament i Bohr va quantitzar la fórmula de l'energia i va deduir al primer article del 1913, no només la sèrie de Balmer, sinó també el llarg llistat de resultats espectrals que hem enumerat més amunt.⁴⁶ Conscient del caràcter agosarat de les assumpcions preses, Bohr dedica la resta de l'article a justificar la fórmula 2.1 de dues maneres alternatives: mitjançant una analogia amb l'electrodinàmica clàssica (en una versió primitiva i basta del que més endavant Bohr batejarà com a *principi de correspondència*) i mitjançant la quantització del moment angular dels electrons orbitants.⁴⁷

Aquesta primera contribució va significar una autèntica revolució dins de la física, i hi podem entreveure un primer pas vers la consolidació de la teoria quàntica com una disciplina unitària. Però la trilogia del 1913 no representa gaire més que l'establiment d'unes bases a partir de les quals calia desenvolupar una teoria coherent i autoconsistent. I Bohr n'era molt conscient. Novament, volem remarcar que el principal objectiu de Bohr havia estat —i seguiria sent— establir una teoria que permetés comprendre la constitució dels àtoms i les molècules. L'estudi de l'espectre atòmic no era res més que una eina —la millor— per accedir a l'estudi de l'interior de l'àtom. Una eina que també es va beneficiar de l'impuls de la nova teoria de Bohr, i que durant la dècada del 1910 va acumular una quantitat ingent de dades assolint precisions inconcebibles pocs anys abans. Aquestes noves mesures de precisió van

⁴⁶Bohr 1913b, pp. 8–12.

⁴⁷Bohr 1913b, pp. 12–25. Vegeu també Jammer 1966, pp. 78–81; Kragh 2012, pp. 58–68.

significar un constant repte per la teoria de Bohr-Sommerfeld (qui entrarà ben aviat en escena), que durant deu anys es va veure forçada a evolucionar constantment.

Si revisem amb detall la llista de publicacions de Niels Bohr durant aquesta dècada, observem que l'interès pels espectres atòmics pren un protagonisme considerable (veure taula 2.1), si bé mai acaba d'eclipsar totalment la constitució atòmica. Per exemple, en el títol de l'importantíssim article del 1918, “Sobre la teoria quàntica de les línies espectrals” (*On the Quantum Theory of Line Spectra*) —on utilitzant una exposició més formal estableix uns elaborats nous fonaments teòrics basats en principis generals— podríem sospitar-hi un cert oblit de la qüestió de constitució atòmica i molecular.⁴⁸ El títol, certament, no sembla indicar cap interès especial per la constitució d'àtoms o molècules. Però malgrat el títol, aquest article també tracta de manera indirecta la constitució dels àtoms (i en menys mesura, de les molècules). Cap el 1916 Bohr havia intentat establir unes bases més sòlides per a la teoria, unes bases vers les quals la principal via d'investigació és, precisament, l'espectroscopia. Indirectament, doncs, sembla que fer una teoria completa de les línies espectrals és caminar cap a una teoria completa de l'àtom.

El candent interès de Bohr en la constitució atòmica troba el punt culminant en l'elucidació de la taula periòdica dels elements a principis de la dècada dels 1920.⁴⁹ La publicació, el gener del 1923, d'uns nous principis fonamentals actualitzats —d'acord amb aquesta teoria de la taula periòdica i d'acord també amb els últims requeriments espectrals— materialitza aquest retorn als seus orígens motivacionals: el títol “Sobre l'aplicació de la teoria quàntica a l'estructura atòmica” (*Über die Anwendung der Quantentheorie auf den Atombau*) no fa referència als espectres o les línies espectrals, sinó que parla directament de l'estructura atòmica (si bé els objectius i el contingut de l'article no es diferencien massa dels del 1918).

Però a aquestes alçades les ambicions de Bohr havien crescut: per molt que la teoria quàntica permetés explicar amb certa precisió (i certes pretensions de comprensió) la taula periòdica dels elements —és a dir, la constitució atòmica de la matèria!—, tota la teoria reposava sobre unes bases encara fràgils. Conscient d'això, el Bohr dels anys 20 era plenament conscient de la necessitat d'anar més enllà i assegurar aquestes bases, construir una teoria quàntica completa i autoconsistent. I a diferència de Sommerfeld, que el 1924 ja afirmava que la teoria estava gairebé completa, el danès no es cansava de repetir que, fins que s'assolís un estadi més avançat de la teoria, tot era provisional i purament indicatiu de la bona direcció a seguir.

⁴⁸Bohr 1918a.

⁴⁹Kragh 2012, pp. 271–307.

Any	Títol	C	E
1913	Sobre la constitució dels àtoms i les molècules (I, II i III)	X	
1913	L'espectre de l'heli i l'hidrogen		X
1914	L'efecte dels camps elèctrics i magnètics sobre les línies espectrals		X
1914	Models atòmics i espectres de raigs X	X	X
1915	L'espectre de l'hidrogen i l'heli		X
1915	Sobre la teoria quàntica de la radiació i l'estructura de l'àtom	X	X
1915	Sobre la sèrie espectral de l'hidrogen i l'estructura de l'àtom	X	X
1916	Sobre l'aplicació de la teoria quàntica als sistemes periòdics (no publicat)		X
1918	Sobre la teoria quàntica de les línies espectrals (I i II)		X
1919	Sobre el model d'una molècula triatòmica d'hidrogen	X	
1920	Sobre la sèrie espectral dels elements	X	X
1921	Sobre qüestions de la polarització de la radiació en la teoria quàntica		X
1921	Estructura atòmica (I i II)	X	
1922	L'estructura de l'àtom i les característiques físiques i químiques dels elements	X	
1922	La diferència entre les sèries espectrals dels isòtops		X
1922	L'estructura de l'àtom	X	
1923	Sobre l'aplicació de la teoria quàntica a l'estructura atòmica	X	
1923	L'estructura de l'àtom	X	
1923	Línies espectrals i estructura atòmica	X	X
1923	L'efecte dels camps magnètics i elèctrics sobre les línies espectrals		X

Taula 2.1: Principals publicacions de Bohr entre el 1913 i el 1923. A les dues últimes columnes mostrem la temàtica que es dedueix del títol de l'article, distingint entre “estudis de la constitució atòmica i molecular” (C) i “estudis espectrals” (E). (Bohr 1913b,c,d,e, 1914a,b, 1915a,b,c, 1916, 1918a,b, 1919, 1920, 1921a,b,c, 1922b,d,f, 1923a,b,c).

2.3 1916: teoria de Sommerfeld

Sommerfeld és una de les grans figures *clàssiques* consagrades que durant la dècada dels 1910s es va abocar a la nova teoria quàntica.⁵⁰ El 4 de setembre del 1913 escrivia a Bohr per felicitar-lo per l'èxit dels seus càlculs, i li indicava que havia tingut idees anteriors en la mateixa línia:⁵¹ [T13]

Moltes gràcies per enviar-me el seu interessantíssim article, el qual ja havia llegit al Phil[osophical] Mag[azine]. El problema d'expressar la constant de Rydberg-Ritz a partir de la h de Planck m'havia rondat el cap molt de temps. Fa uns anys ho havia comentat a Debye. Tot i que encara sóc escèptic respecte models atòmics en general, el càlcul d'aquesta constant és sens dubte una gran gesta. Per cert, l'acord numèric és encara millor amb el valor recent de Planck $h = 6,4 \cdot 10^{-27}$. Aplicareu també el vostre model a l'efecte Zeeman? Jo tenia intenció de tractar-lo. Potser puc conèixer més sobre els seus plans a través del Sr. Rutherford, el qual espero veure a l'octubre.

De fet, segons Hoyer aquesta és la primera reacció que la teoria de Bohr va rebre des de fora del cercle de Rutherford. No disposem de la resposta a aquesta carta, si és que mai n'hi va haver. Però aquestes paraules de Sommerfeld, assenyalant la importància de l'efecte Zeeman són prou rellevants. D'una banda, com veurem al següent capítol segurament van tenir una influència sobre Bohr i van guiar-lo en les seves recerques posteriors (veure pàgina 87, secció 3.4.2); d'altra banda, es revelen premonitòries de la presència constant que l'efecte Zeeman tindrà al llarg de la dècada en què la Teoria Quàntica Antiga es va desenvolupar fins arribar a un carreró sense sortida.

L'interès de Sommerfeld per la teoria de Bohr no va parar de créixer durant els mesos següents; fent una ullada a les seves tasques docents com a professor, a part de les seves assignatures habituals (mecànica, mecànica dels medis continus, electrodinàmica, equacions diferencials parcials) trobem cursos avançats o especialitzats: l'estiu del 1914 sobre la teoria quàntica, l'hivern del 1914/15 un curs sobre l'efecte Zeeman i les línies espectrals, l'estiu del 1915 un sobre la teoria de la relativitat i, tancant la llista, novament teoria quàntica l'hivern del 1915/16.⁵² Segons Eckert, ja a finals del 1914 o principis del 1915 Sommerfeld estava plenament convençut que el

⁵⁰Seth 2010, pp. 140–141.

⁵¹Carta de Sommerfeld a Bohr, 4 de setembre del 1913. Citada a Hoyer 1981, p. 123 i p. 603 i traducció a l'anglès a Eckert 2014, p. 142.

⁵²Eckert 2013b, p. 118.

futur de la teoria atòmica residia en la proposta quàntica de Bohr.⁵³ Entre els seus cursos hem vist que també n’hi havia un sobre relativitat especial, una teoria per la qual Sommerfeld sentia un entusiasme “gairebé tan gran com per [la de] Bohr”.⁵⁴[T14] Tot i aquest interès, però, Sommerfeld no va publicar cap article aplicant la nova teoria quàntica fins a principis del 1915, en part influenciat per un article anterior de Peter Debye sobre la dispersió òptica, i en el qual Sommerfeld atacava el mateix problema amb una aproximació diferent.⁵⁵ Segurament la Primera Guerra Mundial —i la involucració de Sommerfeld en recerca militar— van tenir a veure amb aquest endarreriment malgrat tot l’entusiasme que mostrava per la quàntica.⁵⁶

De la correspondència s’infereix que els primers càlculs de Sommerfeld directament relacionats amb l’àtom de Bohr i les sèries espectrals els va fer segurament a principis del 1915,⁵⁷ però aparentment no va publicar-los perquè tenia la intenció de presentar una teoria completa i autoconsistent capaç d’explicar tant l’estructura fina de l’hidrogen com els efectes Stark i Zeeman. Al mateix temps Bohr havia seguit afinant la seva teoria —en part motivat per algunes crítiques, principalment de Nicholson i Stark. Segons Eckert va ser una publicació de Bohr de mitjans del 1915⁵⁸ l’esdeveniment que va empènyer Sommerfeld a publicar la seva teoria encara que no fos completa.⁵⁹

Amb aquests treballs del 1915, Sommerfeld realment aconseguiria donar una gran empenta a la teoria quàntica de l’àtom, sobretot pel seu enfocament marcadament pragmàtic i calculista que podem contraposar parcialment a les discussions més abstractes i conceptuals de Bohr. Els mètodes de Sommerfeld van esdevenir ràpidament una eina indispensable per la creixent comunitat de *físics quàntics* que a finals de la dècada del 1910 es van anar sumant a l’empresa de construir una teoria quàntica de l’àtom. Amb “Sobre la teoria de la sèrie de Balmer” (*Zur Theorie der Balmerschen Serie*) Sommerfeld reproduïx, amb un formalisme diferent de Bohr, l’obtenció teòrica de la sèrie de Balmer.⁶⁰ Poques setmanes després, amb “L’estructura fina de les línies de l’hidrogen i els [àtoms] hidrogenoides” (*Die Feinstruktur der Wasserstoff- und der Wasserstoff-ähnlichen Linien*) estén la teoria al cas relativista i presenta la primera justificació teòrica de l’estructura fina.⁶¹ Aquest article, tot i que inclòs

⁵³Eckert 2014, p. 145.

⁵⁴Carta de Sommerfeld a Schwarzschild, 31 de juliol del 1915. Citada a Eckert 2014, p. 146.

⁵⁵Debye 1915; Sommerfeld 1915a. Veure Jordi Taltavull 2013.

⁵⁶Eckert 2013a, pp. 193–195 i 218–224.

⁵⁷Eckert 2013a, p. 206.

⁵⁸Bohr 1915c.

⁵⁹Eckert 2013a, p. 207.

⁶⁰Sommerfeld 1915b, llegit el 6 de desembre del 1915.

⁶¹Sommerfeld 1915c.

formalment en una publicació del 1915, va ser llegit a l'Acadèmia de Ciències de München el 8 de gener del 1916; a la impressió s'hi afegeix també un breu apèndix datat del 10 de febrer.

Si Bohr havia empès Sommerfeld a publicar, precisament l'article de Sommerfeld de principis del 1915 (sobre dispersió òptica) va motivar al seu torn el danès a reorganitzar i reestructurar les idees de la seva teoria, i a preparar en poques setmanes els continguts d'un article de caràcter general amb l'objectiu d'establir de manera rigorosa els fonaments de la teoria.⁶² Bohr intuïa d'alguna manera la presència de forasters al seu propi territori. L'aparició dels dos treballs de Sommerfeld que acabem de citar, però, va destruir completament els plans de Bohr, que de sobte veia la seva teoria convertida en un constructe obsolet.⁶³ Malgrat Bohr va mostrar gratitud i joia per l'extensió de la seva pròpia teoria que representaven els treballs de Sommerfeld, va decidir posposar la publicació del seu article —aleshores ja enviat a impremta— per actualitzar-lo.⁶⁴ Entre els manuscrits de Bohr hi ha algunes pàgines que recullen aquest intent de posar al dia els continguts de l'article,⁶⁵ però finalment la seva publicació es va cancel·lar definitivament.⁶⁶

Aquesta influència —o competència, perquè tot i ser poc agressiva, al cap i a la fi era una competència— entre els dos eminents físics, doncs va ser bidireccional: Bohr s'havia vist forçat a retirar el seu article del 1916, però segons Eckert Sommerfeld havia accelerat la publicació dels seus dos articles de finals del 1915 i principis del 1916 com a resposta a publicacions anteriors de Bohr.⁶⁷ Immediatament després de publicar aquests articles, que establien la base de la seva teoria i asseguraven la seva prioritat, Sommerfeld sentia la necessitat d'escriure un nou article més estructurat, més fonamental, que constituís una base teòrica per a un camp que, més que emergir, estava ja explotant a nivell experimental i teòric. Per exemple, referint-se a l'article llegit a principis del 1916, només un mes més tard de la publicació de l'apèndix es lamentava a Schwarzschild:⁶⁸[T15] “El que acabo de publicar ja no està actualitzat.” Finalment, l'estiu del 1916 Sommerfeld publicaria “Sobre la teoria quàntica de les línies espectrals” (*Zur Quantentheorie der Spektrallinien*),⁶⁹ a *Annalen der Physik*, un article que és sovint considerat seminal, ja que marca un abans i un després en

⁶²Hoyer 1981, pp. 336–337.

⁶³Eckert 2014, pp. 153–154.

⁶⁴Carta de Bohr a Sommerfeld, 19 de març del 1916. Citada a Eckert 2013c, p. 55 i Hoyer 1981, pp. 340–341 i 603–604.

⁶⁵Hoyer 1981, pp. 463–470.

⁶⁶Bohr 1916.

⁶⁷Eckert 2013a, pp. 206–207, 2014, pp. 146–147.

⁶⁸Carta de Sommerfeld a Schwarzschild, 9 de març del 1916. Citada a Eckert 2014, p. 151.

⁶⁹Sommerfeld 1916a,b.

la matematització de la teoria quàntica de les línies espectrals i els models atòmics en general. Per la similitud de contingut i, sobretot, pel major grau de finalització d'aquest article, a les obres completes de Sommerfeld es va elidir la inclusió dels dos primers.⁷⁰ Una de les diferències importants entre els dos primers articles i el d'*Annalen* és l'addició d'una secció dedicada als efectes Stark i Zeeman, però en reservem els detalls pel proper capítol. A aquestes alçades, i pels interessos que aquí ens ocupen, ens quedarem només amb dues aportacions essencials que va fer Sommerfeld amb aquests treballs de finals del 1915 i principis del 1916. Conscients de l'excessiva simplificació que això pot significar, per més detalls instem el lector a consultar alguns dels autors secundaris que hem esmentat a la introducció.⁷¹

- En un àmbit general, Sommerfeld va contribuir a la formalització de la teoria quàntica amb la introducció independent d'una nova manera d'obtenir les condicions quàntiques (l'anomenada quantització de Sommerfeld). Aquestes condicions van permetre un nou i fèrtil enfocament matemàtic del problema quàntic. (secció 2.3.2)
- En un àmbit més particular, Sommerfeld va aplicar aquestes condicions a l'àtom d'hidrogen i va aconseguir deduir l'*estructura fina* de les línies espectrals. Per a fer-ho, va aplicar simultàniament dues innovacions que, de fet, Bohr també considerat però no havia desenvolupat prou: trajectòries el·líptiques per les òrbites electròniques, i l'ús de mecànica relativista per a la resolució de les equacions del moviment. (secció 2.3.1)

Anem a veure-les amb més detall, començant per la segona: la justificació teòrica de l'estructura fina.

2.3.1 Òrbites el·líptiques i relativistes

La motivació de Sommerfeld per proposar òrbites el·líptiques és simple: en una òrbita electrònica (per exemple hidrogenoïde), la interacció és una força central i per tant l'electró es mou només en un pla, és a dir, té dos graus de llibertat; la mecànica clàssica dicta, a més, que típicament les solucions a l'atracció coulombiana seran el·lipses. Seria natural, doncs, aplicar la quantització als dos graus de llibertat que regeixen l'electró en aquest moviment, el radial i l'azimutal, i obtenir dos nombres quàntics associats a aquestes coordenades: n associat a φ i n' associat a r .⁷²

⁷⁰Sauter 1968. Eckert ho justifica a Eckert 2014, p. 142.

⁷¹Jammer 1966, pp. 89–96; Kragh 1985; Seth 2010, pp. 162–171; Kragh 2012, pp. 148–164; Eckert 2013a, pp. 205–218.

⁷²Sommerfeld 1915b, pp. 436–439.

Quan Sommerfeld va desenvolupar aquest model, però, es va trobar que en comptes d'obtenir la fórmula espectral de Bohr⁷³

$$\nu = N \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad (2.2)$$

on N és la constant de Rydberg, obtenia⁷⁴

$$\nu = N \left(\frac{1}{(n + n')^2} - \frac{1}{(m + m')^2} \right). \quad (2.3)$$

Donant diversos valors enters a n i n' és fàcil veure que la segona fórmula és poc més que una redefinició de la primera, sense aportar cap diferència significativa a l'espectre. Si bé mai no n'havia publicat el desenvolupament, Bohr havia considerat inicialment la possibilitat d'òrbites electròniques el·líptiques. Sense la correcció relativista, però, l'energia d'aquestes òrbites és la mateixa que per òrbites circulars, i per tant a la vista de Bohr l'ús d'òrbites el·líptiques era segurament una complicació innecessària del seu model atòmic. A la primera part de la trilogia fundacional, per exemple, Bohr esmenta les solucions el·líptiques,⁷⁵ però una vegada obtinguda la fórmula de l'energia a les pàgines següents pressuposa sempre anells circulars d'electrons. Més endavant en el mateix article, quan quantitza el moment angular, adopta novament el cas més simple, és a dir, el circular;⁷⁶ i ja al final de l'article, quan recapitula i extreu les conclusions de tot l'article es refereix constantment a "òrbites circulars".⁷⁷

Conceptualment, però, la fórmula 2.3 representava un salt endavant: a partir d'aquesta fórmula Sommerfeld va poder interpretar les línies espectrals com a compostes, no pas d'un sol tipus de salt, sinó de diferents tipus de salts entre el·lípsos d'excentricitats i mides diferents. La coincidència de molts d'aquests salts en una mateixa línia era el que convertia aquest espectre aparentment ric i complex de nou amb l'espectre predit per Bohr.⁷⁸

Però justament aquí és on entra en escena la segona innovació de Sommerfeld: l'aplicació de la mecànica relativista. Sommerfeld va fer aquest pas en el següent article, presentat el 8 de gener del 1916 però inclòs encara a l'últim número de les actes de l'Acadèmia de Ciències de München del 1915.⁷⁹ Amb el càlcul relativista,

⁷³Sommerfeld 1915b, p. 435.

⁷⁴Sommerfeld 1915b, p. 439.

⁷⁵Bohr 1913b, p. 3.

⁷⁶Bohr 1913b, p. 15.

⁷⁷Bohr 1913b, pp. 24–25.

⁷⁸Sommerfeld 1915b, pp. 444–448, especialment p. 448.

⁷⁹Sommerfeld 1915c.

les òrbites el·líptiques deixen de ser tancades i, més important, apareix en l'expressió de l'energia un terme que depèn de l'excentricitat, trencant la *degeneració* que feia idèntiques les expressions 2.2 i 2.3. En aquest article Sommerfeld encara no ho expressa en termes de la coneguda *constant d'estructura fina*, $\alpha = \frac{2\pi e^2}{hc}$, la qual va ser originalment proposada per Wilhelm Lenz en una carta en resposta a aquest article.⁸⁰ Sommerfeld adoptaria aquesta constant al seu article d'*Annalen*, considerat el seu article seminal sobre la teoria quàntica de l'àtom.

Si les fórmules 2.2 i 2.3 s'obtenien a partir de restar —segons el segon postulat— dues energies orbitals del tipus

$$W = -\frac{Nh}{(n+n')^2}, \quad (2.4)$$

amb aquestes correccions relativistes Sommerfeld troba que l'energia d'un orbital s'expressa:⁸¹

$$W = -\frac{Nh}{(n+n')^2} \cdot \left[1 + \frac{\alpha^2}{(n+n')^2} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{n'}{n} \right) \right] \quad (2.5)$$

Comparant 2.4 i 2.5 és fàcil veure que totes les novetats estan codificades dins del claudàtor:

- el primer correspon al cas no relativista;
- el segon terme, $\frac{1}{4} \frac{\alpha^2}{(n+n')^2}$, correspon a la correcció relativista de les òrbites circulars (una correcció que Bohr també havia calculat uns mesos abans⁸²);
- i l'últim terme, $\frac{n'}{n} \frac{\alpha^2}{(n+n')^2}$, és el més important, ja que està associat a la correcció relativista de l'excentricitat de les el·lipses (o dit d'altra manera, a la trajectòria no tancada d'aquestes).⁸³

En efecte, Bohr ja havia aplicat també la relativitat especial al seu model atòmic, a principis del 1915, obtenint només la correcció que en Sommerfeld hem etiquetat com a *segon terme*, associada a la correcció de l'energia d'una òrbita circular. Sense el·lipses, la modificació de l'energia i —sobretot— la manca de trencament de la

⁸⁰Carta de Lenz a Sommerfeld, 7 de març del 1916. Citada a Eckert 2013a, p. 211 i Eckert 2014, p. 152.

⁸¹Sommerfeld 1916a, p. 55. Hem modificat lleugerament l'expressió respecte la notació que utilitza Sommerfeld per facilitar-ne la comparació amb 2.2 i 2.3.

⁸²Bohr 1915a.

⁸³Sommerfeld 1916a, p. 55.

degeneració no permetien a Bohr explicar l'estructura fina de l'hidrogen, si bé tampoc es va problematitzar excessivament aquesta aparent discrepància entre experiment i teoria.

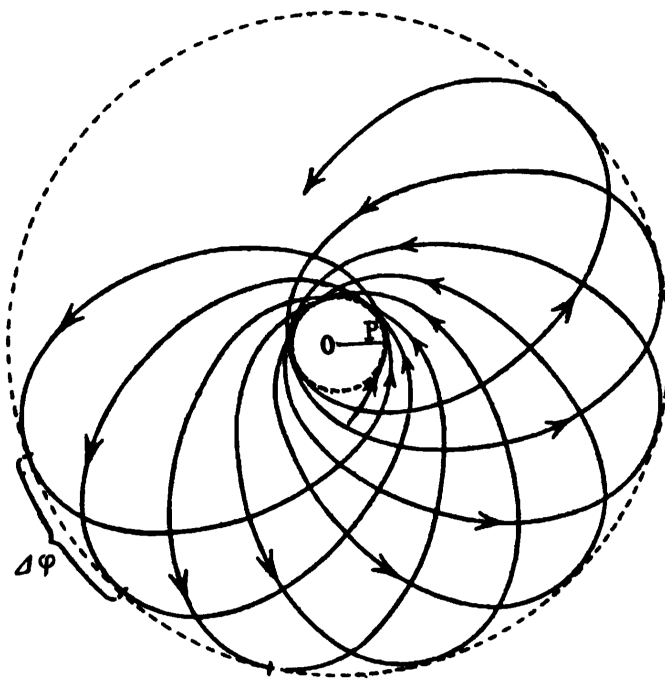


Figura 2.1: Il·lustració de la precessió de les el·lipses degut als efectes de la relativitat especial. (Sommerfeld 1921a, p. 325)

De fet l'estructura fina de les línies espectrals es coneixia des de feia més de vint anys: el 1892 Albert Michelson ja havia observat que la sèrie de Balmer no estava constituïda per línies discretes i úniques,⁸⁴ sinó que “les línies que semblaven ser úniques en els espectroscopis més potents, eren [en realitat] doblets o triplets, i en alguns casos molt més complexes.”⁸⁵[T16] Aquestes observacions de Michelson van ser possibles gràcies a un nou mètode experimental desenvolupat per ell mateix l'any anterior, basat en xarxes de difracció, mètode que pel seu gran poder de resolució s'utilitza encara avui dia.⁸⁶

Segurament la ínfima magnitud d'aquestes desviacions —d'aquí el nom d'estructura *fin*a— va influir en el poc pes que es va donar a aquestes mesures a l'hora de

⁸⁴Michelson 1892a.

⁸⁵Michelson 1892b, p. 191.

⁸⁶Michelson 1891. Vegeu Johnston 2003.

jutjar l'adequació de la teoria de Bohr. Si bé sens dubte era un escull a superar, l'èxit de la teoria de Bohr en explicar l'*estructura gruixuda* de les línies espectrals passava per davant d'aquest petit —en comparació— fracàs.⁸⁷ Lògicament, però, l'extensió de la teoria de la mà de Sommerfeld era un gran èxit tant per l'alemany com pel danès: no només situava Sommerfeld en la primera línia de la teoria quàntica, sinó que significava un gran pas vers la consolidació de la teoria de Bohr, ja que malgrat emprar un formalisme lleugerament diferent per trobar les condicions quàntiques, era obvi que les dues teories descansaven sobre principis fonamentals molt semblants.

Però la teoria de Sommerfeld també va servir per consolidar una altra teoria que, en perspectiva històrica, ens pot semblar més xocant: la de la relativitat especial d'Einstein. Formulada el 1905, aquesta teoria no havia deixat la comunitat científica indiferent: de seguida van sorgir un bon nombre d'adeptes a la teoria d'Einstein, però també alguns oponents atrinxerats. A finals del 1915 Einstein ja havia fet pública la versió *general* de la relativitat, però la versió especial no es podia considerar totalment acceptada, malgrat ser àmpliament coneguda i utilitzada. Dins del mateix marc de la relativitat hi havia diverses propostes i interpretacions, entre les quals podem destacar per exemple la polèmica entre Einstein i Walther Ritz sobre els potencials retardats i avançats,⁸⁸ o la disputa amb la teoria de Max Abraham.⁸⁹ Sommerfeld, en els seus càlculs, va utilitzar explícitament la fórmula d'Einstein per la variació de la massa en funció de la velocitat, de manera que el perfecte acord entre els càlculs de Sommerfeld i les precises mesures de l'estructura fina de Paschen no només representaven un èxit per Sommerfeld, sinó que constituïen una prova de pes a favor de la teoria formulada per Einstein una dècada abans.⁹⁰

2.3.2 Condicions de quantització

La segona gran contribució de Sommerfeld, potser en un sentit més matemàtic o almenys formal, va ser un nou mètode general per establir la quantització. Recordem que durant gairebé quinze anys no havia existit cap teoria general dels quanta, i la quantització s'anava aplicant des d'enfocaments diferents segons la casuística; tot i que Bohr havia donat una bona empenta a la teoria quàntica, fins al moment la seva teoria només representava un nou front obert: sense unificar els diferents mètodes ni millorar significativament la comprensió de les quantitzacions utilitzades —és, precisament, amb aquest objectiu unificador que Bohr refaria els fonaments de la

⁸⁷Jammer 1966, p. 91.

⁸⁸Fritzius 1990; Martínez 2004.

⁸⁹Cattani & de Maria 1989.

⁹⁰Jammer 1966, p. 95; Seth 2010, p. 170.

seva teoria el 1916–1918 i el 1923.

En un altre front, Max Planck portava molts anys intentant construir una teoria més o menys unificada de la quantització; si bé el gran pare de la quàntica havia aconseguit importants èxits, la seva teoria —sempre canviant i evolucionant— estava lluny de ser completa i aglutinadora. Un d'aquests èxits va ser, precisament, traslladar la quantització a l'espai fàsic i identificar que l'acció és la magnitud física a quantitzar, en el que es coneix com a *segona teoria* de Planck. Va ser sobre aquest formalisme planckià que Sommerfeld va aportar una nova peça al trencaclosques quàntic: va reformular la condició quàntica de Planck,

$$\iint dpdq = h, \quad (2.6)$$

integrant la variable moment i imposant la condició quàntica en el procés d'integració, i va obtenir⁹¹

$$\oint pdq = nh. \quad (2.7)$$

Aquesta brillant contribució de Sommerfeld permetia fer extensiva la quantització a sistemes amb més d'un grau de llibertat: quan el sistema és suficientment simètric per aplicar una separació de variables, amb aquesta condició es pot quantitzar de manera independent cadascuna de les variables. Sovint s'acostuma a citar el plantejament general que va oferir al seu article fundacional d'*Annalen*, on va enunciar les condicions de manera general per un sistema amb f graus de llibertat:⁹²

$$\oint p_k dq_k = n_k h \quad (2.8)$$

on $k = 1, 2, \dots, f$.

A l'article del 1915, però, Sommerfeld no va tan lluny i simplement aplica el nou formalisme al cas de les òrbites keplerianes de l'electró en l'àtom, on l'atracció coulombiana confina el moviment a un pla (és a dir, dos graus de llibertat) i alhora garanteix la separabilitat d'aquests dos graus de llibertat. Sommerfeld quantitza doncs les coordenades radial, r , i azimuthal, φ :⁹³

$$\oint p_r dr = n' h \quad \text{i} \quad \oint p_\varphi d\varphi = nh, \quad (2.9)$$

⁹¹Sommerfeld 1915b, pp. 427–429; Eckert 2013c, pp. 68–70.

⁹²Seguim la nomenclatura de Jammer 1966, p. 91, que no és totalment fidel a la nomenclatura original de Sommerfeld 1916a, pp. 5–9, i adopta un formalisme posterior (per exemple, de Sommerfeld 1919, p. 223).

⁹³Sommerfeld 1915b, pp. 430–431 i 436–438.

on per analogia n' és el nombre quàntic radial i n , el nombre quàntic radial. Les integrals es calculen per un període sencer de l'òrbita. Resolent el problema amb aquestes condicions de quantització obté la fórmula per la freqüència que havíem vist a l'equació 2.3.

Des del punt de vista dels fonaments de la teoria quàntica, aquest desenvolupament de Sommerfeld havia estat anticipat uns mesos abans de manera independent per dos físics més: William Wilson⁹⁴ i Jun Ishiwara.⁹⁵ Si bé tots dos feien referència a la teoria de Bohr i establien la connexió entre la seva proposta i la ja famosa teoria del danès, no van arribar a calcular les conseqüències espectrals del seu propi formalisme.⁹⁶ Malgrat sovint s'esmenta de passada el mèrit d'aquests dos autors, les condicions de quantització tot just exposades s'acostumen a atribuir principalment a Sommerfeld: segurament el gran èxit obtingut arran de les prediccions de l'estructura fina van ajudar a consolidar Sommerfeld com un dels grans contribuïdors de la quàntica,⁹⁷ però també hi devia jugar un paper important el grau d'implicació de l'alemany en l'establiment i la difusió de la teoria, sobretot amb el llibre “Estructura atòmica i línies espectrals” (*Atombau und Spektrallinien*, primera edició del 1919),⁹⁸ que sovint és sovint titllat de *bíblia de la teoria quàntica*.⁹⁹

En aquesta exposició limitada no hem parlat d'alguns inconvenients del formalisme de Sommerfeld. El més destacable és l'arbitrarietat en l'elecció de les coordenades a l'hora de fer la *separació de variables*: una arbitrarietat que d'una banda no té conseqüències a l'hora de fixar l'energia dels estats estacionaris, però que de l'altra permet atribuir trajectòries electròniques diferents a un mateix estat estacionari, posant en dubte la coherència de tot el constructe lògic de la teoria atòmica de Bohr-Sommerfeld o, com a mínim, l'adequació del mètode proposat per Sommerfeld.¹⁰⁰

2.4 Principis Fonamentals: 1918–1923

Ens endinsem ara a l'època de la consolidació de la Teoria Quàntica Antiga, amb els intents de Bohr de construir un edifici teòric complet i definitiu. D'aquesta nova reformulació de la teoria, en destaquen dos principis fonamentals: el principi adiabàtic i el principi de correspondència. Aquests dos principis són especialment

⁹⁴Wilson 1915.

⁹⁵Ishiwara 1915.

⁹⁶Jammer 1966, p. 92; Kragh 2012, p. 154.

⁹⁷Mehra & Rechenberg 1982a, p. 211; Sánchez Ron 2001, p. 307.

⁹⁸Sommerfeld 1919, 1921a, 1922b, 1923b, 1924, 1931.

⁹⁹Eckert 2013b.

¹⁰⁰Darrigol 1992, p. 115; Seth 2010, p. 169. Veure també Duncan & Janssen 2014, 2015.

importants per diverses raons:

- en primer lloc, Bohr mateix va declarar durant anys que eren els dos pilars fonamentals sobre els quals reposava tota la seva teoria;
- en segon lloc, tots dos principis acostumen a tenir un lloc prominent en els relats històrics: el de correspondència sol tenir un paper molt destacat, en part perquè va ser un dels principals motors de la teoria, en part perquè va aconseguir sobreviure la revolució de la Mecànica Quàntica i —en una versió modificada— ha arribat fins als nostres dies; i l'adiabàtic, si bé queda sempre en un segon pla en les referències historiogràfiques, és àmpliament reconegut que va jugar un paper destacat en l'esfondrament de la Teoria Quàntica Antiga;
- i en tercer lloc, el principi adiabàtic (però també el de correspondència, si bé en menys mesura) serà crucial per entendre la reacció teòrica als resultats de l'Stern-Gerlach (veure, especialment, el capítol 5).

Des de l'article retirat del 1916, Bohr va trigar gairebé dos anys a actualitzar la seva teoria i incorporar-hi tots els nous refinaments que havien aparegut (inclosos alguns dels que explicarem en el següent capítol). El 1918 iniciava la publicació d'un extens article destinat a establir una teoria quàntica completa. Amb aquest llarguíssim article, dividit en quatre parts, segurament Bohr pretenia satisfer els requeriments que el 1916 Carl Oseen li havia expressat per carta tot criticant les diferents aproximacions quàntiques del moment.¹⁰¹[T17]

[...] les incomptables variants de la teoria quàntica que diversos teòrics estableixen, normalment sense ni tan sols intentar clarificar quines de les assumpcions de la teoria antiga [clàssica] accepten com a vàlides i quines haurien de ser abandonades. D'aquestes teories (de les quals la de Sommerfeld n'és un exemple típic) n'estic cansat.

I seguia:^[T18]

El primer que demano d'un teòric quàntic és una lògica clara que sempre tingui present quines són les assumpcions bàsiques [de la teoria], i que mai les combini amb les assumpcions oposades només per aconseguir un progrés casual [...]

¹⁰¹Carta de Carl Wilhelm Oseen a Niels Bohr, 17 de març del 1916. Citada a Hoyer 1981, pp. 339–340.

A aquestes alçades Bohr no pretenia que la seva teoria fos la solució final a la qüestió quàntica, i a la majoria de les seves publicacions —almenys les de caràcter fonamental— hi apareix constantment l'advertiment que tot el constructe és un artilugi temporal fins que es pugui trobar la teoria definitiva que regeix el món microscòpic. Amb aquestes versions provisionals Bohr només pretenia acostar-s'hi el màxim possible, o més ben dit, establir la bona direcció a seguir.

L'article del 1918 està dividit en quatre parts: una primera part, "Sobre la teoria general" (*On the general theory*), dedicada al rigorós enunciat dels principis fonamentals de la teoria i a algunes aplicacions a sistemes d'un grau de llibertat;¹⁰² una segona part, "Sobre l'espectre de l'hidrogen" (*On the hydrogen spectrum*), dedicada a l'aplicació de la teoria al cas de l'espectre de l'hidrogen i a la discussió de problemes més connectats amb l'àmbit experimental (per exemple, efectes Stark i Zeeman);¹⁰³ una tercera part titulada "Sobre els elements de nombre atòmic superior" (*On the elements of higher atomic number*), dedicada a la discussió de l'aplicació (o fins i tot aplicabilitat) de la teoria a la resta d'elements de la taula periòdica; i una última part on Bohr pretenia recuperar la discussió sobre la constitució dels àtoms i les molècules des del marc de la nova teoria.¹⁰⁴

Bohr va acabar d'escriure la primera part el novembre del 1917, però no es va publicar fins a l'abril del 1918, segurament per les limitacions de la Reial Acadèmia Danesa de les Ciències i les Lletres a l'hora d'imprimir una obra d'aquesta extensió.¹⁰⁵ Alguns manuscrits semblen indicar que durant l'abril del 1918 la redacció de la segona part encara estava en procés;¹⁰⁶ aquesta segona publicació apareixeria publicada el 30 de desembre d'aquell mateix any.

La tercera part l'havia de seguir, i sembla ser que a principis del 1918 n'existien alguns esborranys que es troben entre els manuscrits de Bohr; les dificultats que tenia Bohr per donar-li a aquesta part la coherència necessària va fer que durant anys estigués en constant revisió, fins que el 1922 seguint una suggerència de Sommerfeld va decidir publicar-la tal i com estava, amb un apèndix aclarint els avenços més recents. Quan aquest article va aparèixer finalment publicat, el 30 de novembre del 1922, el seu valor era principalment històric.¹⁰⁷ Per últim, de la quarta part sembla ser que en va existir un manuscrit més o menys acabat, però als arxius de Bohr només se'n conserva un fragment força incomplet.¹⁰⁸

¹⁰²Bohr 1918a.

¹⁰³Bohr 1918b.

¹⁰⁴Nielsen 1976, pp. 3–4.

¹⁰⁵Nielsen 1976, p. 4.

¹⁰⁶Nielsen 1976, p. 8.

¹⁰⁷Bohr 1922e.

¹⁰⁸Nielsen 1976, pp. 9–10.

Aquesta última part, precisament, havia de versar sobre el tema que l'havia motivat inicialment —una dècada abans— a endinsar-se en el món de la quàntica: la teoria de la constitució atòmica. És a finals de la dècada dels 1910 que Bohr repren definitivament les investigacions en aquesta direcció; encara que pugui semblar paradoxal, possiblement la no publicació de la quarta part va obeir als constants avenços fets pel danès en aquest camp, que potser el privaven d'escriure un article sintetitzant-ne els mètodes. A la llista de publicacions de la taula 2.1 s'hi pot intuir aquest increment d'interès per l'estructura i constitució atòmica entre 1918 i 1922.

Bohr va arribar a una primera versió robusta del que Kragh anomena “la segona teoria atòmica de Bohr” a finals del 1920, i va presentar-la per primera vegada en públic davant la Societat de Física de Copenhagen el desembre d'aquell mateix any.¹⁰⁹ A principis del 1921 va enviar dues cartes a la revista *Nature* exposant la seva nova teoria, les quals van tenir un impacte considerable.¹¹⁰ L'impacte més important d'aquesta nova formulació, però, el trobem en una xerrada impartida novament a Copenhagen, poc després de la publicació d'aquests articles, alhora davant les societats de física i química: una xerrada originalment publicada en danès però de la qual va aparèixer ràpidament una traducció a l'alemany publicada a *Zeitschrift für Physik*,¹¹¹ i en pocs mesos també traduccions a l'anglès, al francès i al rus.¹¹² Durant el 1922, després d'una pausa de productivitat per problemes de salut, Bohr va fer diverses conferències per presentar aquesta teoria: a Copenhagen, a Cambridge, a Göttingen i a Estocolm (aquesta última en motiu del Premi Nobel de Física);¹¹³ arreu la recepció del seu model era entusiasta.¹¹⁴ Possiblement l'èxit més gran d'aquesta teoria es troba en la influència directa en el descobriment d'un nou element, el *hafni* ($Z = 72$), a finals del 1922 per Dirk Coster i Georg von Hevesy seguint les indicacions de Bohr a partir de la seva teoria.¹¹⁵

Conceptualment, el salt més important de la nova teoria de Bohr consistia en deixar de treballar només amb òrbites coplanars i considerar que les òrbites electròniques s'agrupen en *closques*; més encara, alguns electrons d'alta excentricitat podien penetrar en closques més interiors, multiplicant la complexitat de tot el model (veure figura 2.2). Per poder justificar físicament aquest model, però, Bohr va reforçar la formulació dels dos principis protagonistes —adiabàtic i correspondència—, que des del 1918 s'havien consolidat significativament. Però no només això: Bohr va intro-

¹⁰⁹Kragh 2012, p. 272.

¹¹⁰Bohr 1921b,c.

¹¹¹Bohr 1922b.

¹¹²Kragh 2012, p. 275.

¹¹³Kragh 2012, p. 277.

¹¹⁴Kragh 2012, pp. 297–302.

¹¹⁵Coster & Hevesy 1923; Darrigol 1992, pp. 165–167; Kragh 2012, pp. 292–297.

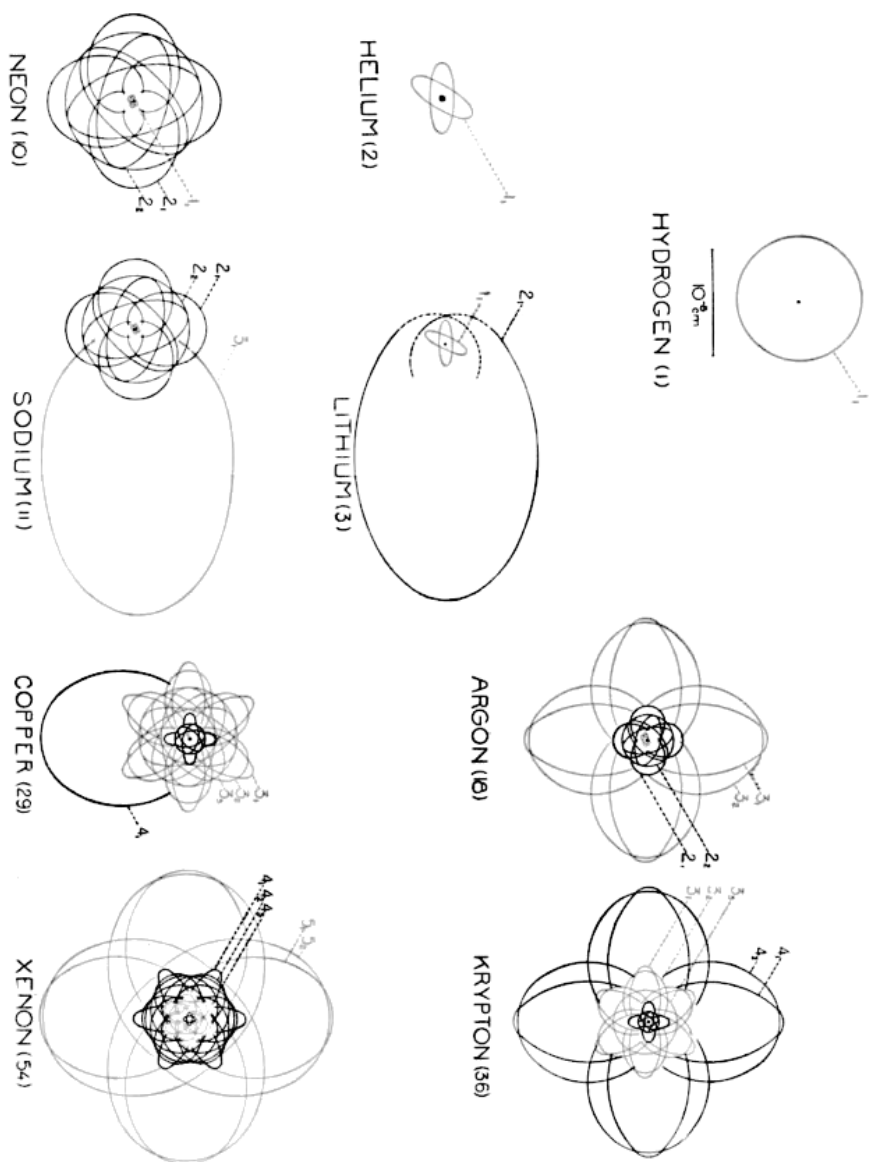


Figura 2.2: Exemples de representacions orbitals per diferents elements, d'acord amb el model de Bohr del 1922: hidrogen, heli, liti, neó, sodi, argó, coure, kriptó i xenó. (Kramers & Holst 1923)

duir nous principis, com ara el “principi d’existència i permanència dels nombres quàntics”, encarregat de dotar el *nou* àtom d’estabilitat.¹¹⁶

De fet, des de mitjans 1921 Bohr havia sigut conscient que els fonaments de la seva teoria —publicats només tres anys abans— havien quedat parcialment obsolets. És per això que es va proposar actualitzar-los i reescriure’ls de nou en una nova publicació de caràcter general, però la creixent pressió que havia de suportar en diversos fronts no li va permetre portar a terme aquesta tasca: a principis dels 1920 Bohr —ara ja una figura consagrada dins el món de la física¹¹⁷— no només mantenia una fulgurant activitat científica, sinó que a més havia d’invertir una gran quantitat d’energia en la creació de l’Institut de Física Teòrica (avui Institut Niels Bohr) a Copenhaguen.¹¹⁸ L’excés de feina li va comportar problemes de salut, i a principis del 1921 va haver de deixar de banda o posposar la majoria dels seus compromisos: per exemple, va renunciar a assistir al tercer Congrés Solvay, celebrat l’abril d’aquell any (si bé el seu col·lega Paul Ehrenfest va llegir una presentació en nom seu).¹¹⁹ Entre les tasques posposades hi havia també la d’escriure un nou tractat de la teoria quàntica.¹²⁰

La condensació dels principis fonamentals en un article va tenir lloc durant el 1922, quan Bohr ja es trobava millor de salut. Novament, però, les diverses conferències que va realitzar el van privar de poder-s’hi dedicar completament fins a l’estiu del 1922.¹²¹ Tal i com havia fet quatre anys abans, Bohr va plantejar l’article —titulat “Sobre l’aplicació de la teoria quàntica a l’estructura atòmica” (*Über die Anwendung der Quantentheorie auf den Atombau*)— com una amalgama de diverses parts. La primera part, “Els postulats fonamentals” (*Die Grundpostulate*), dedicada a enunciar principis fonamentals de la teoria, està signada el 15 de novembre del 1922, i va

¹¹⁶Kragh 2012, pp. 276–292.

¹¹⁷Creiem que no fa falta justificar aquesta afirmació, però a nota testimonial, podem esmentar que Bohr va rebre el Premi Nobel de Física el 1922 “pels seus serveis en la investigació de l’estructura dels àtoms i de la radiació que emana d’aquests” (NP).

¹¹⁸Nielsen 1976, pp. 24–27 i 28–36; Klein 2010, especialment pp. 313, 316 i 324.

¹¹⁹Sobre la col·laboració entre Bohr i Ehrenfest per poder presentar la seva teoria al tercer Congrés Solvay, veure Klein 2010, pp. 321–329. A part de la presentació de la teoria de Bohr per part d’Ehrenfest, també hi va haver una lectura d’un manuscrit de Bohr. Finalment, Ehrenfest es va involucrar també en la redacció de les actes del congrés, i va animar i assistir el seu amic danès per aconseguir incloure una publicació de Bohr a aquestes actes. D’aquest episodi destaquen les paraules d’Ehrenfest: “El llibre de Solvay ha d’aparèixer finalment —que hi hagi una mica de Bohr és necessari, però que contingui tot Bohr sencer és superflu.”^[T19] Carta d’Ehrenfest a Bohr, 17 de juliol del 1921. AHQP/BSC02, sec. 1; parcialment reproduïda a Nielsen 1976, pp. 623–624; citada i traduïda a l’anglès a Klein 2010, p. 326.

¹²⁰Nielsen 1976, p. 39.

¹²¹Nielsen 1976, pp. 39–40.

aparèixer publicada en el número de gener de *Zeitschrift für Physik*, 1923.¹²² Una segona part va ser escrita completament, però com que Bohr tornava a estar —de nou— massa enfeinat, la publicació es va endarrerir uns mesos. A mitjans del 1923, les clarificacions de Heisenberg sobre l'efecte Zeeman ja havien deixat clar a Bohr que els desenvolupaments del seu article no eren totalment correctes.¹²³ Es tracta, en realitat, de l'arribada de la crisi de la Teoria Quàntica Antiga, que acabaria deixant fora de joc les teories de Bohr-Sommerfeld i provocaria la implantació d'un nou formalisme —la Mecànica Quàntica—; en aquest cas, una primera conseqüència de l'adveniment de la crisi és la no publicació d'aquesta segona part de l'article titulada “La teoria de les sèries espectrals” (*Theorie der Serienspektren*), que no va aparèixer fins l'edició de les obres completes de Bohr dècades més tard.¹²⁴

A la primera part, com hem dit, Bohr reformula les bases de la teoria.¹²⁵ Respecte el 1918 trobem molts canvis subtils que semblen indicar la deriva de les idees del danès per mantenir la seva teoria actualitzada. Per exemple, és destacable que deixa de parlar d'estabilitat conferida per les equacions de la *mecànica ordinària* (o clàssica) i passa a parlar sempre de l'*electrodinàmica ordinària* (o clàssica). Aquest canvi no ens ha de passar desapercebut, ja que en un personatge com Bohr, per a qui el llenguatge era molt important, segurament no és un canvi fortuït. El 1922 Bohr ja havia iniciat —tímidament— el viatge que l'acabaria allunyant definitivament dels objectes i conceptes clàssics en la teoria. Al tercer capítol dels *Grundpostulate*,¹²⁶ Bohr s'aventura a definir possibles direccions futures de la teoria quàntica, i deixa entreveure les seves idees més dissidents, en el que constitueix gairebé un preludi de l'article *Bohr-Kramers-Slater* (BKS),¹²⁷ famós per la gosadia de rebaixar el clàssic principi de conservació de l'energia-moment a una llei purament estadística que es deriva de principis quàntics més fonamentals.¹²⁸ En aquest mateix capítol Bohr aventura encara la introducció d'un altre principi: el *principi d'acoblament*, una espècie d'interacció “no mecànica” que juga un paper destacat a l'hora d'assegurar que els nombrosos electrons d'alguns elements tinguin certa estabilitat (evitant, per exemple, col·lisions).¹²⁹

¹²²Bohr 1923a.

¹²³Nielsen 1976, pp. 41–44.

¹²⁴Bohr 1923b.

¹²⁵Bohr 1924.

¹²⁶Bohr 1924, pp. 34–42.

¹²⁷Bohr et al. 1924. Veure Stolzenburg 1984, pp. 3–96; Darrigol 1992, pp. 193–229; Kragh 2012, pp. 325–337.

¹²⁸Bohr 1924, pp. 40–42.

¹²⁹Bohr 1924, pp. 35–37.

Però sens dubte un dels canvis més importants que trobem el 1923 respecte la teoria anterior és l'extensió de l'aplicabilitat de la teoria a sistemes no periòdics, permetent explicar de manera general tots els elements de la taula periòdica. Els nous principis que Bohr afegeix a la teoria guarden una estreta relació amb aquesta nova aplicació de la teoria.

Malgrat aquests nous principis i el tempteig de canvis més profunds, el 1923 Bohr reservava encara un lloc especial per als seus dos principis més preuats:¹³⁰[T20]

[...] tant el Principi Adiabàtic com el Principi de Correspondència ocupen una posició diferent pel seu rang d'aplicació més general. Aquests principis ens semblen altament adequats per indicar les noves direccions de futures extensions de la teoria quàntica de l'estructura atòmica.

Segons Bohr, doncs, l'enunciat de nous principis a la teoria no resta (teòricament) gens de protagonisme de l'adiabàtic i el de correspondència, els quals identifica “purement com a lleis de la teoria quàntica”¹³¹[T21] tot i el seu ús per establir una connexió amb la clàssica. En aquest sentit, per Bohr “poden ser considerats una generalització racional de l'electrodinàmica clàssica.”¹³²[T22]

Donada la importància especial d'aquests dos principis, que es van mantenir com els dos pilars fonamentals de la teoria durant més de cinc anys, anem a veure com els enuncia Bohr i quin paper juguen realment dins la teoria. Una importància que, com hem dit, també serà crucial pel nostre estudi de les conseqüències de l'Stern-Gerlach.

2.4.1 Principi Adiabàtic

El principi adiabàtic estableix que, si apliquem a un sistema periòdic una transformació de les condicions del sistema (per exemple, aplicant un camp extern) de tal manera que la velocitat de variació de la transformació és *infinitament lenta* en comparació amb els períodes intrínsecs del sistema considerat (això és el que es coneix com a *transformació adiabàtica*), aleshores els moviments permesos a l'espai fàsic es transformaran en nous moviments permesos, i les trajectòries prohibides romandran prohibides. En física clàssica, el teorema adiabàtic es coneixia des de la formulació de Boltzmann i Clausius a finals del segle XIX, en el si dels seus desenvolupaments de la mecànica estadística,¹³³ i havia estat utilitzat amb nombroses ocasions, per

¹³⁰Bohr 1924, p. 42.

¹³¹Bohr 1924, p. 42.

¹³²Bohr 1924, p. 42.

¹³³Jammer 1966, pp. 96–97.

exemple per Rayleigh i Hertz.¹³⁴ Paul Ehrenfest el va importar —o més ben dit, traduir— a la quàntica el 1911, en un rigorós estudi dels aspectes estadístics de la teoria quàntica de la radiació.¹³⁵ En aquest article, on a més Ehrenfest va establir l'estricta *necessitat* dels quanta per obtenir una llei com la de Planck,¹³⁶ el vienès va assenyalar el caràcter invariant de la quantitat E/ν (on E és l'energia de la radiació en una cavitat i ν és la freqüència de la radiació) sota transformacions adiabàtiques, i va establir una connexió entre aquesta quantitat —l'invariant adiabàtic— i la quantització de la radiació que condueix a la llei de Planck.

El 1913, en un nou article Ehrenfest va estendre el mateix formalisme a l'estudi d'un gas diatòmic, les molècules del qual estan subjectes a rotació a més de translació. En aquest cas va utilitzar la invariància de la quantitat $\bar{T}/\nu$ en un sistema periòdic, on $\bar{T}$ és l'energia cinètica mitjana i ν la freqüència de rotació. El més rellevant d'aquest article, però, és que l'autor es va aventurar a generalitzar els seus resultats formulant el que es coneix com a *hipòtesi adiabàtica d'Ehrenfest*. La hipòtesi consisteix en suposar que en qualsevol sistema cal aplicar la quantització sobre l'invariant adiabàtic.¹³⁷

Arran de l'aparició de la teoria de Sommerfeld, en la qual Ehrenfest va reconèixer-hi àbilment que les quantitats quantitzades eren, altra vegada, invariants adiabàtics, el 1916 va escriure un nou article de caràcter revisionari, on exposava de manera més sistemàtica les seves contribucions dels anys anteriors.¹³⁸ Conscient de la utilitat fonamental de la seva hipòtesi, i potser també ansiós de reconeixement pel que anys més tard va qualificar de “”, aquest article del 1916 pretenia reparar el poc impacte que havien tingut els seus articles anteriors.¹³⁹ Sommerfeld va reconèixer de seguida la utilitat de l'enfocament d'Ehrenfest, però el rol de la hipòtesi adiabàtica en la teoria quàntica no assoliria el seu moment estel·lar fins que Bohr no se la va fer seva i va elevar-ne la categoria a *principi*.

De fet, a la teoria de Bohr, l'adiabàtic és el primer que va apareixer amb la grandiloqüent etiqueta de principi. Si fem una ullada ràpida a l'evolució que va seguir l'exposició de la teoria entre el 1913 i el 1923, veiem que el 1915 Bohr encara no havia introduït formalment cap “principi fonamental” a la teoria. El 1915, per exemple, en una de les formulacions més completes fins el moment, Bohr enuncia sis “assumpcions generals”;¹⁴⁰ si bé més endavant s'hi refereix ocasionalment com

¹³⁴Navarro & Pérez 2004, pp. 124–126.

¹³⁵Ehrenfest 1911. Veure Jammer 1966, pp. 98–99; Navarro & Pérez 2004.

¹³⁶Navarro & Pérez 2004, pp. 110–124.

¹³⁷Ehrenfest 1913, 1914. Veure Navarro & Pérez 2006.

¹³⁸Ehrenfest 1916b.

¹³⁹Navarro & Pérez 2006, pp. 259–263.

¹⁴⁰Bohr 1915c.

els “principis de la teoria quàntica”, els podem considerar més aviat postulats (de fet, les tres primeres assumpcions codifiquen el que normalment s’anomena *primer* i *segon* postulats de Bohr).¹⁴¹

El 1916, com hem dit, Bohr tenia preparat un tractat complet de la teoria quàntica, destinat a establir-ne uns fonaments sòlids.¹⁴² En aquest article el que abans era una autèntica col·lecció d’assumpcions queda ara reduït a només una: l’existència dels estats estacionaris. Conscient de les limitacions d’aquesta exposició tan sintètica, Bohr hi afegeix tres assumpcions suplementàries: la primera dóna suport a l’estabilitat dels estats estacionaris, la segona estableix la llei de radiació (segon postulat), i la tercera s’encarrega de les probabilitats estadístiques dels diferents estats estacionaris.¹⁴³ Si bé no la bateja amb cap nom particular, la primera d’aquestes assumpcions és sens dubte un preludi del principi adiabàtic.

Bohr ja havia utilitzat transformacions lentes en publicacions del 1913 i posteriors, però sempre ho havia fet amb un objectiu particular o en un àmbit d’aplicació restringit; mai havien aparegut com una propietat quàntica de caràcter general. En aquest article no publicat del 1916, per primera vegada les transformacions lentes adquireixen un paper central dins la teoria: confereixen estabilitat als nombres quàntics n , i per tant per extensió, asseguren mecànicament l’estabilitat dels propis estats estacionaris.¹⁴⁴ Aquest serà, durant més de cinc anys, el principal rol del principi adiabàtic: dotar els estats estacionaris d’una certa estabilitat que, pel fet d’estar postulats —gairebé podríem dir decretats— no poden adquirir per si sols.¹⁴⁵

És difícil saber amb total seguretat si abans del 1916 Bohr coneixia l’existència d’una *hipòtesi adiabàtica* formulada anteriorment per Paul Ehrenfest, però és un fet que mai l’havia citat. El 1916, en canvi, Bohr cita un treball d’Ehrenfest¹⁴⁶ i s’hi refereix en diverses ocasions per aclarir certs aspectes de l’ús que en fa. El nom de principi adiabàtic encara no apareix, però la importància de les transformacions adiabàtiques és innegable.

¹⁴¹Tot i que tenir una idea intuïtiva sobre els matisos que diferencien aquestes paraules, no volem entrar aquí en discussions detallades sobre semàntica. Sí que volíem deixar constància d’aquestes variacions del vocabulari utilitzat per Bohr, precisament perquè es considera que aquest autor era molt curós en l’elecció del seu vocabulari.

¹⁴²Bohr 1916.

¹⁴³Bohr 1916, p. 434. Al final de l’article, a les conclusions, Bohr reformula aquest enunciat i presenta les quatre assumpcions en peu d’igualtat. Les quatre hipòtesis aquí apareixen com a 1, 2, 3 i 4, i corresponen perfectament amb el que a la introducció de l’article Bohr havia batejat A, 1, 2 i 3, si bé es formulen de manera que resumeixen el contingut de tot l’article; *Ibid.*, pp. 460–461.

¹⁴⁴Bohr 1916, pp. 260–261.

¹⁴⁵Sobre l’ús que Bohr fa del principi adiabàtic d’Ehrenfest al seu article del 1916, veure Pérez 2009, pp. 110–113.

¹⁴⁶Ehrenfest 1913.

El 1918 el principi adiabàtic entra per la porta gran: en la nova reformulació que Bohr fa de la teoria, hi apareixen d'entrada dues assumpcions —postulats— que coincideixen amb el conveni que hem pres per aquesta tesi (i que és generalment el més comú).¹⁴⁷ És a la quarta pàgina de l'article, encara a la secció dedicada als “Principis generals”, on apareix per primera vegada la hipòtesi d'Ehrenfest elevada a *principi*. Per evitar les connotacions termodinàmiques d'aquesta terminologia, però, Bohr li canvia el nom per “principi de transformabilitat mecànica” (*principle of the mechanical transformability*).¹⁴⁸ Aquí Bohr no cita només el primer article d'Ehrenfest —podríem anomenar-lo fundacional—, sinó que cita tots els articles de l'austriac en relació al tema adiabàtic.¹⁴⁹

Però el principi adiabàtic¹⁵⁰ no pren importància només a través de l'atribució d'un nom i l'aparició entre les primeres pàgines de l'article, sinó que a més adquireix noves i importants responsabilitats. Així, al rol que ja jugava el 1916 (dotar els estats estacionaris d'estabilitat), se n'hi afegeixen quatre de nous:¹⁵¹

- definir els invariants adiabàtics com les quantitats que són sotmeses a quantització;
- definir les variacions d'energia dels estats estacionaris quan s'apliquen camps externs;
- com a conseqüència de l'anterior (però d'una gran rellevància), la definició de la diferència d'energia entre dos estats estacionaris;
- per últim, el tractament estadístic de les probabilitats a priori assignades a cada estat.

Del primer només en direm que és discutible que realment sigui un nou rol; ja el 1916 Bohr utilitzava tàcitament el principi adiabàtic per definir la quantitat a quantitzar (en aquell moment l'energia cinètica de l'electró orbitant), i dotant-la d'estabilitat automàticament obtenia la quantització. Ara, però, amb el nou formalisme matemàtic utilitzat per Bohr el 1918, aquest ús és més explícit.¹⁵²

¹⁴⁷Bohr 1918a, p. 5.

¹⁴⁸Bohr 1918a, p. 8.

¹⁴⁹Bohr 1918a, p. 4 i 8 cita Ehrenfest 1913 (el data erròniament del 1914), Ehrenfest 1914, Ehrenfest 1916b i Ehrenfest 1917.

¹⁵⁰Malgrat el 1918 i durant un temps Bohr l'anomena *principi de transformabilitat mecànica*, per simplicitat nosaltres l'anomenarem sempre *principi adiabàtic*.

¹⁵¹Novament aquí oferim una simplificació de l'ús que Bohr fa del principi adiabàtic. Una anàlisi més profunda es pot trobar a Pérez 2009, pp. 113–120.

¹⁵²Bohr 1918a, pp. 10–13, especialment p. 12.

El segon consisteix, simplement, en la connexió del sistema atòmic pertorbat per camps externs amb el sistema no pertorbat, permetent traslladar les solucions existents d'un sistema a l'altre. En aquest sentit, el 1918 Bohr elabora amb cert detall les conseqüències de connectar dos moviments passant (o no) per un estat degenerat, discussió en la qual el principi adiabàtic és prominent.¹⁵³

Malgrat Bohr hi dedica només unes línies, el tercer rol adquirit pel principi adiabàtic és de caràcter fonamental i, de fet, és essencial per la consistència de tota la teoria.¹⁵⁴[T23]

[...] podem indicar que el principi de transformabilitat mecànica dels estats estacionaris ens permet superar una dificultat fonamental que a primer cop d'ull semblava afectar la definició de la diferència d'energia entre dos estats estacionaris de la relació (1) [segon postulat]. De fet hem suposat que la transició directa entre dos d'aquests estats no es pot descriure mitjançant la mecànica ordinària, mentre que d'altra banda no tenim cap manera de definir una diferència d'energia entre dos estats si no existeix la possibilitat de connectar-los mecànicament. Però és evident que aquesta connexió ens la proporciona el principi d'Ehrenfest, el qual ens permet transformar mecànicament els estats d'un sistema concret en estats d'un altre, pel qual podem considerar que les forces que actuen sobre les partícules són molt petites i així assumir que els valors de l'energia de tots els estats estacionaris tendirà a coincidir.

O dit d'altra manera: disminuint adiabàticament la interacció del nucli atòmic amb els electrons que l'envolten, podem fer tendir les energies de tots els estats estacionaris a un mateix valor. Traçant la variació d'energia de cada estat estacionari durant aquest procés —un càlcul pel qual el principi adiabàtic ens garanteix la validesa de la mecànica clàssica— podem recuperar les diferències d'energia entre els diversos estats estacionaris. Si bé es pot argumentar que aquest aclariment és de caràcter purament conceptual —la teoria ja *funcionava* sense necessitat d'aquest refinament—, és innegable que dota el conjunt de la teoria d'una major robustesa.

A part d'aquests rols fonamentals, el principi adiabàtic constitueix també per Bohr una eina essencial a l'hora de treballar amb els aspectes estadístics de la teoria quàntica. De la mateixa manera que les energies dels estats estacionaris no estan, d'entrada, definides per la teoria, les probabilitats a priori de cada estat estacionari tampoc poden estar fixades segons la teoria clàssica. El principi adiabàtic rescata

¹⁵³Bohr 1918a, pp. 21–30.

¹⁵⁴Bohr 1918a, p. 9.

aquesta aplicació: Bohr cita com a corollari dels treballs anteriors d'Ehrenfest la demostració que les probabilitats a priori d'un sistema quantitzat són, de fet, invariants adiabàtics i per tant es conserven sota transformacions adiabàtiques.¹⁵⁵ Aquest resultat no només garanteix poder incorporar al món quàntic algunes aplicacions de la mecànica estadística, sinó que ofereix una metodologia per deduir les probabilitats a priori dels estats degenerats: com que la probabilitat a priori és una quantitat conservada durant transformacions adiabàtiques (invariant adiabàtic), si durant una transformació adiabàtica canvia el grau de degeneració del sistema, sabem que les probabilitats a priori es conservaran. Resseguint les probabilitats al llarg d'aquests canvis, i a partir de l'assumpció d'equiprobabilitat a priori dels estats no-degenerats, Bohr és capaç de deduir la probabilitat a priori de qualsevol estat. Ehrenfest lloaria anys després aquesta extensió de la seva pròpia teoria per part de Bohr:¹⁵⁶[T24]

Estimat Bohr —sé molt i molt bé fins a quin punt tu immediatament hi veus a través de tot això molt més profundament que jo— tu, per exemple, de seguida vas formular de manera clara quina és la posició dels sistemes degenerats per totes aquestes qüestions, mentre que jo restava indefens davant [d'aquest problema].

Les implicacions estadístiques del principi adiabàtic tenen un gran protagonisme en aquest article del 1918, i apareixen sovint en les diverses discussions de la degeneració o els pesos dels diferents estats estacionaris.

El 1923, com hem dit, les bases van ser actualitzades i adaptades als nous requeriments de la teoria. El paper que hi juga el principi adiabàtic es manté pràcticament inalterat: segueix sent clau per dotar d'estabilitat els estats estacionaris, per definir les diferències d'energia entre aquests estats, per calcular els efectes de forces externes pertorbatives i per computar pesos estadístics. Com a peculiaritat, a l'article del 1923 Bohr recupera la terminologia original d'Ehrenfest: principi adiabàtic. Tot i que Bohr mai va arribar a explicar en detall obertament la motivació d'aquesta restitució (només exposa en una nota al peu de pàgina que cinc anys abans l'anomenava “de transformabilitat mecànica” per emfatitzar els seus continguts —mecànics— i evitar

¹⁵⁵Bohr 1918a, p. 9.

¹⁵⁶Carta d'Ehrenfest a Bohr, 8 de maig del 1922. AHQP/BSC-2, sec. 1. De fet, en aquesta carta Ehrenfest també lloa Bohr sobretot per una aplicació concreta de les transformacions adiabàtiques amb canvi del grau de degeneració: la connexió entre una oscil·lació unidimensional (pèndol) amb una rotació, la qual havia estat un dels problemes a què Ehrenfest s'havia enfrontat sense èxit durant la seva presentació de la hipòtesi adiabàtica pocs anys abans. Veure Navarro & Pérez 2006 i, sobretot, Pérez 2009.

confusions amb la termodinàmica¹⁵⁷), hem trobat un parell de pistes que poden justificar el canvi: en primer lloc, la influència d'Ehrenfest, que va clarificar a Bohr el significat de la nomenclatura escollida per ell mateix uns anys abans —en realitat el nom el va concèbre Einstein¹⁵⁸—; i en segon lloc, la mateixa deriva conceptual que la teoria de Bohr va patir entre el 1918 i el 1923, i que hem comentat més amunt (veure 2.4, p. 44).

La discussió entre Bohr i Ehrenfest sobre aquesta nomenclatura es remunta ni més ni menys que a les dues primeres cartes que van intercanviar. El 5 de maig del 1918, Bohr enviava a Ehrenfest una còpia del seu primer article del 1918. La motivació d'aquesta comunicació personalitzada era doble: un parell d'anys abans un estudiant d'Ehrenfest, Hendrik Kramers, havia marxat de Leiden per anar a fer el doctorat sota la supervisió de Bohr;¹⁵⁹ a part d'això, Bohr sentia l'obligació d'enviar una còpia a l'austriac per l'ús extensiu que feia de la seva *hipòtesi* en tot l'article. En aquesta primera carta, Bohr justificava l'elecció de nomenclatura així:¹⁶⁰[T25]

Tal i com jo ho entenc, però, considero el problema d'un punt de vista que difereix parcialment del seu, i per tant no he fet servir la mateixa terminologia que en els seus articles originals. En la meua opinió la condició de la contínua transformabilitat del moviment en els estats estacionaris pot ser considerada una conseqüència directa de l'estabilitat necessària d'aquests estats, i per tant per mi el problema principal consisteix en la justificació de l'aplicació de la “mecànica” ordinària a l'hora de calcular l'efecte d'una transformació contínua del sistema.

En la seva resposta, escrita pocs dies després però enviada setmanes més tard, Ehrenfest refutava els arguments del danès:¹⁶¹[T26]

Per mi la paraula “adiabàtic” des del principi no tenia un sentit termodinàmic, sinó el sentit que Helmholtz i Boltzmann van utilitzar per primera vegada al seu treball sobre monocicles: la manipulació d'un sistema mecànic a través d'un canvi infinitament lent del “paràmetre que

¹⁵⁷Bohr 1923a, p. 13.

¹⁵⁸Navarro & Pérez 2004. Sobre la polèmica amb Sommerfeld sobre aquest afer, veure Buchwald et al. 2012, pp. 511–512.

¹⁵⁹Hoyer 1981, pp. 342–343.

¹⁶⁰Carta de Bohr a Ehrenfest, 5 de maig del 1918. AHQP/BSC02, sec. 1 i AHQP/ESC7, sec. 5, 152; citada a Nielsen 1976, pp. 11–12

¹⁶¹Carta d'Ehrenfest a Bohr, 10 de maig del 1918, no enviada fins el 14 de juliol per causes de malaltia. AHQP/BSC02, sec. 1.

varia lentament” del sistema. I fins i tot en aquest cas, d’alguna manera, cal restringir [l’ús de] la paraula “transformació mecànica” perquè la transformació pot convertir qualsevol moviment en qualsevol [altre] i ja no té sentit parlar d’invariants.

I acaba justificant que el sentit del terme “adiabàtic” va més en la línia de la mecànica estadística que la termodinàmica o la mecànica. No tenim constància que aquesta discussió s’estengués més enllà d’aquest episodi.¹⁶² Fins el 1922, quan Bohr recupera la terminologia original del seu amic, i li ho fa saber per carta:¹⁶³[T27]

Ja saps quant significa per mi l’expressió escrita, i no t’ho puc descriure millor que dient que els fets m’han obligat a recuperar l’expressió principi adiabàtic, i que fins i tot he capitulat en la mesura que ara parlo només de pesos estadístics i fins i tot lluito amb la gent d’aquí contra l’ús de[l terme] probabilitat a priori.

Fos quin fos el grau d’influència que Ehrenfest va poder exercir sobre Bohr en aquest canvi, el segon motiu que hem anticipat abans té —al nostre parer— un pes considerable: el canvi en el llenguatge que Bohr adopta en aquest article sembla allunyar definitivament la nova teoria de tota concepció mecànica; a tot arreu on abans Bohr parlava de mecànica ordinària, ara fa esment d’electrodinàmica ordinària, donant a entendre que la mecànica ja no té cabuda en la nova formulació de la teoria. En aquest context de desterrament de la mecànica no tindria cap sentit incloure-la explícitament en un dels dos pilars fonamentals de tot el constructe teòric.

2.4.2 Principi de Correspondència

El principi de correspondència és, en canvi, sovint aclamat com el principi més important de la teoria de Bohr. Segurament diversos factors han influït en aquesta major importància relativa del principi de correspondència a posteriori, però d’entrada tenia un rol secundari respecte el principi adiabàtic.

Talment com per l’adiabàtic hem vist que el 1913 Bohr presentava idees primitives d’aquell principi, pel principi de correspondència passa més o menys el mateix: ja al primer article de la trilogia Bohr introdueix una segona derivació de la fórmula de Balmer utilitzant una analogia clàssica per a nombres quàntics elevats.¹⁶⁴ Amb

¹⁶²Per més detalls sobre aquest intercanvi, veure Pérez 2009, p. 109.

¹⁶³Carta de Bohr a Ehrenfest, 19 de maig del 1922. AHQP/BSC02, sec. 1; Nielsen 1976, pp. 630–632.

¹⁶⁴Bohr 1913b, p. 13.

aquesta segona derivació Bohr espera justificar racionalment la relació funcional entre l'energia i la freqüència que havia pressuposat en el segon postulat. Així com amb l'adiabàtic, a aquestes alçades no passa de ser una mera estratègia de càlcul per justificar la recent teoria del danès. Un altre exemple pragmàtic de l'ús d'aquesta analogia clàssica per a nombres quàntics alts el trobem a l'article de Bohr sobre l'efecte Stark de principis del 1914.¹⁶⁵

El 1916 la presència d'aquestes consideracions teòriques *en el límit clàssic* guanyen protagonisme: un primer ús formal però sense gaires conseqüències el trobem en l'enunciat del *segon postulat*, on Bohr utilitza aquestes consideracions (el principi de correspondència, tot i que no té aquest nom encara) per assegurar la validesa del segon postulat per un salt quàntic entre dos estats estacionaris arbitraris.¹⁶⁶ El segon postulat és una llei quàntica, però Bohr utilitza aquesta convergència al cas clàssic per a reafirmar-ne la validesa. Un segon ús del 1916 el trobem en la discussió de les probabilitats a priori, en la qual ja hem vist que el principi adiabàtic juga un paper destacat; novament, Bohr veu la necessitat d'assegurar la convergència de la teoria al cas clàssic per a n grans.¹⁶⁷

En tots aquests casos Bohr planteja la *correspondència* entre les teories quàntica i clàssica en el cas que els intervals d'energia entre dos estats estacionaris successius sigui arbitràriament petita, és a dir quan el quocient $\frac{n+1}{n} \sim 1$.

Aquesta formulació és la que anys després, l'abril del 1921, en una anàlisi sintètica del principi de correspondència que Paul Ehrenfest va presentar al tercer Congrés Solvay, l'austriac etiquetaria com a *principi heurístic*. Per Ehrenfest, el que Bohr anomenava “principi de correspondència” codificava diverses assumpcions que, pel seu grau de pausibilitat, Ehrenfest anomenava respectivament *principi heurístic* (el que ja hem vist), *teorema de correspondència* i *hipòtesi de correspondència*.¹⁶⁸ Si bé Bohr mai va parlar amb aquests termes, aquesta divisió ens serà útil per entendre millor els diversos rols que el principi de correspondència va jugar dins la teoria de Bohr. Però no avancem esdeveniments, i vegem com apareixen les altres dues vessants del principi de correspondència que Ehrenfest desgrana.

El 1918 el principi de correspondència —encara sense cap nom particular— apareix sovint amb diverses aplicacions. D'entrada reté la primera aplicació que n'havíem vist el 1916 (el *teorema*): una ajuda per justificar racionalment l'adopció de la

¹⁶⁵Bohr 1914a. Parlarem breument d'aquest article a la secció 3.4.2, si bé no donarem detalls d'aquest ús que fa del principi de correspondència.

¹⁶⁶Bohr 1916, pp. 444–445.

¹⁶⁷Bohr 1916, pp. 451–453.

¹⁶⁸Ehrenfest 1923.

fórmula del segon postulat.¹⁶⁹ L'ús estadístic no només es reté, sinó que aquí es veu reforçat: recorrent a la teoria de Planck, Bohr és capaç de justificar l'equiprobabilitat a priori a partir de la convergència de la teoria quàntica (per nombres quàntics elevats) als resultats coneguts clàssicament.¹⁷⁰

Com hem dit, en aquest article no utilitza el terme “principi de correspondència”; sovint s'hi refereix com “en el límit de vibracions lentes”¹⁷¹ o “en el límit on n és molt gran.”¹⁷² Nogensmenys, aquestes aplicacions tenen una presència considerable en tot l'article. La llavor del que Ehrenfest anomenarà *hipòtesi* apareix també el 1918, no massa lluny dels altres usos que acabem de comentar: Bohr parteix de l'expressió del desplaçament de les partícules —electrons— segons una direcció arbitrària ξ , i l'escriu en termes d'una descomposició de Fourier:

$$\xi = \sum C_{\tau} \cos 2\pi (\tau\omega t + c_{\tau}), \quad (2.10)$$

on τ és l'índex de Fourier que va des de zero fins a infinit, C_{τ} i c_{τ} són constants arbitràries per a cada terme, i ω és la freqüència fonamental del moviment descrit. Seguint el *teorema de correspondència* afirma que la connexió entre les vibracions representades en aquesta expressió clàssica i les vibracions de la teoria quàntica ha de ser d'alguna manera vigent també per a “valors petits de n ”, fins i tot si no coneixem detalladament el mecanisme que opera durant una transició entre dos estats estacionaris.¹⁷³ A la pràctica, aquest principi/postulat/whatever estableix que per una transició entre dos estats n' i n'' pels quals $n' - n'' = \tau$, podem esperar una intensitat de la línia espectral corresponent proporcional a $|C_{\tau}|^2$, incloent $C_{\tau} = 0$, que implicaria la no existència d'aquesta component de polarització en la línia espectral corresponent.

Aquesta és una de les novetats més importants del principi de correspondència, i segurament la que el va convertir poc després en el principi més important de la teoria de Bohr. La seva importància va quedar definitivament consolidada amb la tesi de Kramers del 1918 —el primer estudiant de doctorat de Bohr i, recordem-ho, antic estudiant d'Ehrenfest— i la seva aplicació al càlcul d'intensitats i polaritzacions de les línies espectrals.

Una de les primeres formulacions del principi la trobem a la xerrada que Bohr va pronunciar a Berlin el 27 d'abril del 1920, en una reunió de la Societat de Física

¹⁶⁹Bohr 1918a, pp. 15 i 30.

¹⁷⁰Bohr 1918a, p. 14.

¹⁷¹Bohr 1918a, p. 8.

¹⁷²Bohr 1918a, p. 15.

¹⁷³Bohr 1918a, pp. 15–16.

Alemanya:¹⁷⁴[T28]

[...] tot i que el procés de radiació no pot ser descrit en base a la teoria ordinària de l'electrodinàmica, segons la qual la natural·lesa de la radiació emesa per un àtom està directament relacionada amb les components harmòniques involucrades en el moviment del sistema, tot i això trobem que existeix una important correspondència entre els diversos tipus de possibles transicions entre els estats estacionaris, d'una banda, i les diverses components harmòniques del moviment, de l'altra. Aquesta correspondència és de tal natural·lesa que fa que la present teoria dels espectres es pugui considerar, en cert sentit, una generalització racional de la teoria ordinària de la radiació.

Però la primera vegada que Bohr va enunciar amb claredat i concisió el principi de correspondència és, segons Kragh,¹⁷⁵ en un article del 1921 en resposta a un article de Rubinowicz...

En la seva versió final, recauria sobre el principi de correspondència una responsabilitat encara molt més gran; una responsabilitat que va fer transcendir el principi de correspondència i l'ha fet perdurar fins avui en dia, i possiblement la causa que s'arribi a afirmar que la Mecànica Quàntica no és més que la materialització del que Bohr premonitzava quan parlava d'aquest principi de correspondència.¹⁷⁶ Davant el trencament abrupte que els postulats i, de fet, el formalisme general de la nova teoria representen respecte la mecànica i electrodinàmica clàssiques, Bohr veia necessari buscar un vincle entre les dues aproximacions —utilitzant una al·legoria de Jammer, els dos costats de l'*abisme* que separa la clàssica de la quàntica¹⁷⁷—, un vincle que d'entrada no està garantit però en el qual, pel que sembla, Bohr alberga esperances:¹⁷⁸[T29]

De la possibilitat, mitjançant mecànica i electrodinàmica, de retre compte del fenomen de temperatura-radiació a la regió límit de vibracions lentes, podem esperar que qualsevol teoria capaç de descriure aquest fenomen d'acord amb les observacions constituirà una espècie generalització natural de la teoria ordinària de la radiació.

¹⁷⁴Bohr 1920, p. 427; Nielsen 1976, pp. 245–246. Veure Nielsen 1976, p. 21; Kragh 2012, p. 195.

¹⁷⁵Kragh 2012, p. 199.

¹⁷⁶Jammer 1966, p. 118.

¹⁷⁷Veure la cita 6, a la pàgina 205.

¹⁷⁸Bohr 1918a, p. 6.

Aquest fragment és de la introducció als principis generals de l'article del 1918, quan el principi de correspondència encara no havia estat ni batejat. Bohr té l'esperança que la confluència establerta entre algunes vessants de la nova teoria quàntica i l'antiga teoria clàssica, que aquesta confluència sigui un primer pas vers descobrir més aspectes de la quàntica. És per això que es planteja la quàntica com una “espècie de generalització de la teoria ordinària de la radiació.” Més endavant, el 1923, Bohr adscriurà de paraula aquesta tasca només als dos principis fonamentals, l'adiabàtic i el de correspondència (recordem la cita amb què tancavem la introducció a aquesta secció, nota [T22] a la pàgina pàgina 45), però de facto el principi de correspondència se n'endurà la part més important:¹⁷⁹[T30]

Tot i que el principi de correspondència no ens pot instruir de manera directa sobre la naturalesa del procés de radiació i la causa de l'estabilitat dels estats estacionaris, sí que ens permet elucidar l'aplicació de la teoria quàntica de tal manera que podem anticipar una consistència interna per aquesta teoria de manera similar a la consistència formal de la teoria clàssica.

I és que en aquest article, els *Grundpostulate* del 1923, el principi de correspondència és el principi per antonomàsia. No només perquè hagi adquirit un nom, sinó principalment perquè la seva presència al llarg de tot l'article creix significativament, i les seves aplicacions s'han multiplicat. Per exemple, si comparem l'estructura de l'article amb la del 1918, ens adonem que l'ordre d'aparició dels dos principis s'ha intercanviat: mentre que el 1918 apareixia primer el principi adiabàtic i posteriorment les aplicacions del de correspondència —ja que no *existia* en si mateix, i per tant no hi és pròpiament enunciat—, ara Bohr reordena les seccions de l'article de manera que la descomposició de Fourier d'un moviment electrònic apareix a les primeres pàgines de l'article, abans i tot de la formulació de l'adiabàtic.¹⁸⁰ La segona teoria de Bohr, recordem-ho, es recolza molt més sobre l'electrodinàmica que sobre la mecànica, i això segurament també dóna prioritat a la formulació de les descomposicions de Fourier i, indirectament, al principi de correspondència.

Pel que fa a les aplicacions, no només trobem les aplicacions relacionades amb la tesi de Kramers —que ja havíem vist el 1918 però que aquí ocupen una posició més imperant—, sinó que durant els quatre anys de vida del principi de correspondència havien aparegut nous problemes —més petits però, potser, de caràcter més fonamental— que són també atacats i solucionats des del principi de correspondència.

¹⁷⁹Bohr 1923a, p. 25.

¹⁸⁰Bohr 1923a, p. 4.

L'eclipsament del principi adiabàtic per part del principi de correpondència es fa visible també en la transferència de responsabilitats de l'un a l'altre. Malgrat Bohr segueix afirmant que l'adiabàtic no ha perdut terreny dins la teoria, de facto dóna més i més pes al de correpondència, a vegades en detriment de l'altre; per exemple, l'atribució d'estabilitat als estats estacionaris.¹⁸¹[T31]

Particularment intentarem mostrar que el principi [de correpondència] ofereix un punt d'atac al problema de l'estabilitat dels estats normals de l'àtom, fonamental per a la discussió de les propietats dels elements.

Més amunt, a la cita [T30] (pàgina 56), ja havíem entrevist aquesta usurpació d'un rol que, fins ara, havia estat sempre associat al principi adiabàtic.

Una altra discussió on el principi de correpondència esdevé crucial és en la de la natural·lesa de la radiació, a la qual Bohr dedica algunes pàgines posant especial èmfasi en lluitar contra el concepte de *quanta de llum* d'Einstein.¹⁸² És ben coneguda l'opinió de Bohr en contra dels quanta de llum, i és comprensible si tenim en compte fins a quin punt la seva teoria s'havia recolzat, des de bon principi, en la natural·lesa ondulatoria de la radiació electromagnètica.¹⁸³ Sense anar més lluny, el principi de correpondència mateix emergeix per analogia de la quàntica amb la teoria ondulatoria clàssica.¹⁸⁴

Com és ben sabut, Bohr perdria al cap de poc la batalla dels quanta de llum. Curiosament, el 1924 Albert Einstein adreçava la situació de la teoria quàntica en una carta al seu amic Michele Besso amb les següents paraules:¹⁸⁵[T32]

D'entre els resultats experimentals dels últims anys només són significants l'experiment d'Stern-Gerlach i l'experiment de Compton (dispersió de raigs X amb canvi de freqüència); el primer mostra l'existència dels estats quàntics, i el segon la realitat de l'impuls dels quanta de llum.

Els experiments d'Stern-Gerlach i de Compton, doncs, respectivament confirmen i desmenteixen diferents atributs de la teoria de Bohr. Una teoria que, com a tal, va durar pocs mesos més.

¹⁸¹Bohr 1923a, p. 26.

¹⁸²Bohr 1923a, pp. 34–37.

¹⁸³Stachel 2009.

¹⁸⁴Bohr 1923a, pp. 20–24.

¹⁸⁵Carta d'Einstein a Besso, 24 de maig del 1924. Citada a Speziali 1972, p. 202.

Capítol 3

Quantització Espacial

Sens dubte, aquesta quantització espacial de les òrbites de Kepler és un dels resultats més sorprenents de la teoria quàntica. Quan considerem la simplicitat amb què les posicions són derivades i com de simple és el resultat, sembla gairebé màgia.

Arnold Sommerfeld, *Atombau und Spektrallinien* (1921)^[T33]

3.1 Introducció

La quantització espacial va ser, sens dubte, la principal motivació de l'experiment d'Stern-Gerlach. Introduïda el 1916 per Arnold Sommerfeld, aquesta hipòtesi havia de servir per explicar l'efecte Zeeman en el marc de la teoria quàntica. En termes generals, la quantització espacial és la quantització del moviment de l'electró orbitant en una tercera coordenada: si inicialment Bohr havia quantitzat el radi de les òrbites, i posteriorment Sommerfeld havia fet el mateix amb la seva excentricitat (generalitzant les circumferències a el·lipses), la quantització espacial aprofita l'existència d'una direcció privilegiada —establerta per un camp extern— per quantitzar les òrbites d'acord amb aquesta direcció. Segons la quantització espacial, sota efectes d'un camp magnètic extern, les òrbites electròniques només poden tenir certes orientacions discretes. L'excentricitat d'aquesta hipòtesi va fer que alguns la consideressin poc més que una simple eina matemàtica, però el seu èxit parcial en l'explicació de l'efecte Zeeman normal va fer-la una característica essencial de la Teoria Quàntica Antiga.

Aquest capítol ens ha de preparar per entendre les motivacions que van portar Otto Stern i Walther Gerlach a tirar endavant el seu famós muntatge experimen-

tal. L'experiment d'Stern-Gerlach és considerat sovint un experiment crucial pel seu qüestionament directe de dues hipòtesis enfrontades: o bé existeix la quantització espacial, i s'observa una separació discreta dels feixos atòmics, o bé preval la física clàssica i obtenim una taca “allargada” a la pantalla. El 1920, però, la quàntica era ja una teoria ben corroborada experimentalment, amb un gran aparell teòric al darrere, i pràcticament podríem dir que irrenunciable. Més enllà d'aquest confrontament clàssica-quàntica, doncs, veurem que l'experiment va estar motivat per altres observacions experimentals relacionades amb la quantització espacial (o més ben dit, l'absència d'aquestes observacions). Endinsant-nos en l'aparell teòric que va envoltar i motivar l'experiment, veurem que finalment aquest va fer de jutge entre dues prediccions lleugerament diferents que Bohr i Sommerfeld havien fet en el si de les seves respectives teories quàntiques: per un àtom en un estat quàntic n , Bohr predeia $2n$ orientacions, mentre que Sommerfeld n'havia predit $2n + 1$. En les teories d'aquests dos físics buscarem l'origen d'aquesta discrepància en les prediccions, i veurem també que no van fer —ni molt menys— un ús estàtic de la quantització espacial al llarg dels anys.

L'abast temporal d'aquest capítol cobreix més de vint anys (1897–1920), de manera que hem optat per fer una reconstrucció més superficial de la història, sense endinsar-nos massa en els detalls particulars dels protagonistes i focalitzant-nos més en l'evolució dels conceptes. Això es notarà, per exemple, en el menor ús que fem de cartes i manuscrits com a font d'informació. Al cap i a la fi, si bé aquest és un capítol important en el conjut de la tesi, té encara un cert caire introductori. Nogensmenys, el contingut del present capítol és en gran part original: malgrat que hem utilitzat algunes fonts bibliogràfiques secundàries per traçar en termes generals els continguts d'aquest capítol (Eckert, Jammer, Kox, Kragh), la major part del relat ha estat construït a partir de la consulta directa de fonts primàries.

Per traçar els orígens de la quantització espacial, començarem retrocedint fins al descobriment de l'efecte Zeeman, a finals del segle XIX (secció 3.2). Veurem com aquest efecte va ser alhora una de les principals forces motrius que van empènyer el desenvolupament de la teoria quàntica antiga, si bé al final acabaria sent també el responsable de l'esfondrament de tot l'edifici quàntic antic. És precisament per intentar explicar l'efecte Zeeman en el marc de la seva teoria, que Sommerfeld introdueix el 1916 el concepte de quantització espacial; veurem els detalls del procés mental que va seguir Sommerfeld a la secció 3.3. El triomf de la idea va ser immediat: Bohr la inclouria dos anys després a la seva pròpia teoria, si bé amb un enfocament diferent al de Sommerfeld. La retroalimentació de les teories de Bohr i Sommerfeld, així com la constant aportació de noves dades experimentals i les contribucions de models teòrics d'altres autors, van fer que l'ús de la quantització espacial no deixés

d'evolució durant gairebé sis anys. A la secció 3.4 exposarem i compararem les dues formulacions presentades per Bohr i Sommerfeld, i en traçarem l'evolució. Finalment, a la secció 3.5 donarem una idea general de la resposta que hi va haver a la quantització espacial: per a fer-ho consultarem algunes fonts històriques secundàries, així com algunes de les aplicacions que es van donar a la quantització espacial.

3.2 L'efecte Zeeman

És indubtable que l'efecte Zeeman és un dels principals protagonistes de la Teoria Quàntica Antiga: qualsevol ressenya històrica d'aquesta teoria ha d'incloure necessàriament, ja sigui de manera directa o indirecta, una referència al paper que va jugar l'efecte Zeeman durant aquest període crucial. Però fins i tot com a protagonista, el seu rol no va ser sempre el mateix: durant la dècada dels 1910, l'efecte Zeeman va fer de motor impulsor de la teoria quàntica, en part perquè posava a prova les formulacions teòrico-quàntiques, però sobretot perquè oferia una guia precisa i segura per aprofundir en el coneixement empíric dels espectres atòmics. Uns anys més tard, i com és ben sabut, l'efecte Zeeman acabaria esdevenint botxí de la teoria que abans havia impulsat. Les exigències de l'efecte Zeeman anòmal,¹ juntament amb l'efecte Paschen-Back, serien tan grans que portarien a l'extrem els fonaments de la Teoria Quàntica Antiga, acorralant els seus teoritzadors fins al punt d'estar disposats a renunciar a algunes premises dels seus models físics, a vegades fins i tot aquelles més intuïtives i ben arrelades al subconscient col·lectiu.

Com veurem, una altra de les conseqüències secundàries que va tenir l'explicació de l'efecte Zeeman va ser la formulació de la quantització espacial i, consecutivament, l'experiment d'Stern-Gerlach. Comparativament, aquesta influència sobre la teoria quàntica —quantització espacial i Stern-Gerlach— és molt més petita que la resta d'influències que l'efecte Zeeman va exercir sobre l'evolució de la teoria.

Potser una prova de la importància de l'efecte Zeeman la trobem en diversos números commemoratius que algunes revistes científiques li van dedicar en motiu del 25è aniversari de la troballa de Pieter Zeeman.² Entre aquests, un article d'Arnold Sommerfeld i Ernst Back, publicat el novembre del 1921,³ situa la primera observació exitosa de Zeeman a l'agost del 1896, i la contraposa a l'intent que Michael

¹A l'apèndix ?? expliquem els diversos efectes Zeeman que existeixen (normal, anòmal, Paschen-Back), i els contextualitzem en la Mecànica Quàntica.

²*Physica 1*, a Holanda, i *Die Naturwissenschaften*, a Alemanya, van dedicar sengles números a l'efecte Zeeman, amb articles de Lorentz, Kamerlingh Onnes, Lohuizen, Woltjer, Sommerfeld, Back i Landé, entre d'altres. Veure Jammer 1966, p. 123.

³Sommerfeld 1921b.

Faraday havia portat a terme tres dècades abans sense èxit. El mateix Zeeman explica aquesta història a l'article publicat a principis del 1897,⁴ versió anglesa de dues comunicacions anteriors —en holandès— llegides a la *Reial Acadèmia de Ciències* d'Amsterdam durant la tardor del 1896.⁵ L'autor exposa com, durant investigacions relacionades amb la seva tesi doctoral, va intentar sense èxit observar els efectes d'un camp magnètic sobre la llum emesa per una flama.⁶ Curiosament, la motivació que va empènyer Zeeman a repetir l'experiència amb més precisió experimental va ser històrica: llegint les obres completes de James Clerk Maxwell,⁷ Zeeman es va assementar que l'últim experiment portat a terme per Faraday era, precisament, l'estudi dels efectes d'un camp magnètic en la llum emesa per una flama enriquida amb salts de sodi, liti, etc. Zeeman cita els detalls d'aquest últim experiment de Faraday de la biografia de Bence Jones, on al seu torn es reproduïen les notes dels manuscrits de Faraday descrivint el procediment experimental i els resultats negatius: “ni el més menor efecte és observat en els raigs polaritzats o no polaritzats,” anota Faraday el 12 de març del 1862 —quatre anys després d'haver-se retirat oficialment.⁸

La conclusió de Zeeman és inequívoca:⁹[T34]

Si un Faraday va pensar en la possibilitat de la relació [entre magnetisme i llum] tot just esmentada, potser valgui la pena tornar a intentar l'experiment amb les excel·lents ajudes de l'espectroscopia d'avui dia [...]

Zeeman no podia anar més ben encaminat, tal i com veurem de seguida. Una motivació afegida per l'holandès va ser la creença que entre Faraday i ell ningú havia tornat a intentar reproduir l'experiment. Com ell mateix reconeix a posteriori en un apèndix de caràcter històric —signat el febrer del 1897 i afegit a la versió anglesa que hem citat més amunt—, aquesta creença era errònia, si bé tots els intents que el precedien havien donat un resultat negatiu.¹⁰ Però deixem enrere els precedents i centrem-nos en el nostre protagonista i els seus descobriments.

Pieter Zeeman era natural de Zonnemaire, a l'illa de Schouwen-Duiveland, Holanda.¹¹ Va estudiar física a la Universitat de Leiden i va realitzar la tesi doctoral

⁴Zeeman 1897a, signat el gener i publicat el març.

⁵Zeeman 1896a,b, amb dates respectives del 31 d'octubre i 28 de novembre.

⁶Zeeman 1897a, p. 332.

⁷Zeeman cita Maxwell, “Collected works” vol II, p. 790.

⁸Zeeman 1897a, pp. 344-345, i al seu torn Jones 1870, p. 449.

⁹Zeeman 1897a, p. 332.

¹⁰Veure l'apèndix històric a Zeeman 1897a, pp. 344-347. Per un relat històric més complet sobre les investigacions magneto-òptiques del segle XIX (començant per Faraday i acabant per Zeeman), veure Spencer 1970.

¹¹Lewis 1900, p. 97.

a la mateixa universitat sota la direcció de Heike Kammerlingh Onnes sobre l'efecte Kerr magneto-òptic —canvis de polarització de la llum reflexada en superfícies magnetitzades—, obtenint el títol de doctor el 1893; durant el mateix període col·laborava simultàniament amb Hendrik Antoon Lorentz en qualitat d'assistent.¹² Després d'una estada a Strasbourg, Zeeman tornaria a Leiden amb una plaça de *privatdozent*,¹³ i prosseguiria les seves investigacions sota la supervisió de Kammerlingh Onnes. El seu important descobriment li va proporcionar a finals del 1896 una plaça de professor a la Universitat d'Amsterdam, que va ocupar immediatament el 1897.¹⁴ Pocs anys més tard, Zeeman compartiria amb Lorentz l'honor d'obtenir a mitges el segon Premi Nobel de Física, el 1902, pel descobriment experimental i la modelització teòrica, respectivament, de l'efecte que es batejaria amb el seu nom.¹⁵ De fet, la influència de Lorentz va ser present en la interpretació dels experiments de Zeeman des de ben aviat; sense restar en cap cas mèrit a Zeeman, que es sovint lloat per la seva gran destresa i meticulositat experimentals.¹⁶

Sembla ser que l'article commemoratiu de Sommerfeld esmentat abans erra mínimament en traçar la primera observació de l'efecte Zeeman fins a l'agost del 1896. Segons A. J. Kox, a les llibretes de notes de Zeeman no hi ha indicis de cap investigació relacionada amb aquests temes fins el 2 de setembre.¹⁷ Resseguint la narrativa de Kox, basada en les llibretes de notes de Zeeman, l'holandès no hi va dedicar gaires dies abans de retornar a d'altres experiments. Tal i com es reflecteix a un dels articles on Zeeman publicaria els seus resultats,¹⁸ la primera observació es va realitzar de manera força rudimentària, situant la flama d'un bec Bunsen, enriquida amb sals de sodi, entre els pols d'un electroimant: la connexió del corrent inductor de l'electroimant provocava immediatament un lleu eixamplament de les línies del doblet del sodi.¹⁹ Si bé aquesta observació marca una fita històrica en retrospectiva, per Zeeman no era suficient per justificar un descobriment. Com ell mateix admet:²⁰[T35]

Possiblement es considerarà que els fenòmens observats no tenen cap

¹²Kox 1997, p. 144.

¹³Lewis 1900, p. 97.

¹⁴Kox 1997, p. 144; Lewis 1900, p. 97.

¹⁵En l'entrega del premi no es fa cap esment de l'existència d'un efecte Zeeman no explicat segons la teoria de Lorentz (*anòmal*), i es centra només en els èxits teòrics i experimentals del doblet de Leiden (NP).

¹⁶Veure per exemple, la lloança de Johannes D. van der Waals que cita a Kox 1997, p. 141. També Kox 1997, p. 144.

¹⁷Kox 1997, p. 140.

¹⁸Zeeman 1897a.

¹⁹Zeeman 1897a, p. 333. Veure també Kox 1997, p. 141.

²⁰Zeeman 1897a, p. 333.

conseqüència. Es pot raonar així: l'eixamplament de les línies espectrals d'un vapor incandescent és causada per un increment en la densitat de la substància radiant i [també] per un increment de la temperatura. Sota la influència de l'imant, el contorn de la flama canvia indubtablement (es pot veure fàcilment), de manera que la temperatura i possiblement també la densitat del vapor es veuen alterades.

En aquest estadi tan primerenc de les seves disquisicions, Zeeman atribuïa els efectes observats a una explicació molt raonable, si bé errònia: l'eixamplament de les línies espectrals és un efecte indirecte del camp magnètic, el qual tan sols modifica la pressió i la temperatura d'alguns punts de la flama, la lluminositat de la qual s'altera visiblement per efecte del camp aplicat. Aquesta opinió inicial, que comparativament —i sent conscients que és una mala praxis historiogràfica— presentaria un escàs interès físic, seria abandonada poques setmanes després arran de nous experiments més acurats.

Resseguint novament la cronologia de les seves notes, trobem que Zeeman va atacar de nou el problema el 9 d'octubre amb un seguit d'experiments sistemàticament plantejats per escatir aquestes objeccions. A finals d'octubre, presentava a la *Reial Acadèmia de Ciències d'Amsterdam* la confirmació que un camp magnètic eixamplava les línies espectrals, tant en l'espectre d'emissió com en el d'absorció.²¹

La resposta va ser immediata: Lorentz va comunicar privadament a Zeeman una explicació teòrica dels efectes observats. La segona publicació de Zeeman, comunicada a finals de novembre, contenia algunes consideracions experimentals més, però sobretot desenvolupava els càlculs necessaris per justificar l'eixamplament de les línies d'acord amb la teoria de Lorentz.²² Considerant el moviment dels *ions*²³ confinat a un pla perpendicular al camp magnètic aplicat, Zeeman calcula fàcilment la perturbació que la força magnètica inflingeix sobre el moviment periòdic original; en l'aproximació més simple, considera que les trajectòries originals són circumferències, de manera que la freqüència de rotació es veu alterada simètricament un mateix valor, el signe del qual depèn només del sentit de la rotació de les càrregues.²⁴ Consi-

²¹Zeeman 1896a. Veure Kox 1997, p. 142.

²²Zeeman 1896b. Zeeman cita dos treballs de Lorentz: Lorentz 1892, 1895. Veure també Kox 1997, p. 142.

²³A finals del segle XIX la paraula *ió* no tenia un significat tan fortament definit com actualment; els *ions* eren partícules carregades de qualsevol tipus, amb una universalitat a vegades pretesa però que no s'havia pogut demostrar. La teoria de Lorentz considerava que la matèria estava constituïda per *ions* positius i negatius. La paraula *electró* ja existia des del 1891 —forjada per Stoner—, però el seu ús encara no estava generalitzat; i més encara: el seu significat, tal i com el coneixem avui en dia, ni tan sols existia.

²⁴Zeeman 1897a, pp. 339–340.

derant també oscil·lacions el·líptiques o lineals, i sempre segons la teoria de Lorentz, és capaç de predir bruta­ment la correlació entre la polarització de la línia observada i els canvis en la seva amplada; predicció que verifica experimentalment.²⁵

D'entre les diverses conclusions finals d'aquesta segona comunicació, en destaca especialment el *descobrim­ent* de l'electró, que sovint s'acostuma a atribuir l'experiment crucial de J. J. Thomson.²⁶ Zeeman calcula la relació e/m que es dedueix de l'eixamplament de les línies en funció del camp magnètic aplicat: el resultat trobat discrepa fortament amb l'esperat per Lorentz, ja que està ordres de magnitud per sobre del quocient mesurat pels ions electrolítics. Curiosament —i possiblement influenciat per Lorentz—, Zeeman evita fer comentaris al respecte a les publicacions del novembre del 1896 i gener del 1897, on simplement ofereix el valor obtingut acompanyat d'una frase tímidament eximidora: “Òbviament aquest resultat de la teoria ha de ser considerat com una primera aproximació.”²⁷ En el següent paràgraf, Zeeman dedueix també el signe de la càrrega, que erròniament atribueix com a positiu; pocs mesos després corregirà aquest error.²⁸

El punt culminant de les investigacions de Zeeman el trobem en una publicació de principis del 1897, on amb algunes millores en el muntatge experimental²⁹ és capaç de distingir en l'eixamplament anunciat uns mesos abans una estructura interna en forma de doblets i triplets (segons la polarització).³⁰ Aquestes investigacions, titllades pel mateix autor de preliminars, van ser ampliades en dues respectives publicacions successives.³¹

Aquestes obse­vacions de Zeeman concordaven totalment, ara sí, amb la teoria de Lorentz. Com hem dit, Lorentz va estar molt proper a Zeeman durant aquests experiments inicials, i la primera aparició de la justificació teòrica va aparèixer a l'article de Zeeman, tal i com ja hem esbossat. Lorentz encara trigaria uns mesos a publicar el càlcul de la seva pròpia mà,³² i quan ho va fer fou gairebé simultàniament amb

²⁵Zeeman 1897a, pp. 341–344.

²⁶Veure Arabatzis 2001.

²⁷Zeeman 1897a, p. 343. Veure també Kox 1997, p. 142 i Navarro 2012.

²⁸Zeeman 1897a, p. 343; Kox 1997, p. 143.

²⁹Entre les quals destaca la substitució de sodi per cadmi en les observacions, ja que el seu doblet blau es prestava a millors observacions del desdoblament.

³⁰Zeeman 1897b, presentat el 29 de maig. La seva traducció anglesa va ser publicada al *Philosophical Magazine* poc després: Zeeman 1897d (signat 4 de juny i publicat en el número 266 del juliol.)

³¹Zeeman 1897c i Zeeman 1897f, presentats respectivament el 26 de juny i el 30 d'octubre. La traducció anglesa del primer va ser publicada al *Philosophical Magazine* poc després: Zeeman 1897e (signat el 10 de juny i publicat en el número 268 del setembre).

³²Una primera publicació en holandès sobre la polarització de les línies en camps magnètics la trobem a Lorentz 1897a, enviat el 25 de setembre i publicat el 6 d'octubre; però sovint es considera

Joseph Larmor, que el desembre d'aquell mateix any ja havia publicat un article de caire més genèric on enuncïava el que avui anomenem *rotació de Larmor*.³³ Larmor encara trigaria un parell d'anys a aplicar aquest teorema a la derivació teòrica de l'efecte Zeeman,³⁴ però pel fet d'haver atacat el problema de manera més general —Lorentz ho havia fet totalment immergit en el marc de la seva pròpia teoria de l'electricitat— històricament se li atribueix a Larmor la major part del mèrit de la resolució de l'efecte Zeeman *normal*. Més que per una primícia cronològica, segurament aquesta atribució estigui influenciada per les múltiples aplicacions que, molt més enllà de l'efecte Zeeman, la precessió de Larmor ha acabat tenint dins la física.³⁵

Però sembla ser que el desbordant èxit experimental de Zeeman va jugar doblement en contra seu. D'una banda, la seva ràpida promoció laboral i el trasllat a Amsterdam no van ser especialment fructífers, ja que les males condicions del laboratori van privar-lo de fer mesures de més alta precisió, veient-se superat ràpidament per altres laboratoris experimentals d'arreu del món; Zeeman es va veure forçat a abandonar mesures d'alta sensibilitat i adaptar la seva recerca experimental a condicions menys favorables.³⁶ D'altra banda, el descobriment de l'holandès va desencadenar una ràpida onada de reproduccions del mateix experiment, així com d'intents de millorar-ne la precisió. En pocs mesos diversos laboratoris d'arreu del món intentaven reproduir les experiències de Zeeman:³⁷ els primers resultats van arribar d'Alemanya, de la mà de Walter König,³⁸ i de França, de la mà d'Alfred Cornu.³⁹ Aquestes observacions revalidaven un any més tard el descobriment de Zeeman, així com l'explicació oferida per la teoria de Lorentz. Una revalidació que duraria ben poc: a finals d'aquell mateix any —1897— Thomas Preston comunicava a la *Royal Dublin Society* l'observació de, no només alguns doblets i triplets de Zeeman, sinó també d'un *quadruplet* en la línia de 4800 Å—curiosament una de les que el mateix Zeeman havia observat en el seu article de principis d'aquell mateix any, sent capaç d'observar només doblets i triplets per limitacions en la resolució. Així doncs, l'efecte Zeeman *anòmal*, descobert tan sols un any després del seu homònim *normal*, no va

que l'article on Lorentz explica l'efecte Zeeman *normal* és Lorentz 1897b, datat del setembre i publicat a finals del 1897, segurament el desembre.

³³Larmor 1897.

³⁴Larmor 1900.

³⁵Veure apèndix ??.

³⁶Segons Kox 1997, p. 143, Zeeman no reprendria mesures espectroscòpiques de precisió fins el 1923, quan va aconseguir el seu propi laboratori, avui conegut com a *Laboratori Zeeman*, especialment dissenyat amb l'objectiu d'evitar vibracions externes i construït amb aquest objectiu sobre un bloc de formigó de 250.000 kg aïllat del terra. NP.

³⁷Mehra & Rechenberg 1982a, pp. 446–447; Jammer 1966, pp. 121–122.

³⁸König 1897.

³⁹Cornu 1897.

ser descobert per Zeeman; de fet, a aquestes alçades veurem que Zeeman desapareix gairebé completament del relat històric.

A les de Preston cal afegir-hi ben aviat una nova comunicació de Cornu, que poques setmanes després corregia els seus resultats anteriors per incloure-hi l'observació d'un quadruplet,⁴⁰ així com noves mesures de la mà d'Henri Becquerel i Henri Alexandre Deslandres, a França, i d'Albert A. Michelson, als Estats Units, que també van ser capaços d'assolir una precisió experimental prou gran per observar l'efecte Zeeman anòmal.⁴¹ En particular, la precisió assolida per Michelson li va permetre observar desdoblaments en fins a onze components.⁴²

Els intents de Lorentz de justificar teòricament aquestes troballes són poc més que un emmirallament del cercle viciós que es repetiria durant més de dues dècades.⁴³ Els successius avenços experimentals, juntament amb un incansable esforç per acumular sistemàticament més dades espectrals, posaven constantment a prova qual-sevol intent d'explicar teòricament les dades espectrals en el seu conjunt. En l'àmbit experimental en destaquen les contribucions de Preston, Paschen, Runge i Lohmann. A finals de la dècada dels 1890s, Preston va realitzar un dels primers estudis sistemàtics de la casuística espectral sota l'efecte de camps magnètics, arribant a deduir una regla que permetia explicar certes regularitats entre línies espectrals anàlogues de diferents elements.⁴⁴ Amb l'objectiu de posar a prova aquesta regla, a principis dels 1900s Carl Runge i Friedrich Paschen van reunir una gran quantitat de dades espectrals: el 1902 Runge publicava els resultats que evidenciaven noves regularitats inherents als espectres atòmics, enfortint la *regla de Preston*. El 1907, el mateix Runge publicava una llei empírica —coneguda com a *llei de Runge*— que permetia explicar, i en alguns casos predir, la separació de les diverses línies dels multiplets Zeeman.⁴⁵ Empíricament l'efecte Zeeman es podia considerar acceptablement sota control. Poc després, però, Lohmann trobaria en l'heli una excepció a aquesta regla. El 1912 aquestes limitacions de la regla de Preston i la llei de Runge agafarien més pes degut a noves observacions de Voigt i Hansen que les violaven flagrantment.⁴⁶

La gran catàstrofe de l'efecte Zeeman, però, va arribar al voltant del 1910, quan un estudiant de Paschen va aplicar un camp magnètic d'alta intensitat a l'espectre

⁴⁰Cornu 1898.

⁴¹Becquerel & Deslandres 1898a,b; Michelson 1898a,b.

⁴²Michelson 1898a, citat a Mehra & Rechenberg 1982a, p. 447.

⁴³Només per citar-ne alguns exemples, sense la pretensió de ser exhaustius: Lorentz 1899a,b, 1900.

⁴⁴Preston 1898, 1899.

⁴⁵Runge 1907.

⁴⁶Per la redacció d'aquest paràgraf hem seguit molt de prop el relat de Mehra & Rechenberg 1982a, pp. 446–450 i les obres allà citades.

del liti: si bé s'esperava un efecte Zeeman anòmal, Ernst E. A. Back va observar la separació en triplets *normals*. La interpretació —empírica— d'aquest inesperat fenomen, que violava la validesa de qualsevol regla empírica per a l'efecte Zeeman coneguda fins al moment, arribaria de la mà de Paschen, que ja el 1909 s'havia mostrat disposat a abandonar parcialment la llei de Preston per explicar les observacions de Lohmann.⁴⁷ Paschen va observar que l'obtenció de l'efecte Zeeman *normal* o *anòmal* depenia de la relació entre la freqüència de Larmor i la separació —en freqüència— entre dues línies de l'espectre atòmic no pertorbat.⁴⁸ Novament amb un raonament purament empíric es podia delimitar el rang d'aplicació de cada efecte (Zeeman normal, Zeeman anòmal, i ara també Paschen-Back); els lligams que havia de complir qualsevol teoria amb l'ambició de justificar tots aquests efectes, però, no feia més que créixer.

No comentarem amb detall aquestes teories, ni les enumerarem exhaustivament. Walther Ritz⁴⁹ i Woldemar Voigt⁵⁰ són alguns dels noms que destaquen en aquest episodi, per més detalls del qual referim el lector a altra bibliografia secundària.⁵¹ El 1914 Sommerfeld va reformular la teoria de Voigt, aconseguint un model més comprensible a nivell microscòpic.⁵² Com veurem, aquesta petita intervenció de Sommerfeld en la teoria clàssica de l'efecte Zeeman tindrà la seva rellevància posterior.

Gairebé simultàniament a la teoria de Voigt, el 1913, apareixien publicats els tres articles fundacionals de la teoria atòmica quàntica de Bohr. La reformulació de Sommerfeld del 1914 en cap cas estava alineada amb aquesta nova teoria, si bé l'alemany va ser dels primers en reconèixer el potencial de la jove teoria de Bohr en aquesta direcció.⁵³ Vist l'èxit de què ràpidament va gaudir la nova teoria —malgrat el disgust estètic que causava a molts físics—, era un pas lògic intentar aplicar-la a l'efecte Zeeman per trobar la solució definitiva a un problema que durant més de quinze anys no havia fet més que complicar-se imparablement. Aquesta solució definitiva, la primera formulació de l'efecte Zeeman dins de la teoria quàntica, hauria d'esperar encara tres anys més, i quan finalment arribés ho faria de la mà d'un nou concepte elusiu: la *quantització espacial*.

⁴⁷Paschen 1909.

⁴⁸Paschen & Back 1912, 1913.

⁴⁹Ritz 1908a,b.

⁵⁰El 1907 Voigt aconseguia descriure aproximadament les línies de l'efecte Zeeman anòmal, Voigt 1907. El 1913, aconseguia adaptar aquesta teoria per explicar també l'efecte observat per Paschen i Back, Voigt 1913a,b,c.

⁵¹Mehra & Rechenberg 1982a, pp. 453–456.

⁵²Sommerfeld 1913, 1914.

⁵³Eckert 2014, p. 143.

3.3 El naixement de la quantització espacial

Ha arribat l'hora de trobar una autèntica teoria de l'efecte Zeeman.

Arnold Sommerfeld (1915)^[T36]

A finals del 1916 Arnold Sommerfeld i Peter Debye van aconseguir, per separat i pràcticament alhora, una primera descripció quàntica de l'efecte Zeeman.⁵⁴ Darrere aquests dos articles publicats al mateix número del *Physikalische Zeitschrift* —de fet en pàgines consecutives— hi ha una història de descobriments simultanis, curses científiques de prioritat, col·laboracions desinteressades i, fins i tot, pressumptes punyalades per l'esquena. Una història que, de fet, és la història del naixement i primers passos de la quantització espacial.

Debye i Sommerfeld es van conèixer a Aachen, Holanda, on Sommerfeld s'havia establert com a professor extraordinari de la *Königliche Technische Hochschule* des del 1900. Debye, natural de Maastricht, va estudiar física i matemàtiques a Aachen, a pocs quilòmetres de la seva ciutat natal, llicenciant-se en enginyeria elèctrica el 1905. Quan el 1906 Sommerfeld va obtenir una oferta de plaça de professor ordinari des de l'Universitat de Munich, oferta que anava acompanyada del títol de director del recentment fundat *Institut de Física Teòrica*, va oferir a Debye d'acompanyar-lo en qualitat d'assistent. Malgrat que les condicions econòmiques a Alemanya no eren tan favorables com a Holanda, el jove Debye va acceptar.⁵⁵ El 1911, ja doctorat i habilitat, Debye es va traslladar a Zurich —en substitució d'Albert Einstein—, però va seguir mantenint una bona relació amb Sommerfeld, malgrat no s'escriuen amb gaire freqüència.⁵⁶

Poques setmanes després de la publicació de l'últim article de la trilogia de Bohr, Stark comunicava a l'Acadèmia Prussiana de Ciències les primeres observacions de l'efecte que avui coneixem amb el seu nom: l'aparició de noves línies espectrals, discretes i ben definides, sota l'aplicació d'un camp elèctric extern.⁵⁷ La troballa d'Stark s'havia inspirat lògicament en l'efecte descobert quinze anys abans per Zeeman, però també havia estat motivada per les prediccions teòriques de Voigt del 1901.⁵⁸ Les mesures d'Stark, que discrepaven significativament dels càlculs de Voigt, deixaven la porta oberta a noves justificacions teòriques, entre les quals la tot just estrenada teoria de Bohr.

⁵⁴Sommerfeld 1916c; Debye 1916b.

⁵⁵Entrevista de Thomas S. Kuhn i G. Uhlenbeck a Peter Debye, 3 de maig del 1962 (AIP).

⁵⁶Entrevista de Kuhn i Uhlenbeck a Debye, 3 de maig del 1962 (AIP).

⁵⁷Stark 1913a,b, 1914.

⁵⁸Voigt 1901.

Malgrat els diversos intents (entre els quals de Bohr), la solució trigaria encara tres anys a arribar. La concepció original de la idea que permetria resoldre l'efecte Stark —i, eventualment, Zeeman— és de Karl Schwarzschild, i no es basaria exactament en la teoria de Bohr sinó en la nova formulació de Sommerfeld.⁵⁹ A finals de l'hivern del 1916 Schwarzschild escrivia a Sommerfeld suggerint-li una connexió entre la seva recent teoria quàntica i el formalisme de Hamilton-Jacobi habitualment aplicat a la mecànica cel·leste.⁶⁰[T37]

Si s'aplica aquest procediment [de Hamilton-Jacobi] al moviment relativista de Kepler, s'obtenen directament els resultats del teu apèndix [Sommerfeld 1915c], el qual d'aquesta manera esdevé per mi realment convincent.

Schwarzschild també indicava a la mateixa carta els bons pronòstics d'aquest nou mètode per estendre el formalisme quàntic a casos fins aleshores inexplicats.^[T38]

A més a més, aquest procediment proporciona un enfocament convincent pels efectes Stark i Zeeman.

Aquesta carta data de l'1 de març del 1916; el 30 de març Schwarzschild presentava els seus resultats a l'Acadèmia Prussiana de Ciències.⁶¹ El mes que va transcórrer entre aquests dos esdeveniments, però, va ser intens: Schwarzschild i Sommerfeld intercanviaven contínuament pensaments i idees com les que acabem de citar, col·laborant des de la distància. A München, Sommerfeld va delegar els càlculs a Paul Epstein, un jove rus que havia arribat de Moscou el 1910 per realitzar els estudis de doctorat. El 1914 havia aconseguit el títol de doctor, però immediatament va passar a ser considerat per les autoritats alemanyes com un “enemic estranger”, arribant a ser empresonat. Gràcies a la intervenció de Sommerfeld, Epstein va poder recuperar parcialment la seva llibertat com a civil, i va poder continuar la seva recerca a la universitat.⁶² El 21 de març, Schwarzschild informava de l'èxit en l'aplicació d'aquest nou formalisme a l'efecte Stark,⁶³ i tres dies més tard Sommerfeld l'informava que Epstein havia arribat al mateix resultat, i corregia un petit error de Schwarzschild.⁶⁴

No és difícil intuir que fruit d'aquest creuament d'idees va acabar havent-hi algunes disputes de prioritat: si bé Schwarzschild és qui va tenir la idea original, Epstein

⁵⁹Sommerfeld 1915b,c.

⁶⁰Carta de Schwarzschild a Sommerfeld, 1 de març del 1916. Citada a Eckert 2014, p. 151.

⁶¹Schwarzschild 1916.

⁶²DuMond 1974, pp. 128–129.

⁶³Carta de Schwarzschild a Sommerfeld, 21 de març del 1916. Citada a Eckert 2014, p. 152.

⁶⁴Carta de Sommerfeld a Schwarzschild, 24 de març del 1916. Citada a Eckert 2014, p. 152.

va ser el primer en aconseguir aplicar-la a la perfecció i predir les línies de l'efecte Stark amb precisió. Dècades més tard, en una entrevista a l'AHQP, Epstein titllava la carta de Sommerfeld revelant l'error d'Schwarzschild com una “punyalada per l'esquena”. Tècnicament, Epstein n'ostenta la prioritat: el seu article va ser rebut al *Physikalische Zeitschrift* el 29 de març,⁶⁵ un dia abans de la presentació de Schwarzschild. També va ser Epstein qui va desenvolupar la teoria més a fons en un article enviat a principis de maig a *Annalen der Physik*,⁶⁶ article en el qual proposaria per primera vegada la prohibició de certs estats quàntics per evitar una col·lisió entre l'electró orbitant i el nucli.⁶⁷ A nivell pràctic —i potser podríem dir també justament— la comunitat científica va acceptar la coautoría d'Epstein i Schwarzschild en el nou formalisme: sovint trobem tots dos autors citats a l'hora d'atribuir la solució teòrica de l'efecte Stark.⁶⁸

Schwarzschild, però, no podria gaudir d'aquest plaer gaire temps: l'11 de maig d'aquell mateix any, el mateix dia en què el seu article apareixia publicat, moriria de pèmfing, una malaltia autoimmunitària contreta al front rus pocs mesos abans. Al seu obituari, Carl Runge esmentava les seves contribucions a la ciència, entre les quals volem destacar aquí “la teoria de la descomposició de les línies espectrals en un camp magnètic i en un camp elèctric”.⁶⁹[T39] Certament, en el fragment de carta que hem citat més amunt sembla que Schwarzschild preveia l'aplicabilitat del mètode també a camps magnètics, malgrat no ho van arribar a desenvolupar ni ell ni Epstein.

La implementació d'aquesta aplicabilitat no es va fer esperar gaires setmanes: Peter Debye, aleshores ubicat a Göttingen, va escriure un article breu citant els treballs d'Schwarzschild i Epstein, i reproduint un formalisme molt semblant per al cas del camp magnètic.⁷⁰ Ras i curt, Debye planteja el problema com un sistema de mecànica cel·leste amb el formalisme de Hamilton-Jacobi, resol les equacions del moviment i imposa les condicions de quantització de Wilson-Sommerfeld (veure 2.3.2).

El de Debye és un article principalment formal: la major part de la discussió es centra entorn del plantejament del problema i la seva resolució matemàtica; només l'última secció es dedica a una discussió de les implicacions físiques d'aquesta solució, recuperant la fórmula de Sommerfeld⁷¹ per les òrbites el·líptiques (sense la correcció relativista o d'estructura fina) amb un terme extra:

⁶⁵Epstein 1916a.

⁶⁶Epstein 1916b.

⁶⁷Epstein 1916b, p. 500.

⁶⁸Per un relat històric més acurat dels desenvolupaments de Schwarzschild i Epstein, referim el lector a Duncan & Janssen 2014, 2015.

⁶⁹Runge 1916, p. 547.

⁷⁰Debye 1916a, article signat el 2 de juny i llegit el 3 de juny.

⁷¹Sommerfeld 1915b, p. 439.

$$\nu = \frac{2\pi^2 \mu \varepsilon^2 E^2}{h^3} \left[\frac{1}{(n_1 + n_2)^2} - \frac{1}{(n'_1 + n'_2)^2} \right] + (n_3 - n'_3) \frac{\omega}{2\pi}, \quad (3.1)$$

on ε i E són, respectivament, la càrrega de l'electró i del nucli, i μ la massa de l'electró; la resta de símbols representen les quantitats habituals: constant de Planck h , freqüència de Larmor ω , i nombres quàntics n_i . Debye identifica els nombres quàntics amb les etiquetes habituals de Sommerfeld: n_1 correspon a l'excentricitat de les el·lipses; n_2 està associat a la velocitat de l'electró (avui en diríem nombre quàntic principal); n_3 és degut a l'efecte del camp magnètic.

Debye explica l'aparició de triplets en l'efecte Zeeman limitant aquest tercer nombre quàntic als valors 0 i 1. Acaba l'article comentant que aquesta imposició —regla de selecció— apareix sense cap més justificació que la necessitat empírica. També admet no poder explicar les polaritzacions esperades, i acaba amb una nota interessant: si bé es podrien calcular les polaritzacions esperades mitjançant una representació geomètrica de les òrbites associades a la solució presentada a (3.1), Debye opina que el futur resideix en una generalització del segon postulat de Bohr ($h\nu = \Delta E$) que permeti entendre els assumptes no resolts per l'actual teoria. Accepta, això sí, la fórmula de Bohr com una manera efectiva d'entendre l'efecte Zeeman.⁷²

Aquesta ràpida publicació de Debye sembla que va perjudicar els plans del seu antic professor, que segurament tenia previst desenvolupar la teoria en aquesta direcció després de la publicació de l'*Annalen der Physik*. Ja al seu article de finals del 1915 havia insinuat aquest camí en la discussió de l'efecte Stark: en aquell article Sommerfeld aprofitava la seva fórmula per les òrbites el·líptiques per predir el nombre de línies de l'efecte Stark, però admetia no poder oferir un model detallat de la física que habita darrere el desdoblament de les línies sota els efectes d'un camp elèctric, ja que no s'havia pogut trobar cap solució per les trajectòries dels electrons sota l'efecte combinat de l'atracció del nucli i un camp elèctric extern.

Al final de la secció —i aquest és el punt que més ens interessa— Sommerfeld afirma que per àtoms multieletrònics les òrbites perdrien la seva coplanaritat, fent necessari l'ús d'una tercera integral de fase associada a la tercera coordenada espacial, i en conseqüència, l'aparició d'un tercer nombre quàntic (anomenat aquí n'' per Sommerfeld).⁷³ Això impediria, també, una generalització simple dels resultats de l'àtom d'hidrogen a la resta d'àtoms, especialment a l'hora d'explicar l'efecte Stark. Aquí Sommerfeld no parla explícitament de cap *quantització espacial* o *quantització en l'espai*, si bé està implícita en aquest tercer nombre quàntic n'' . La connexió amb

⁷²Debye 1916a, p. 152.

⁷³Sommerfeld 1915b, p. 453, 2014a, p. 175.

l'article d'*Annalen*, però, és força directa:⁷⁴[T40]

Dels nostres nombres quàntics n i n' : n significa la *mida* de l'òrbita [...] i n' la *forma* de l'òrbita [...]. Sorgeix la pregunta de si també la *posició* de l'òrbita es deixa “quantitzar”.

Amb aquestes paraules enceta Sommerfeld la setena secció de la primera part de l'article de l'*Annalen*, titulada “Condicció quàntica per la posició de l'òrbita en l'espai” (*Quantenbedingung für die Lage der Bahn im Raume*).⁷⁵ El tercer nombre quàntic que anticipava el 1915 apareix ara amb un nom propi: “quantització de la direcció” (*Richtungsquantelung*).⁷⁶ Curiosament, en aquest article no utilitza aquest resultat amb cap finalitat concreta, ja que erròniament —i potser influenciat per les asseveracions de Bohr de pocs anys abans, que negaven qualsevol possible influència d'un camp magnètic sobre els nivells d'energia atòmics⁷⁷— Sommerfeld considerava que *clàssicament* —en aquest cas en contraposició a relativísticament— no es podia esperar l'aparició de noves línies espectrals sota la influència d'un camp magnètic; per contra, tenia l'esperança que el tractament relativista permetria resoldre l'efecte Zeeman.⁷⁸ Només al final de la secció dedica un parell de paràgrafs a discutir les “possibles utilitats d'ús físic d'aquestes consideracions”: en primer lloc, tant per l'efecte Stark com pel Zeeman, la quantització espacial es mostra prometedora —sempre segons les paraules de Sommerfeld— per deduir les regles de polarització que Epstein havia anticipat pocs mesos abans de manera purament empírica; en segon lloc, per l'efecte Zeeman (però no per l'Stark) permet calcular les òrbites perturbades per efecte d'un camp magnètic extern.

Sembla ser que aquesta secció va ser redactada entre les publicacions d'Epstein-Schwarzschild i la de Debye; l'única modificació que Sommerfeld va poder fer arran de l'article de Debye, va ser afegir una nota al peu de pàgina durant les proves d'impressió, per indicar al lector que en un article pròxim aplicaria aquestes consideracions als efectes Zeeman i Stark.⁷⁹

Després d'aquest episodi, Debye es va retirar del panorama quàntic per un temps, tal i com ell mateix explica:⁸⁰[T41]

⁷⁴Sommerfeld 1916a, pp. 28–29; Sauter 1968, pp. 199–200.

⁷⁵Sommerfeld 1916a, pp. 28–33; Sauter 1968, pp. 199–204.

⁷⁶Sommerfeld 1916a, p. 32; Sauter 1968, p. 203.

⁷⁷Hoyer 1981, p. 469. Aquestes asseveracions de Bohr les expliquem contextualitzadament a 3.4.2, pàgina 90.

⁷⁸Sommerfeld 1916a, p. 32; Sauter 1968, p. 203.

⁷⁹Sommerfeld 1916a, p. 33; Sauter 1968, p. 204.

⁸⁰Entrevista de Kuhn i Uhlenbeck a Debye, 3 maig del 1962 (AIP).

Bé, tenia la sensació que a Sommerfeld no li va agradar gens, que estigués fent coses sobre la teoria quàntica quan estava a Göttingen... Estava parlant sobre l'efecte Zeeman i aquestes coses. No li va agradar. S'ho volia quedar per ell mateix. Per això vaig decidir que, d'acord, no ho faré més. [...] Per què fer res contra ell? Realment li devia tant [a Sommerfeld].

Però segons Eckert, per Sommerfeld no es tractava tant d'una qüestió de prioritat en el descobriment com de fragmentació: Sommerfeld buscava una presentació ben estructurada de la teoria, sense inconsistències internes, i que oferís una imatge de completesa i coherència.⁸¹ Així, segurament feia mesos que albergava l'esperança de poder resoldre amb la seva nova quantització espacial, no només l'efecte Zeeman normal, sinó sobretot l'anòmal. Possiblement eren aquestes altes expectatives envers l'efecte Zeeman les que van privar Sommerfeld de publicar els resultats amb més celeritat. El 20 d'agost escrivia a Bohr:⁸²[T42]

Tot just he acabat un article sobre l'efecte Zeeman en què es dedueix com a mínim el triplet normal [de Zeeman] a partir de la seva [de Bohr] llei general $h\nu = W_2 - W_1$ (en contra de les seves expectatives⁸³).

Aquestes paraules, que poden semblar transmetre un èxit, les podem llegir també com una renúncia: Sommerfeld es donava per vençut i, pressionat potser per la publicació de Debye de finals de primavera, publicava la seva teoria de l'efecte Zeeman sense trobar una explicació del Zeeman anòmal.

Sommerfeld va enviar el seu article juntament amb el de Debye: ambdós eren rebuts al *Physikalische Zeitschrift* el 7 de setembre i publicats el 15 d'octubre en el número 20 de la revista.

L'article de Sommerfeld, titulat "Sobre la teoria de l'efecte Zeeman de les línies [espectrals] de l'hidrogen, amb un annex sobre l'efecte Stark", partia de la quantització espacial introduïda poc abans a l'article de l'*Annalen*. Aquí passava per alt els detalls de la quantització espacial, i n'exposava només els resultats: en presència d'un camp magnètic extern, no només es quantitza la mida i la forma de les òrbites, sinó també la seva inclinació respecte la direcció definida pel camp extern. Després

⁸¹Eckert 2013c, p. 52.

⁸²Carta de Sommerfeld a Bohr, 20 d'agost del 1916. Citada a Eckert 2013c, p. 53.

⁸³Per l'ordre que hem seguit en aquest capítol, aquestes expectatives de Bohr no les hem explicat encara. Per més detalls sobre els primers intents d'aplicació de la teoria de Bohr a l'efecte Zeeman, vegeu la secció 3.4.2. Sobre la no alteració de l'energia dels estats estacionaris sota aplicació de camps magnètics, vegeu el fragment citat a [T59] (pàgina 90), i el text que l'acompanya.

de comparar el seu mètode quàntic amb el d'Epstein, planteja i resol les equacions del moviment de manera directa, trobant les òrbites el·líptiques i la precessió de Larmor. Quantitzant el moment canònic associat a aquesta precessió, obté el desplaçament característic pels triplets de l'efecte Zeeman normal.

Tot seguit, Sommerfeld torna a plantejar les equacions del moviment aplicant mecànica relativista, recorrent aquesta vegada a la formulació de Hamilton-Jacobi per resoldre el moviment. Després d'alguns detalls matemàtics en què no volem entrar, recupera la quantització espacial. La sorpresa és que la freqüència de precessió és la mateixa i, encara pitjor, només apareix un triplet de l'efecte Zeeman normal, amb un desplaçament idèntic al cas no relativista:⁸⁴[T43]

L'efecte Zeeman no es veu afectat per l'estructura fina de les línies [espectrals] de l'hidrogen deduides de la teoria de la relativitat.

Aquest resultat és, per Sommerfeld, sospitos. Si bé permet justificar teòricament l'efecte Zeeman normal, per Sommerfeld la part reveladora de l'estructura atòmica resideix precisament en les múltiples línies que apareixen en l'efecte Zeeman anòmal.

Com a possibles fonts d'aquest fracàs, fa dues propostes: d'una banda, a través dels treballs d'Epstein i Schwarzschild ja s'havia fet evident que hi havia múltiples possibilitats en l'elecció del sistema de coordenades a l'hora d'aplicar el mètode de separació de variables, i per tant queda oberta la pregunta de la idoneïtat de l'elecció que el mateix Sommerfeld havia fet —un problema, el de l'elecció de les coordenades, que persistirà anys i no es resoldrà del tot fins l'aparició de la Mecànica Quàntica—; d'altra banda, el segon postulat de Bohr constituïa possiblement, en vista de Sommerfeld, una llei excessivament simplista per explicar amb detall els processos de transició atòmica:⁸⁵[T44]

[L'equació de Bohr de la freqüència] és inadequada per diferents motius: com a igualtat escalar no podrà aclarir mai la polarització; pel fet de dependre només de les òrbites inicial i final, però no les circumstàncies de la transició, es desvincula del caràcter oscil·latori de les línies espectrals; el seu origen en la idea dels quanta d'energia es troba en contradicció amb el nou desenvolupament de la teoria quàntica, la qual només coneix quantització de l'acció.

Després d'aquesta crítica atrinxerada contra la fórmula de Bohr, Sommerfeld tanca la secció posant èmfasi en el paper que juga l'elecció de coordenades en la quantització.

⁸⁴Sommerfeld 1916c, p. 502; Sauter 1968, p. 320.

⁸⁵Sommerfeld 1916c, p. 503; Sauter 1968, p. 321.

3.4 La quantització espacial en les teories quàntiques antigues

Hem vist el naixement de la quantització espacial en mans de Sommerfeld i la seva primera aplicació a l'efecte Zeeman *normal*. Al llarg dels anys següents, la quantització espacial no es va quedar estàtica, sinó que es va expandir i modificar: d'una banda, Bohr la va adoptar i incorporar a la seva teoria, presentant-la des d'un altre enfocament; d'altra banda, el mateix Sommerfeld va anar actualitzant la seva versió de la quantització espacial, en part influenciat per l'ús de Bohr, i en part influenciat pels nous requeriments experimentals i teòrics que l'avenç de la teoria imposaven.

Sovint es presenta l'Stern-Gerlach com un experiment crucial per distingir entre les dues prediccions que Bohr i Sommerfeld feien del nombre d'orientacions possibles per un àtom en un camp magnètic: Bohr havia anunciat $2n$ orientacions possibles per un àtom en l'estat estacionari n , mentre que Sommerfeld calculava que hi havia d'haver $2n + 1$ orientacions. Per a un àtom de plata —l'element utilitzat per Stern i Gerlach— això es tradueix en 2 possibles feixos (Bohr) en contraposició a 3 feixos (Sommerfeld).

Però si mirem la història amb suficient detall, aquesta distinció entre Bohr i Sommerfeld no és tan clara i ben definida: al llarg d'aquests cinc (gairebé sis) anys que van passar entre la primera formulació de la quantització espacial (1916) i els resultats d'Stern i Gerlach (1922), les teories de Bohr i Sommerfeld van evolucionar significativament, i amb aquesta evolució va canviar el nombre de prediccions de la quantització espacial. Així mateix, de manera més general, intentarem reflectir les diferències conceptuals entre Bohr i Sommerfeld pel que fa a la quantització espacial; unes diferències que de fet s'originen en el diferent enfocament de les seves respectives teories (com hem vist al capítol 2).

De manera natural, continuarem la narrativa històrica del naixement de la quantització espacial i l'ampliarem tot presentant el seu paper dins la teoria de Sommerfeld, traçant-ne els canvis al llarg de les diferents edicions del llibre *Atombau und Spektrallinien*: veurem que hi ha un nucli comú que es manté gairebé inalterat, amb petits afegitons o substraccions en les successives edicions. Si bé presentem Bohr en segona posició cronològica, ens veurem forçats a retrocedir uns anys per revisar breument la relació de la primera teoria bohriana amb el magnetisme —una relació que en el cas de Sommerfeld acabem de veure amb suficient detall a la secció anterior. Una vegada establert aquest preàmbul magnètic per Bohr, exposarem amb cert detall l'exposició de Bohr fa de la quantització espacial i els usos que li dona. Ens mantindrem atents als canvis que pateix el rol de la quantització espacial durant l'evolució de la seva teoria.

És destacable la diferència de metodologia emprada en Sommerfeld i Bohr. Si pel primer ens podem permetre d'exposar l'ús de la quantització espacial de manera més o menys independent del cos de la teoria, per Bohr és més complicat: el llenguatge complex que utilitza Bohr i l'exposició abstracta de la seva teoria ens obligaran a aprofundir més en el nucli de la teoria per poder entendre què significa la quantització espacial pel teòric danès. Al cap i a la fi, recordem-ho, Bohr era el *filòsof* de la Quàntica.

3.4.1 Sommerfeld

La formulació de la quantització espacial que Sommerfeld presenta a l'article d'*Annalen* és molt semblant a la que publicarà tres anys més tard a la primera edició de l'*Atombau* i, de fet, en general a la resta d'edicions d'aquest llibre fins a l'aparició de la Mecànica Quàntica. Podríem dividir la formulació en dues parts: d'una banda, un nucli força constant al llarg dels anys, que pràcticament es manté inalterat (això inclouria, per exemple, l'elecció del sistema de coordenades o el procediment de quantització per integració); d'altra banda, una discussió perifèrica a aquest nucli, que mostra una evolució més marcada que se sotmet a canvis dràstics en algunes edicions. És, sobretot, aquesta perifèria la que ens aportarà informació sobre com va anar evolucionant la concepció que Sommerfeld tenia de la quantització espacial, i els usos que li atribuïa.

Comencem explicant aquest nucli invariable; per conveniència i claredat, utilitzarem com a referència del text la primera edició de l'*Atombau* (1919); les figures les prenem de la segona edició (1921), per motius purament estètics.

Sommerfeld dedica íntegrament una secció a la quantització espacial, sota el títol “Quantització de la posició espacial de les òrbites de Kepler” (*Quantelung der räumlichen Lage von Keplerbahnen*).⁸⁶ Per justificar la introducció de la quantització espacial, Sommerfeld va més enllà que a l'article d'*Annalen*, i postula la quantització espacial com una conseqüència inevitable del progrés de la teoria quàntica:⁸⁷[T45]

Volem mostrar que els quanta encara poden anar més enllà: determinen també la posició (orientació???) [de les òrbites] en l'espai, és a dir, de la diversitat contínua de totes les possibles posicions (orientacions?) orbitals en l'espai seleccionen un nombre discret d'òrbites amb una condició quàntica característica.

⁸⁶Es tracta de la secció 4 del capítol 6, “Teoria ondulatoria i teoria quàntica” (*Wellentheorie und Quantentheorie*). Sommerfeld 1919, pp. 411–422, 1921a, pp. 408–415.

⁸⁷Sommerfeld 1921a, p. 408.

Aquest nou nombre quàntic, que s'afegeix als nombres quàntics *azimutal* (n) i *radial* (n'), és l'encarregat de fixar l'orientació de les òrbites en el si d'un camp de forces extern o intern. Per simplicitat s'ocupa només del primer cas, un camp magnètic extern. Fixem-nos que si bé per un cantó dóna més pes a la quantització espacial que el 1916, per l'altre a l'*Atombau* li resta generalitat i l'aplica directament només al cas d'un camp magnètic extern; per contra el 1916 la quantització espacial es presentava de manera més laxa, com un nou àmbit de la teoria quàntica, sense restriccions sobre els camps pels quals era aplicable. El mètode emprat és el de separació de variables, per les quals escull un sistema de coordenades polars, adequat a la simetria del problema. La figura 3.1 mostra aquestes coordenades, amb un dels eixos alineat segons la direcció establerta pel camp extern. Si descomposem la posició

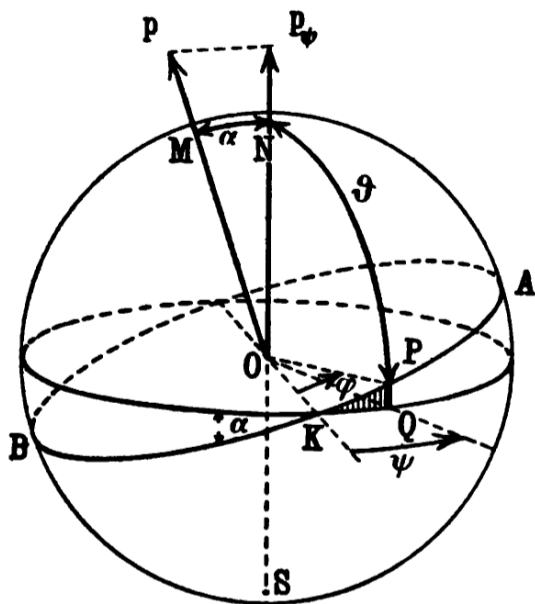


Figura 3.1: Esquema dels eixos definits per Sommerfeld per explicar la quantització espacial a la 2a edició de l'*Atombau und Spektrallinien* (p. 409). Ens interessa remarcar la nomenclatura de Sommerfeld: φ és l'*azimut de la trajectòria*, ψ és la *longitud* i ϑ és la *latitud*.

de l'electró, P , en les seves coordenades obtenim:

- r és la posició radial de l'electró,
- α denota l'angle d'inclinació de l'òrbita respecte el pla definit per l'eix del camp exterior (o pla equatorial),

- φ correspon a la posició angular de l'electró en la seva òrbita inclinada (pla de la trajectòria), que anomena “azimut de la trajectòria” (*Bahnazimut*),
- ψ és la projecció de l'anterior sobre el pla equatorial, que anomena “longitud” (*Länge*),
- i finalment a ϑ l'anomena “latitud” (*Breite*), i correspon a l'angle que descriu a cada instant l'alçada de l'electró respecte el pla equatorial.

Les tres variables dinàmiques del problema són r , ψ i ϑ . Quantitzant-les segons el procediment ja habitual per Sommerfeld,⁸⁸

$$\int_{r_{\min}}^{r_{\max}} p_r dr = n' h \quad \int_0^{2\pi} p_\psi d\psi = n_1 h \quad \int_{\vartheta_{\min}}^{\vartheta_{\max}} p_\vartheta d\vartheta = n_2 h \quad (3.2)$$

amb els límits definits segons la figura 3.1, trobem els nombres quàntics radial n' , equatorial n_1 i de latitud n_2 (comparar amb 2.3.2).

Abans d'introduir la quantització espacial, les variables rellevants eren r i φ , de manera que està projectant el moviment de rotació original representat per φ (un moviment que resideix sobre el pla inclinat de l'òrbita) en dos moviments confinats, respectivament, sobre el pla equatorial (ψ) i sobre un pla vertical que rota entorn de l'eix de simetria del sistema (ϑ). Així doncs, el nombre quàntic radial no ha canviat, però el que abans era el nombre azimutal s'ha dividit en dos, i es compleix la condició

$$n = n_1 + n_2, \quad (3.3)$$

la demostració de la qual no reproduïm aquí perquè no la considerem rellevant.⁸⁹ D'alguna manera, aquesta regla d'addició dels nombres quàntics reflecteix la descomposició geomètrica de la variable φ en ψ i ϑ .

Més important és la connexió que estableix a continuació: relacionant els nombres quàntics amb els moments canònics associats, troba que $n_1 = n \cos \alpha$; és a dir: les dues quantitzacions (antiga i nova) estan relacionades per l'angle d'inclinació de l'òrbita respecte el pla equatorial. I per tant,

$$\cos \alpha = \frac{n_1}{n} = \frac{n_1}{n_1 + n_2}, \quad (3.4)$$

la inclinació de l'òrbita està en si mateixa quantitzada.

⁸⁸Veure 2.3.2.

⁸⁹Sommerfeld 1916a, pp. 31–32; Sauter 1968, p. 203; Sommerfeld 1919, pp. 413–414, 1921a, pp. 410–411.

A partir d'aquest resultat es posa a analitzar en detall les diferents opcions d'orientació que són possibles segons el valor que pren el nombre quàntic azimutal (n). La figura 3.2 en mostra els tres casos més simples. Aquesta discussió, però, s'escapa del que hem anomenat nucli invariable de l'exposició. A aquestes alçades disposem ja d'una quantització espacial, i falta veure'n i discutir-ne les conseqüències físiques. Les diferències entre l'article de l'*Annalen* i la primera edició de l'*Atombau* aquí es fan més evidents: mentre que a l'*Annalen* la discussió és breu i poc profunda, ventilada amb poc més d'una pàgina, a l'*Atombau* hi dedica unes quatre pàgines.

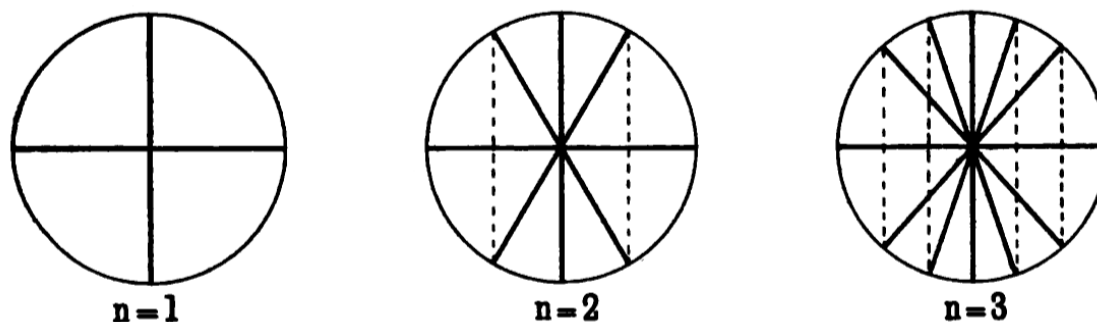


Figura 3.2: Representació gràfica dels angles que poden prendre les òrbites segons la quantització espacial. En diferents exposicions, Sommerfeld atribueix a aquesta mateixa figura diferents interpretacions. Extret de la 2a edició de l'*Atombau* (p. 411).

A l'*Annalen* enuncia directament el nombre d'orientacions possibles que es dedueix per cada nivell quàntic:⁹⁰[T46]

Tenim $n + 1$ valors de $\cos \alpha$ destacats segons la teoria quàntica, entre els quals sempre hi trobem els valors 0 i 1 (respectivament per $n_1 = 0$ i $n_2 = 0$). El nombre de valors possibles per α són per tant $2n$, ja que tots els valors apareixen doblement, excepte $\alpha = 0$ i $\alpha = \pi/2$ que apareixen una sola vegada.

Com hem vist, el 1916 Sommerfeld no associava a aquestes diferents orientacions un desplaçament en l'energia, error que va corregir pocs mesos després a l'article de *Physikalische Zeitschrift*. Més important és encara adonar-se de la interpretació de la figura 3.2 que es dedueix d'aquestes paraules: esquemàticament, Sommerfeld estima el nombre d'orientacions partint dels $n + 1$ valors que pot prendre n_1 (o n_2) un cop fixada la n (o, alternativament, el nombre de maneres com podem repartir un

⁹⁰Sommerfeld 1916a, p. 31; Sauter 1968, p. 202.

n fixat entre n_1 i n_2); degut a la doble valuació de la funció *cosinus*, d'aquestes $n + 1$ possibilitats, $n - 1$ són dobles, mentre que els valors extrems 0 i $\pi/2$ són univaluats. Sumant $2n - 2 + 2$ obtenim les $2n$ orientacions que Sommerfeld enuncia el 1916.

Aquesta interpretació queda especialment il·lustrada a l'article de *Physikalische Zeitschrift*, on malgrat exposar la quantització espacial amb molta brevetat, explicita els exemples $n = 1$ i $n = 2$.⁹¹[T47]

Per $n = 2$ hi ha quatre posicions, la perpendicular ($n_1 = 0, n_2 = 2$), la paral·lela ($n_1 = 2, n_2 = 0$) o les dues posicions inclinades 60° ($n_1 = 1, n_2 = 1, \cos \alpha = 1/2, \alpha = \pm\pi/3$).

A l'*Atombau*, en canvi, abans d'enunciar un mètode general per calcular el nombre d'orientacions possibles, Sommerfeld discuteix primer amb cert detall la casuística dels tres casos més simples, il·lustrats a la figura 3.2, i resumits finalment de la manera que reproduïm a la taula 3.1.⁹²

Cas	n_1	n_2	$\cos \alpha$	α
$n = 1$	1	0	1	0
	(0	1	0	$\pi/2$)
$n = 2$	2	0	1	0
	1	1	$1/2$	$\pi/3$
	(0	2	0	$\pi/2$)
$n = 3$	3	0	1	0
	2	1	$2/3$	...
	1	2	$1/3$	...
	(0	3	0	$\pi/2$)

Taula 3.1: Possibles orientacions de les òrbites segons les regles de la quantització espacial, en funció del valor del nombre quàntic azimutal.

Després dels tres exemples, Sommerfeld enuncia l'extrapolació al cas general:⁹³[T48]

Per una n arbitrària tindrem $n + 1$ posicions quantitzades definides, les quals es poden construir tot dividint el radi equatorial en n parts iguals i afegint sempre les posicions especials equatorial i meridiana ($\cos \alpha = 1$ i 0).

⁹¹Sommerfeld 1916c, p. 491; Sauter 1968, p. 309.

⁹²Sommerfeld 1919, p. 415, 1921a, p. 412.

⁹³Sommerfeld 1921a, p. 412.

I què hi ha del nombre d'orientacions? Sense parlar de la precessió de Larmor, Sommerfeld té la cura d'introduir a l'*Atombau* l'arbitrarietat de l'orientació de les òrbites entorn de l'eix de simetria establert pel camp extern. La consideració d'aquesta simetria elimina la bivaluació que Sommerfeld atribuïa a les inclinacions oblíquies el 1916, ja que ara les línies inclinades de la dreta són equivalents a les de l'esquerra; en paraules de Sommerfeld, “a la figura això s'indica dibuixant la imatge especular de cada posició”⁹⁴[T49]; Sommerfeld recicla així la figura 3.2, sense la més mínima modificació però reinterpretant-la parcialment.

La predicció de les $n+1$ orientacions possibles per a un orbital n s'utilitza amb fins espectrals a la mateixa pàgina: considerant equiprobabilitat dels estats estacionaris sense degeneració, Sommerfeld dedueix les probabilitats a priori dels diferents estats degenerats, i indica la relació d'aquestes amb les intensitats relatives de les línies espectrals.⁹⁵

Tal i com el mateix autor explica al pròleg de la primera edició, l'*Atombau* va ser concebut durant el 1916–17, si bé la redacció final i la publicació es van endarrerir fins el 1919.⁹⁶ Això permet entendre les —aparentment sorprenents— similituds entre els seus articles del 1916 i aquest llibre tres anys més tard; tanmateix, és lògic esperar que Sommerfeld introduís algunes petites modificacions necessàries per actualitzar la teoria o corregir-ne errors.

Tot seguit, Sommerfeld exposa la prohibició d'existència d'estats amb $n_1 = n_2 = 0$, en estreta connexió amb els estats associats a òrbites el·líptiques d'excentricitat 1, que per tant comporten una col·lisió de l'electró amb el nucli. En aquest punt sorgeix una altra novetat significativa, ja que Sommerfeld remarca explícitament les discrepàncies entre la seva teoria i l'equivalent de Bohr:⁹⁷[T50]

Per una consideració de Bohr que aquí no podem desenvolupar, fins a cert punt podria ser que el cas $n_1 = 0$, que hem posat entre parèntesi a l'esquema anterior, estigués dinàmicament prohibit. Això correspon al valor $\cos \alpha = 0$ i es mostra a la figura 3.2 com un pla orbital vertical. El nombre de possibilitats disminueixen segons Bohr en una unitat, tal i com hem fet palès en l'esquema anterior. [Taula 3.1]

A la taula 3.1 hem reproduït els parèntesis que esmenta Sommerfeld. Per acabar la comparació, l'alemany calcula les proporcions entre intensitats per als triplets

⁹⁴Sommerfeld 1919, p. 414.

⁹⁵Sommerfeld 1919, p. 415.

⁹⁶Sommerfeld 1919, p. v. Per una discussió del procés de concepció del llibre *Atombau und Spektrallinien*, veure Eckert 2013b.

⁹⁷Sommerfeld 1921a, p. 413.

espectrals, i compara la seva predicció amb la de Bohr: $4 : 3 : 2$ i $3 : 2 : 1$ respectivament. Sommerfeld proposa aquestes diferents proporcions d'intensitat de les línies espectrals com una predicció testable de les dues teories, segurament amb la idea que mesures experimentals prou precises de la intensitat relativa entre línies espectrals podria ajudar a decidir a favor de l'un o de l'altre.

A la segona edició de l'*Atombau* (1921), la majoria del contingut corresponent al que hem explicat fins ara es manté inalterat. Curiosament, trobem una petita correcció editorial en relació a aquest punt agafat de la teoria de Bohr: si bé en la primera edició Sommerfeld tan sols citava el danès, ara hi afegeix una nota al peu de pàgina que aclareix els arguments de Bohr per establir una connexió entre els estats amb $n_1 = 0$ i els estats $n_1 = n_2 = 0$, els quals ja hem vist que estaven prohibits per la col·lisió de l'electró amb el nucli. Connexió que, segons Sommerfeld, es posa de manifest “a través d'un raonament abstracte, però convincent, sobre camps arbitraris.”⁹⁸[T51] A nivell especulatiu podríem intuir en aquest afegitó una major inclinació de Sommerfeld vers les idees de Bohr, per petita que sigui. A aquestes alçades, però, considerem que aquest judici seria excessiu i, potser, esbiaixat per la posterior deriva de les idees de Sommerfeld.

Una altra diferència entre la primera i la segona edicions que ens sembla digna d'esmentar, és l'eliminació completa de gran part de la discussió que trobàvem després del plantejament de la quantització espacial; unes pàgines que per cert abans ja ens havien cridat l'atenció per ser una ampliació considerable del 1919 respecte el 1916.⁹⁹ Sense pretendre entrar-hi en detall, val la pena esmentar que aquests continguts arrencats de soca-rel tractaven la relació entre la quantització espacial i la polarització de les línies espectrals sota l'efecte Zeeman, així com les regles de selecció encarregades de regular les transicions possibles (per exemple, $\Delta n = \pm 1$ i $\Delta n_1 = \pm 1, 0$).¹⁰⁰ El mateix Sommerfeld, al pròleg de la segona edició, qualifica l'el·lisió d'aquests continguts com una de les diferències remarcables respecte l'edició anterior; en paraules seves: “una presentació errònia en la teoria de l'efecte Zeeman [...]”.¹⁰¹[T52]

En la tercera edició de l'*Atombau*, amb pròleg datat del gener del 1922,¹⁰² hi trobem algunes diferències més significatives. D'entrada val la pena esmentar que en aquesta edició tot el llibre es veu sotmès a una reestructuració general, tal i com remarca el mateix Sommerfeld en el pròleg. En particular, l'apartat sobre la

⁹⁸Sommerfeld 1921a, p. 413, nota al peu de pàgina 1.

⁹⁹Veure la pàgina 80 més amunt.

¹⁰⁰Sommerfeld 1919, pp. 418–422.

¹⁰¹Sommerfeld 1921a, p. ix.

¹⁰²Sommerfeld 1922b, p. viii

quantització espacial passa d'estar al capítol “Teoria ondulatoria i teoria quàntica” (*Wellentheorie und Quantentheorie*) a un capítol de nova creació: “L'espectre de l'hidrogen” (*Das Wasserstoffspektrum*).

Si del 1919 al 1921 Sommerfeld gairebé no havia fet canvis a la taula de continguts del llibre (només havia afegit algunes seccions al capítol final, un “Apèndixs i suplementes matemàtics” (*Mathematische Zusätze und Ergänzungen*)), entre el 1921 i 1922 la renovació del llibre va ser força més profunda, amb canvis estructurals que afectaven diversos capítols del llibre. El capítol 4, “La sèrie dels espectres òptics” (*Die optischen Serienspektren*) queda dividida en dos capítols: el capítol 4, “L'espectre de l'hidrogen” (*Das Wasserstoffspektrum*) i el capítol 6, “Les sèries espectrals en general” (*Die Serienspektren im allgemeinen*), de nova creació. Entremig, el capítol “Teoria ondulatoria i teoria quàntica” (*Wellentheorie und Quantentheorie*) queda aparentment inalterat, excepte per algunes variacions en les seccions que conté.

El capítol 5, “Teoria de l'estructura fina” (*Theorie der Feinstruktur*) es desplaça fins al 8è capítol, i els seus continguts són lleugerament ampliat. Sommerfeld afegeix també un altre capítol de nova creació, el capítol 7, “L'espectre de bandes” (*Die Bandenspektren*). Aquests capítols de nova creació (6 i 7), així com també les ampliacions d'alguns capítols, incorporen materials anteriorment presentats a l'apèndix final.

La introducció del concepte de quantització espacial —el nucli inalterable— pràcticament no pateix modificacions, així com l'exposició del seu desenvolupament matemàtic. Aparentment, d'entrada, la predicció de $n + 1$ posicions per cada orbital n es manté vigent en aquest punt de l'exposició. Però no ens precipitem, ja que el primer canvi rellevant el trobem precisament a l'hora d'exposar sistemàticament com es calculen el nombre de posicions segons la n , que enuncia uns paràgrafs més endavant.¹⁰³[T53]

Per un nombre quàntic azimutal arbitrari n hi ha exactament n posicions quantitzades del pla orbital caracteritzades per nombres enters. Aquestes corresponen a totes les descomposicions del nombre n en $n_1 + n_2$, incloent $n_2 = 0$ (la posició equatorial del pla orbital), i excloent $n_1 = 0$ (la posició meridiana).

I acaba el paràgraf afegint el mateix procediment que hem citat al paràgraf de la pàgina 81, afegint-hi una indicació per eliminar en tots els casos la línia vertical que representa la posició meridiana del pla orbital.

¹⁰³Sommerfeld 1922b, p. 303.

Ara sí: aquest enunciat significa una capitulació de Sommerfeld a la teoria de Bohr. Sorprenentment, aquesta capitulació arriba abans que les mesures experimentals d'Stern i Gerlach verifiquessin les prediccions de Bohr pel nombre de taques esperades. Sommerfeld, doncs, no es regia per aquesta troballa experimental a l'hora d'adaptar les seves prediccions sobre la quantització espacial. Els motius reals resten un misteri, però podem trobar un candidat plausible al capítol següent de l'*Atombau*, cap a on el mateix Sommerfeld dirigeix el lector durant la discussió de la prohibició de $n_1 = 0$.

Per fer-ne una anàlisi històrica, donarem un cop d'ull general a algunes novetats de la tercera edició de l'*Atombau*, en concret del capítol 6, titulat “Teoria ondulatoria i teoria quàntica” (*Wellentheorie und Quantentheorie*) —on originalment trobàvem la secció dedicada a la quantització espacial—, i ens fixarem especialment en dues novetats. En primer lloc, en la discussió de l'efecte Stark —secció §4— apareix per primera vegada la prohibició d'òrbites amb $n_3 = 0$ (no volem incloure aquí detalls sobre els desenvolupaments de l'efecte Stark; és suficient saber que n_3 és el nombre quàntic associat al moment angular entorn de l'eix de simetria definit pel camp extern, en analogia al n_1 que hem vist a l'efecte Zeeman). Per justificar aquesta restricció, Sommerfeld demostra que la trajectòria de l'electró en aquesta òrbita xocarà *tard o d'hora* amb el nucli; més endavant veurem que Bohr utilitza uns altres arguments per prohibir aquest mateix nombre quàntic. En la resta de l'apartat dedicat a l'efecte Stark, Sommerfeld adapta la discussió a aquesta nova circumstància, però novament deixem els detalls de banda.

En segon lloc, per primera vegada apareix al llibre de Sommerfeld la “hipòtesi adiabàtica”, amb una secció sencera dedicada (secció §7). És obvi que la principal motivació per incloure la hipòtesi adiabàtica a l'*Atombau* provenia, indirectament, dels èxits de la teoria de Bohr. Sigui com sigui, Sommerfeld exposa la hipòtesi adiabàtica de manera original, amb una formulació independent de la de Bohr, i citant-lo només allà on Bohr va fer les seves pròpies contribucions imprescindibles. Tot amb tot, Sommerfeld no dedica més de deu escasses pàgines a aquesta hipòtesi que Bohr havia erigit com a principi fonamental. Pel nostre cas, ens interessa especialment la part final d'aquesta secció, on es troben algunes aplicacions de la hipòtesi adiabàtica. Aquí Sommerfeld inclou una demostració, de pròpia mà, de la connexió entre els estats prohibits en l'efecte Stark i els estats igualment prohibits en el Zeeman:¹⁰⁴[T54]

Donem tot seguit una segona aplicació de la hipòtesi adiabàtica. En el cas d'un camp elèctric (efecte Stark), hem mostrat que cal rebutjar les òrbites amb nombre quàntic equatorial zero, ja que acaben acostant-se

¹⁰⁴Sommerfeld 1922b, pp. 381–382, 1923b, p. 310.

infinítament al nucli. [...] Seguint els raonaments de Bohr, d'això en podem concloure que en el cas d'un camp magnètic (efecte Zeeman) les òrbites amb nombre quàntic equatorial zero són inadmissibles, tot i que en aquest cas no tingui lloc una col·lisió amb el nucli.

Per il·lustrar-ho, Sommerfeld proposa una transformació adiabàtica particular —que atribueix originalment a Bohr:¹⁰⁵[T55]

Per demostrar-ho, imaginem que al camp elèctric inicial hi superposem un camp magnètic des de zero [incrementat] adiabàticament, amb les línies de força segons la mateixa direcció. L'única conseqüència és que les òrbites de l'efecte Stark es veuen sotemeses a una precessió que no altera la seva forma i el ritme de rotació. [...] Podem seguir incrementant el camp magnètic fins al valor desitjat, i tot seguit disminuir el camp elèctric adiabàticament fins a zero. D'aquesta manera transformem d'una manera totalment contínua les òrbites de l'efecte Stark en les òrbites precessionants de l'efecte Zeeman.

Que la prohibició d'estats es trasllada ho garanteix, precisament, la hipòtesi adiabàtica:¹⁰⁶[T56]

Les òrbites quantitzades romanen quantitzades, les permeses segueixent sent permeses i les prohibides es mantenen prohibides. Per tant, *un nombre quàntic equatorial [igual a] zero és inadmissible en l'efecte Zeeman perquè és inadmissible en l'efecte Stark.*

Que Sommerfeld havia capitulat envers Bohr perquè s'havia convençut de la necessitat de la hipòtesi adiabàtica, o almenys de la seva utilitat, resta com a pura especulació; amb els fragments citats, però, hem intentat justificar un dels motius que possiblement van forçar Sommerfeld a anticipar-se a la troballa experimental d'Stern i Gerlach que estava a punt d'arribar.

No cal anar gaire lluny per adonar-se que el grau de convenciment de Sommerfeld d'aquesta capitulació a la teoria de Bohr és dubtós. Al capítol següent, dedicat a la generalització de la teoria de les series espectrals a àtoms multieletrònics, trobem una secció sobre l'efecte Zeeman anòmal. Sommerfeld hi cita l'expectativa de $2n$ valors pel “nombre quàntic magnètic”, però en una nota al peu de pàgina hi afegeix:¹⁰⁷[T57]

¹⁰⁵Sommerfeld 1922b, p. 382, 1923b, p. 310.

¹⁰⁶Ibid.

¹⁰⁷Sommerfeld 1922b, p. 482, 1923b, p. 393.

D'acord amb Bohr hem demostrat a les pàgines [...] que per l'hidrogen el nivell zero està prohibit. Aquesta prohibició en general no es fa extensiva a d'altres models. De fet, haurem de permetre el nivell zero pels termes del triplet en presència de camps febles i sense excepció en presència de camps forts.

Sommerfeld no només posa en dubte la generalitat de la concessió que ha fet a Bohr, sinó que a més obre la porta a saltar-se-la en certs casos. Aquests casos cauen dins de la discussió de l'efecte Zeeman anòmal, que pel seu elevat grau de complexitat requereix mesures extraordinàries, entre les quals la inclusió d'aquest estat orbital “prohibit” no era ni de lluny la més extrema. Ens referim aquí a algunes de les hipòtesis atrevides que Sommerfeld i Heisenberg van incloure en els seus models de principis dels anys 1920, que tractarem breument al final del capítol (secció 3.5.2).

3.4.2 Bohr

La relació de Bohr amb l'efecte Zeeman, o fins i tot amb el magnetisme, va ser molt més distant que la de Sommerfeld. Per exemple, a la famosa trilogia del 1913 —en què es pot considerar que inaugura l'aplicació de la teoria quàntica a l'àtom— no fa cap tipus d'al·lusió a l'efecte Zeeman; si bé utilitza explícitament “camps de força externs” per escatir les propietats del seu model atòmic, en cap cas especifica la naturalesa d'aquestes forces. En un autor com Bohr, amb tendència a compartimentar conceptualment els seus articles fins a l'extenuació, això no significa forçosament que el problema li hagués passat per alt; molt probablement considerava la trilogia del 1913 com un article eminentment fonamental —en el sentit més literal de la paraula: construir els fonaments d'una nova teoria.

Sigui com sigui, poc després de la publicació de la primera part de la trilogia li començarien a arribar motivacions per atacar, amb la seva nova teoria, els casos de l'aplicació de camps elèctrics i magnetics externs als sistemes atòmics. D'una banda, la carta de Sommerfeld que hem citat al capítol anterior¹⁰⁸ mostrava l'interès de l'alemany en trobar una explicació de l'efecte Zeeman, interès que podria haver esperonat Bohr a aplicar el seu model atòmic al cas magnètic. A la tercera part del seu article seminal, publicada en el *Philosophical Magazine* de novembre del 1913, Bohr tancava la trilogia amb un paràgraf dedicat a la connexió entre la seva teoria i la teoria del magnetó de Weiss, i expressava la intenció d'atacar el magnetisme (entre d'altres) en el futur:¹⁰⁹[T58]

¹⁰⁸Carta de Sommerfeld a Bohr, 4 de setembre del 1913. Hoyer 1981, p. 123. Veure nota [T13] a 2.3, pàgina 29.

¹⁰⁹Bohr 1913d, p. 875.

Com que en l'electrodinàmica ordinària el moment magnètic d'un electró rotant en una òrbita circular és proporcional al moment angular, hem d'esperar una estreta relació amb la teoria de magnetons proposada per Weiss. El desenvolupament d'una teoria detallada de calor radiant i del magnetisme en base a la present teoria reclama, però, la introducció d'assumpcions addicionals sobre el comportament d'electrons lligats en un camp electromagnètic. L'autor espera retornar a aquestes qüestions més endavant.

Ja hem vist que poques setmanes separen aquest últim article de Bohr del descobriment de l'efecte Stark. Això, juntament amb la carta de Sommerfeld preguntant sobre l'aplicació de la seva teoria a l'efecte Zeeman, segurament va impulsar a Bohr a atacar el problema sense massa demora.

L'article de Bohr "Sobre l'efecte de camps elèctrics i magnètics sobre línies espectrals" (*On the Effect of Electric and Magnetic Fields on Spectral Lines*) va aparèixer publicat l'any següent al número de març del *Philosophical Magazine*.¹¹⁰ El desembre del 1913, Emil Warburg se li havia avançat, extraient de la teoria bohriana prediccions tant per l'aplicació de camps elèctrics com magnètics;¹¹¹ aquesta primerenca aplicació de la teoria bohriana —la primera en alemany¹¹²— era incapaç de predir la separació de l'espectre en línies discretes per l'efecte Stark, obtenint per contra un espectre continuu o difús. Bohr considera que això no és una mancança de la seva teoria, sinó de l'ús que en fa Warburg.¹¹³ Per donar més força al seu argument, en una nota al peu afegida durant les proves d'impremta Bohr remarca que els seus propis càlculs (de l'efecte Zeeman) són compatibles amb les prediccions discutides poques setmanes abans per Karl E. Herzfeld.¹¹⁴ En realitat l'ús que Warburg va fer de la teoria de Bohr no anava tan mal encaminat, i malgrat va ser incapaç de reproduir l'estructura discreta de les línies espectrals, sí que podia predir l'ordre de l'eixamplament d'aquestes.¹¹⁵

En la primera secció de l'article, el danès aprofita per tornar a exposar la seva teoria de manera sintetitzada. Sobre aquesta base, hipotetitza dues possibles influències que l'aplicació de camps elèctrics o magnètics externs pot tenir sobre el sistema, que etiqueta com a *causa 1* i *causa 2*:¹¹⁶

¹¹⁰Bohr 1914a.

¹¹¹Warburg 1913.

¹¹²Kragh 2010, p. 66.

¹¹³Bohr 1914a, p. 506.

¹¹⁴Bohr 1914a, p. 520. Bohr cita Herzfeld 1914.

¹¹⁵Kragh 2012, p. 128.

¹¹⁶Bohr 1914a, p. 513.

1. El camp pot influenciar els estats estacionaris del sistema emissor, i per tant l'energia que posseeix el sistema en aquests estats.
2. El camp pot influenciar el mecanisme de transició entre els estats estacionaris, i per tant, la fórmula del *segon postulat*.

Pel cas d'un camp elèctric, Bohr considera que la segona causa no té sentit; de manera que només queda la possibilitat que la presència d'un camp elèctric extern interaccioni amb els electrons orbitals tot alterant-ne la seva energia. Utilitzant el segon postulat¹¹⁷ és capaç de predir la separació de les línies espectrals en *doblets*; també dona alguns arguments per justificar estructures més complexes, però no hi aprofundeix. A principis del 1915 Bohr s'atribueix l'èxit en la predicció d'alguns desdoblaments de línies espectrals de l'àtom d'hidrogen en un camp elèctric,¹¹⁸ malgrat Stark havia interpretat els mateixos resultats com un fracàs de la teoria del danès.¹¹⁹ Més endavant aquests càlculs primerencs de Bohr quedaran definitivament descartats, en part per la seva incapacitat d'explicar la complexitat de les línies espectrals sota l'efecte Stark, i en part perquè les òrbites utilitzades per Bohr en aquest petit càlcul quedaran completament prohibides per una nova versió de la seva teoria.

La part que ens interessa especialment, però, és el tractament que fa Bohr de l'aplicació de camps magnètics. L'argument aquí és completament invers al cas Stark: Bohr comença descartant —pràcticament *ad hoc*— la possibilitat d'utilitzar el segon postulat en presència d'un camp magnètic extern; proposa substituir-lo per una generalització que s'escriuria

$$\Delta E = h(\nu \pm \tau), \quad (3.5)$$

on τ és la freqüència de Larmor calculada clàssicament, atribuïda al moviment de rotació que indueix el camp magnètic, que es sobreposa al moviment original dels electrons.¹²⁰ Bohr no explicita l'origen del doble signe, però es sobreentén que dependrà dels sentits relatius de l'òrbita original i la rotació sobreposada. La fórmula (3.5) és vàlida per vibracions perpendiculars a la direcció establerta pel camp extern, mentre que per vibracions paral·leles la fórmula original es manté vigent. D'aquesta manera, tot i que no és capaç de dotar la seva teoria de més poder explicatiu que la

¹¹⁷Volem remarcar que el 1914 Bohr no havia batejat encara aquesta relació com a *segon postulat*. Tal i com hem dit al capítol anterior, per brevetat i claredat utilitzarem aquesta terminologia per referir-nos a l'equació $\Delta E = h\nu$.

¹¹⁸Bohr 1915c, pp. 403–404.

¹¹⁹Stark 1914. Citat a Kragh 2010, p. 66, on també explica la persistent oposició d'Stark a la teoria de Bohr.

¹²⁰Bohr 1914a, p. 520

física clàssica, almenys Bohr recupera la justificació dels triplets de l'efecte Zeeman normal.

Si bé ell no utilitza aquesta terminologia, aquest raonament de Bohr és equivalent a considerar la validesa de la *causa 2*, inhabilitant la *causa 1*:¹²¹[T59]

[A]questa assumpció és equivalent a suposar que l'energia de l'àtom d'hidrogen en els seus estats estacionaris no és alterada per la presència del camp [magnètic],

suposició que justifica a partir de treballs anteriors de Langevin relacionats amb el magnetisme en gasos. Aquesta afirmació perseguiria més endavant Bohr, qui la veuria frontalment refutada dos anys més tard per Sommerfeld en el seu intent d'explicar l'efecte Zeeman quànticament. El mateix Bohr se'n retractaria *públicament* quatre anys més tard, en una nota al peu de pàgina de la segona part del *On the Quantum Theory of Line Spectra*.¹²²

La posició de Bohr en l'article —no publicat— de principis del 1916 no canvia significativament.¹²³ Si bé l'exposició de l'efecte Zeeman és una mica més complexa, estructurada d'acord amb els nous fonaments teòrics, a la pràctica el mecanisme pel qual Bohr explica els triplets és idèntic al del 1914: exposa l'efecte Zeeman com una excepció a la validesa de la fórmula del segon postulat, calcula la freqüència de precessió de Larmor, i indica que la rotació sobreposada modificarà la freqüència de manera anàlega a (3.5).¹²⁴ L'únic afegit que hi trobem, en suport a aquest model, és una breu exposició dels treballs de Bjerrum sobre l'efecte dels graus de llibertat de rotació moleculars en els espectres d'absorció.

A les obres completes de Bohr hi trobem un extracte de modificacions que Bohr tenia previst fer a l'anterior article, en resposta a les recents —i importants— publicacions de Sommerfeld.¹²⁵ Aquestes escasses set pàgines són molt valuoses per entendre com Bohr va percebre els treballs de Sommerfeld en primera instància: Bohr no considera en general vàlida la fórmula del segon postulat quan l'àtom està sotmès a camps externs, mentre que en justifica la validesa per a l'ús que en fa Sommerfeld en la deducció de l'estructura fina.¹²⁶

La reestructuració/actualització de la seva teoria als nous avenços de Sommerfeld li va costar a Bohr més d'un any i mig. En relació als efectes Stark i Zeeman, no

¹²¹Bohr 1914a, p. 520.

¹²²Bohr 1918a, p. 81; Nielsen 1976, p. 147.

¹²³Bohr 1916.

¹²⁴Bohr 1916, pp. 269–270; Hoyer 1981, pp. 445–446.

¹²⁵Hoyer 1981, pp. 463–470. Sobre aquest article retirat de Bohr, veure 2.3.

¹²⁶Hoyer 1981, p. 469.

és fins el 27 de desembre del 1917 que descriu a Rutherford els èxits de la nova formulació de la teoria:¹²⁷[T60]

D'aquesta manera [fent referència a una versió preliminar del principi de correspondència] ha estat possible per exemple obtenir una interpretació immediata de l'aparentment capritxosa llei que governa les intensitats i polaritzacions del gran nombre de components en les quals cada línia de l'hidrogen es descomposa en presència d'un camp elèctric, i de les quals fins ara no s'havia ofert cap explicació.

En realitat Bohr no arribaria mai a donar personalment un informe detallat d'aquestes polaritzacions i intensitats, ni a la teoria del 1918 (que estem a punt d'analitzar) ni a la segona teoria del 1922 (veure pàgina 100). Hendrik Anthony Kramers —antic estudiant de Paul Ehrenfest a Leiden i assistent de Bohr a Copenhagen des de l'estiu del 1916— seria l'encarregat de portar a terme aquesta tasca en la seva tesi.¹²⁸

Tornant a la carta a Rutherford, Bohr prossegueix:¹²⁹[T61]

La teoria també permet explicar en detall l'efecte Zeeman de les línies de l'hidrogen, que fins ara havia donat tantes dificultats per la teoria quàntica, i aporta una bona quantitat d'informació sobre l'estructura general de l'espectre d'altres elements i sobre la manera com les línies d'aquests espectres són influenciades per camps elèctrics o magnètics externs.

Efectivament, a *On the Quantum Theory of Line Spectra*, del 1918, la posició de Bohr respecte l'efecte Zeeman canvia dràsticament. De fet, la teoria que presenta en aquest article té un cos molt més elaborat, i evoluciona significativament respecte els articles del 1913-1915 en molts aspectes. Com hem anticipat, aquí Bohr renegarà del seu model del 1914 per a l'efecte Zeeman i n'adoptarà un de nou, més elaborat i en concordància amb la nova formulació dels postulats fonamentals —i per què negar-ho, en concordància també amb la ja madura teoria de Sommerfeld que havia cultivat nombrosos èxits.

Recordem que aquesta publicació estava dividida en quatre parts, només dues de les quals van ser publicades durant el 1918: la primera part, que pretén enunciar els principis fonamentals de la teoria de manera general, i la segona part, que

¹²⁷Carta de Bohr a Rutherford, 27 de desembre del 1917. Hoyer 1981, p. 345.

¹²⁸Kramers 1919.

¹²⁹Carta de Bohr a Rutherford, 27 de desembre del 1917. Hoyer 1981, p. 345.

aplica aquests principis generals al cas de l'espectre de l'hidrogen, amb discussió de problemes més concrets i buscant certa connexió amb la branca experimental.¹³⁰

Per primera vegada a les obres del danès, la *quantització espacial* fa acte de presència, si bé no explícitament amb aquest nom. Apareix en la tercera secció de la primera part, dedicada als *sistemes condicionalment periòdics*, en el si de la discussió sobre el rol del principi adiabàtic a l'hora de determinar les probabilitats a priori de cada estat en un sistema degenerat. Per il·lustrar el canvi de les probabilitats a priori, Bohr introdueix l'exemple d'un àtom immers en un camp magnètic extern:¹³¹ si fins aquí Bohr utilitzava normalment els nombres quàntics n_1 i n_2 , en aquest cas apareix un tercer nombre n' que imposa la quantització del moment angular entorn de l'eix de simetria establert pel camp extern, de manera que aquest moment angular ha de ser

$$n' \frac{h}{2\pi}, \quad (3.6)$$

on n' és un nombre enter positiu igual o menor a n_2 , i “el qual ha de ser suposat diferent de zero”.¹³²[T62] Bohr refereix el lector a la segona part de la mateixa publicació, on estendrà la discussió dels efectes d'un camp magnètic. Nogensmenys, aclareix:¹³³[T63]

L'assumpció, acabada de mencionar, que el moment angular al voltant de l'eix del camp no pot ser igual a zero es dedueix de consideracions en un sistema per al qual el moviment seria físicament impossible degut a una singularitat característica.

En particular, Bohr està pensant en la catàstrofe ja esmentada que significaria tenir una òrbita electrònica que *xoqués* amb el nucli atòmic.

Resseguim, doncs, el fil argumental de l'article, parant especial atenció a l'efecte Zeeman i la prohibició d'aquests orbitals. A la introducció d'aquesta segona part Bohr remarca les diferències entre la seva formulació, que exposarà tot seguit, i la d'altres autors que han seguit tractaments anàlegs amb anterioritat (Epstein i Schwarzschild per l'efecte Stark, i Sommerfeld i Debye per l'efecte Zeeman), en part per il·lustrar els principis que ha introduït a la primera part de l'article, i en part perquè jutja més potent la seva pròpia metodologia per davant del mètode de separació de variables.¹³⁴ És en les seccions 4 i 5 on Bohr ataca els efectes d'un

¹³⁰Bohr 1918a,b. Vegeu 2.4.

¹³¹Bohr 1918a, pp. 25–27; Nielsen 1976, pp. 91–93.

¹³²Bohr 1918a, p. 27; Nielsen 1976, p. 93.

¹³³Bohr 1918a, p. 27.

¹³⁴Bohr 1918a, pp. 40–41; Nielsen 1976, pp. 106–107.

camp elèctric i magnètic, respectivament, sobre l'àtom d'hidrogen. En tots dos casos segueix un mateix patró d'exposició: comença exposant breument els mètodes anteriors (Epstein-Schwarzschild i Sommerfeld-Debye), però passa tot seguit al seu propi mètode de pertorbacions, que jutja més senzill i general. Els detalls d'aquesta integració per l'efecte Stark no ens interessen, de manera que només ens centrarem en els del Zeeman; l'exposició de Bohr en tots dos casos és tan semblant que ens permetrà saltar d'un cas a l'altre sense massa esforç.

En primer lloc obté —en analogia amb treballs anteriors de Larmor i Lorentz— la rotació de Larmor, que introdueix una freqüència

$$\mathbf{v}_H = \frac{e}{4\pi mc} H \quad (3.7)$$

on H és la intensitat del camp magnètic extern, c la velocitat de la llum, i e i m la càrrega i massa de l'electró, respectivament. Novament, una transformació adiabàtica ens garanteix la connexió entre els estats en absència de camp magnètic i els estats magnetitzats, l'energia dels quals complirà la condició

$$E = E_n + n\mathbf{v}_H h \quad (3.8)$$

on E_n és l'energia del l'àtom en absència del camp magnètic. Així, el que el 1914 (i el 1916) requeia sobre el segon postulat de Bohr, ara recau sobre una modificació de l'energia dels estats estacionaris deguda al camp magnètic.

L'origen d'aquesta energia associada al camp magnètic el trobem, de fet, en l'increment lent —adiabàtic— del camp magnètic extern, que transfereix energia al sistema atòmic mitjançant l'aparició de camps elèctrics d'inducció que dotaran la rotació de l'electró d'una energia cinètica addicional. L'estat estacionari final de l'àtom, però, no queda unívocament fixat. Val la pena remarcar que en l'article publicat, Bohr atribueix aquesta indeterminació al caràcter degenerat de l'estat estacionari en absència de camp magnètic; en unes proves d'impremta anteriors, però, anava més enllà:¹³⁵[T64]

Com que, en absència de camp magnètic, l'orientació de l'òrbita en l'espai és arbitrària, en completa analogia amb les consideracions prèvies hem de concloure que durant l'establiment d'aquest camp [magnètic] en general l'òrbita s'ajustarà fins que el moment angular tingui un d'aquests valors, d'una manera que no es pot descriure en termes de mecànica ordinària, incloent l'acció de les forces elèctriques que acompanyen el canvi de la força magnètica.

¹³⁵Nielsen 1976, p. 55.

En la versió publicada, per contra, Bohr defuig aquesta imatge tan visual de les òrbites, i evita una discussió en termes de la descriptibilitat mecànica. En comptes d'això,¹³⁶[T65]

[...] per tal de fixar aquests estats hem de considerar amb més detall la relació entre l'energia addicional del sistema deguda a la presència del camp magnètic i el caràcter de les pertorbacions seculars produïdes per aquest camp a l'òrbita de l'electró.

Seguint el teorema de Larmor, i en clara analogia amb el seu propi model del 1914, Bohr proposa imaginar que una rotació addicional es superposa a les òrbites no pertorbades de l'àtom en absència de camps externs, i així trobar els valors que pot prendre el nou nombre quàntic n associat a la rotació de Larmor. En concret les òrbites circulars originalment contingudes en un pla perpendicular al camp seran les úniques que no es veuran alterades per les pertorbacions seculars. Ja que aquests estats tenen un moment angular $\frac{n\hbar}{2\pi}$, i en analogia amb la fórmula (3.8), conclou que corresponen als estats

$$n = \pm n. \quad (3.9)$$

I en conseqüència, el moment angular total de l'electró entorn de l'eix establert pel camp extern serà sempre un múltiple enter de $\frac{\hbar}{2\pi}$, tal i com ja havia anticipat a la primera part però havia deixat per demostrar (veure equació (3.6)).¹³⁷[148–149]BCW3

És important remarcar que Bohr no fa ús de cap sistema de coordenades específic per arribar a aquests resultats.¹³⁸ Tot seguit, però, es retroba amb els resultats de Debye i Sommerfeld per aconseguir visualitzar espai-temporalment aquests nous estats de quantització. Per a fer-ho, defineix, ara sí, un sistema de coordenades q_1, q_2, q_3 , on q_1 correspon a la coordenada radial, q_2 és l'angle entre l'electró i l'eix del camp magnètic extern (ϑ per Sommerfeld), i q_3 és l'angle longitudinal (ψ per Sommerfeld).¹³⁹ Assignant a aquestes tres variables els respectius nombres quàntics n_1, n_2, n_3 , expressa l'equivalència entre les dues teories mitjançant les condicions:

$$n = n_1 + n_2 + n_3 \quad (3.10)$$

¹³⁶Bohr 1918b, p. 82; Nielsen 1976, p. 148.

¹³⁷Bohr 1918b, pp. 82–83.

¹³⁸Novament es diferencia de les proves d'impremta que hem citat anteriorment, Nielsen 1976, pp. 53–64, on malgrat el discurs segueix unes línies generals molt semblants a l'article publicat, per tal de trobar els nivells energètics associats a la rotació de Larmor fa servir coordenades polars com Sommerfeld i Debye (veure pp. 54–55 de les proves).

¹³⁹Bohr 1918b, p. 83; Nielsen 1976, p. 149.

i

$$|\mathbf{n}| = n_3. \quad (3.11)$$

En els paràgrafs posteriors, Bohr recalca les diferències entre el seu mètode i el de Debye-Sommerfeld: en primer lloc ells imposen implícitament una quantització del moment angular total de l'electró (veure equació 3.3), restricció que no es deriva de la deducció del danès; en segon lloc, i més rellevant segons Bohr, el mètode de Bohr permet donar una explicació intuïtiva de la limitació superior (i inferior) del nombre quàntic $\mathbf{n}$ (equatorial), limitació experimentalment verificada per l'existència de triplets però no multiplets d'ordre superior associats a l'efecte Zeeman —sempre i quant s'obviï l'estructura fina—, així com les polaritzacions experimentalment observades.¹⁴⁰ En resum, Bohr jutja la seva pròpia metodologia com a més intuïtiva i més adequada com a model físic.

La primera diferència entre el mètode de Bohr i el de Debye-Sommerfeld té conseqüències a l'hora de fixar els nombres quàntics: el nombre de condicions quàntiques que cal imposar depèn del mètode emprat. Si bé Sommerfeld quantitzava els tres graus de llibertat i obtenia l'existència de tres nombres quàntics independents —restringits com a molt per la imposició de certes *regles de selecció*—, els quals s'havien de fixar amb *tres condicions quàntiques*, en la dinàmica plantejada per Bohr només dos nombres quàntics són rellevants: n i $\mathbf{n}$.¹⁴¹ Aquest argument reposa fortament sobre la quantització espacial. La segona diferència que cita Bohr entre el seu mètode i el dels altres està relacionat, precisament, amb aquestes *regles de selecció*, que en el cas de Sommerfeld considera excessives.

Un altre argument de Bohr que es recolza completament en la imatge visual construïda sobre la quantització espacial és la justificació teòrica dels triplets i les seves polaritzacions.¹⁴²[T66]

[...] en presència d'un camp magnètic, només dos tipus de transició entre estats estacionaris són possibles. Per tots dos tipus de transició l'enter n pot variar qualsevol nombre d'unitats, però en transicions del primer tipus l'enter $\mathbf{n}$ es mantindrà constant i la radiació emesa estarà polaritzada paral·lelament a la direcció del camp, mentre que en transicions del segon tipus $\mathbf{n}$ disminuirà o incrementarà en una unitat i la radiació

¹⁴⁰Bohr 1918b, p. 84; Nielsen 1976, p. 150. Recordem que els multiplets no van ser descoberts fins el 1922, per Catalán. Si bé el descobriment de Catalán va sacsejar el panorama teòric, els models existents en aquell moment ja presentaven una alta complexitat. Per exemple: Landé 1921a,b, 1922; Heisenberg 1922; Pauli 1924; etc. Veure, entre d'altres, Cassidy 1979, Serwer 1977, Forman 1968, Forman 1970 i Sánchez Ron 2001.

¹⁴¹Bohr 1918b, p. 83; Nielsen 1976, p. 149.

¹⁴²Bohr 1918b, p. 85; Nielsen 1976, p. 151.

emesa estarà circularment polaritzada en un pla perpendicular al camp
[...]

Aquesta modelització de les diferents transicions és compatible amb la conservació del moment angular, tal i com s'estipula a la primera part del mateix article. La imposició que el nombre quàntic n variï només en una unitat es dedueix de la conservació del moment angular.¹⁴³

Si bé tàcitament Bohr ja havia prohibit l'existència d'estats amb $n' = 0$ dues vegades (a la primera part de l'article, deixant la justificació per la segona part; i a la segona part, durant la discussió preliminar dels possibles valors que podia atènyer n), no és fins les últimes pàgines de la segona part de l'article que tracta aquesta exclusió pel cas magnètic. Després de discutir extensament el comportament d'un àtom d'hidrogen en el si de camps elèctric i magnètic paral·lels simultanis, mitjançant la teoria de pertorbacions, es planteja la fixació dels estats estacionaris en un camp magnètic: partint d'un àtom d'hidrogen en un camp elèctric, en el qual aquests estats estan prohibits,¹⁴⁴ realitza una transformació adiabàtica disminuint l'intensitat del camp elèctric alhora que n'introdueix un de magnètic paral·lel a l'elèctric; sense passar per un estat degenerat, és capaç de connectar els estats estacionaris característics de l'efecte Stark amb aquells de l'efecte Zeeman.¹⁴⁵ El principi adiabàtic és, doncs, el garant d'aquesta prohibició.

Curiosament, els detalls d'aquesta transformació no són els mateixos que havíem vist en Sommerfeld, si bé s'hi assemblen molt. En les proves d'impremta que ja hem vist anteriorment, Bohr parteix d'una òrbita immersa en un camp magnètic, amb $n_3 = 0$, i decrementa lentament aquest camp mentre n'aplica un d'elèctric, paral·lel al magnètic, amb velocitat d'establiment també adiabàtica.¹⁴⁶ En la versió

¹⁴³Bohr 1918b, p. 85; Nielsen 1976, p. 151. Bohr no elabora tot l'argument aquí, sinó que refereix el lector a la primera part del seu article, en concret Bohr 1918a, p. 34. Allà havia imposat la conservació del moment angular i, per un argument de *correspondència* amb la teoria ordinària de la radiació (electrodinàmica clàssica) havia deduït que el moment angular transportat per la radiació emesa havia de ser $\frac{h}{2\pi}$. Hem ressaltat el terme *correspondència* perquè Bohr no utilitza explícitament aquest terme, malgrat el raonament encaixa perfectament amb el principi de correspondència, que pocs anys més tard serà omnipresent a la teoria de Bohr.

¹⁴⁴Bohr els prohibeix unes pàgines abans, durant la discussió de l'efecte Stark que no hem comentat amb detall. Només val la pena esmentar que el discurs difereix significativament de l'exposició de Sommerfeld, però al cap i a la fi acaba exclouent les mateixes òrbites que l'alemany: aquelles que descriuen un moviment amb moment angular entorn de l'eix de simetria nul ($n_3 = 0$), ja que descriuen trajectòries que passen arbitràriament a prop del nucli. Bohr 1918b, p. 75; Nielsen 1976, p. 141.

¹⁴⁵Bohr 1918b, pp. 92–93; Nielsen 1976, pp. 158–159.

¹⁴⁶Nielsen 1976, pp. 58–59.

publicada de l'article l'ordre és l'invers: Bohr parteix d'un estat prohibit de l'efecte Stark, amb $n_3 = 0$,¹⁴⁷ i redueix adiabàticament el camp elèctric alhora que aplica un camp magnètic lentament.¹⁴⁸ Recordem que Sommerfeld havia plantejat el problema encara d'una tercera manera: partint d'un àtom immers en un camp elèctric en un estat amb moment angular nul al voltant de l'eix de simetria, establia lentament un camp magnètic paral·lel adiabàticament creixent; un cop assolit el valor desitjat pel camp magnètic, es deixava fixat i es procedia a reduir, també adiabàticament, el camp elèctric fins a zero, connectant d'aquesta manera estats prohibits per l'efecte Stark i estats prohibits per Zeeman.¹⁴⁹

Un dels resultats més valuosos de la quantització espacial, però, el trobem en la determinació de les probabilitats *a priori* dels estats estacionaris, a través d'una aplicació del principi adiabàtic: Bohr ja havia establert a la primera part de l'article que les probabilitats *a priori* constitueixen un invariant adiabàtic i, mitjançant transformacions lentes, permeten determinar les probabilitats d'estats degenerats a partir dels estats més elementals que els conformen. En concret, les diferents intensitats de les línies espectrals es poden relacionar amb la descomposició que pateix cada línia quan s'aplica un camp magnètic o elèctric, ja que aquests camps trenquen la degeneració. El nombre d'estats possibles queden determinats per la quantització espacial, acceptant la prohibició de moment angular nul que acabem de veure, i multiplicant el nombre d'estats per un factor dos que ret compte les dues orientacions que pot tenir l'electró en cada cas respecte l'eix de simetria. Tant pel cas elèctric com pel magnètic estableix, doncs, que per un orbital n hi haurà $n(n+1)$ estats estacionaris possibles.¹⁵⁰ Aquests càlculs discreparen de les prediccions de Sommerfeld, tal i com hem vist que aquell incloïa a l'*Atombau*; Bohr també esmenta aquí una discrepància respecte el càlcul de J. M. Burgers —que en la seva tesi (1918) atribueix una degeneració $(n+1)^2$ a un orbital n —, el qual descarta per no ser autoconsistent: afegint-hi l'exclusió del moment angular nul, resulten degeneracions diferents pel cas elèctric i magnètic.¹⁵¹ És important fer notar una subtileza que fàcilment pot passar desapercebuda en llegir els articles originals de Bohr: en tots aquests càlculs necessita recaure sobre la casuística de Sommerfeld per atènyer els resultats correctes; recor-

¹⁴⁷En les coordenades que utilitza Bohr en aquesta segona part de l'article del 1918, el nombre quàntic n_3 per l'efecte Stark es pot identificar amb l' n_3 de l'efecte Zeeman; aquesta identificació no es compleix en general, i sovint trobem altres formulacions en què els nombres quàntics dels efectes Stark i Zeeman són completament independents, com la de Sommerfeld (*Atombau*) o altres formulacions del mateix Bohr (segona teoria; veure pàgina ??).

¹⁴⁸Bohr 1918b, pp. 92–93; Nielsen 1976, pp. 158–159.

¹⁴⁹Veure la secció 3.4.1 a la pàgina 82.

¹⁵⁰Bohr 1918b, p. 76; Nielsen 1976, p. 142.

¹⁵¹Bohr 1918b, p. 93; Nielsen 1976, p. 159.

dem que els resultats obtinguts per Bohr involucren els nombres quàntics n i $\mathbf{n}$, i és només quan relaciona aquests amb els sommerfelians n_1 , n_2 i n_3 que es recupera la noció de quantització espacial i es poden calcular les probabilitats *a priori* acabades d'esmentar.

En la mateixa línia que al principi d'aquesta secció hem afirmat que Bohr mantenia una relació molt més distant amb l'efecte Zeeman (almenys al principi), podríem fer una afirmació similar per la seva relació amb la quantització espacial. Possiblement aquesta sensació, que no aspirem a qualificar d'objectiva però que clarament emergeix d'una lectura atenta dels seus escrits, té a veure amb el caràcter marcadament abstracte dels raonaments de Bohr. El següent fragment, del 1921, il·lustra molt bé aquesta idea:¹⁵²[T67]

Podem trobar un il·lustratiu exemple que satisfà aquesta condició en el cas d'un sistema consistent en un únic electró movent-se en un camp amb simetria axial. En aquest cas, si es poden fixar els estats estacionaris, el moviment sempre pot considerar-se una superposició d'un cert nombre d'oscil·lacions lineals paral·leles a l'eix i un cert nombre d'oscil·lacions circulars al voltant de l'eix, i a partir del principi de correspondència es pot concloure que les transicions corresponents al primer tipus d'oscil·lacions donaran lloc a radiació linealment polaritzada, i les transicions corresponents al segon tipus d'oscil·lacions [donaran lloc] a radiació circularment polaritzada; una conclusió que, com és ben sabut, encaixa perfectament amb les observacions dels efectes Zeeman i Stark de les línies de l'hidrogen.

I acaba per citar, precisament, algunes de les pàgines del seu article del 1918 que hem comentat en profunditat en els anteriors paràgrafs. Aquí Bohr està plasmant l'essència mateixa de la quantització espacial i aplicant-la a la predicció de la polarització de les línies espectrals, però ho fa sense utilitzar el terme “quantització espacial” i evitant un model concret que evoqui la realitat de les òrbites electròniques: queda tot reduït a components oscil·latòries ben definides en direccions diferents.

De fet, si bé Bohr no s'oposa a la quantització espacial, l'utilitza sempre amb precaució. Acabem de veure com l'absència d'un model visualitzable i concret resta força a l'ús que fa de la quantització espacial en un passatge concret. En un ampli ventall de les seves obres entorn del 1920 trobem una tendència similar: Bohr no esmenta gairebé mai la quantització espacial de manera explícita, i quan ho fa, és de manera gairebé testimonial. Vegem-ne alguns exemples. Un primer exemple previ al

¹⁵²Bohr 1921a, p. 3; Nielsen 1976, p. 343 (p. 352 de la traducció anglesa).

descobriment d'Stern i Gerlach (recordem-ho: a principis del 1922) el trobem en una conferència que va pronunciar a Leiden l'abril del 1919, convidat per Ehrenfest: en aquesta conferència, titulada “Problemes de l'àtom i la molècula” (*Problems of the Atom and the Molecule*),¹⁵³ no hi trobem ni rastre de la quantització espacial. Però la manca de protagonisme de la quantització espacial sorprèn més encara en conferències i publicacions posteriors al descobriment d'Stern-Gerlach, ja que com veurem al següent capítol els resultats de l'experiment verificaven les prediccions de Bohr —i falsaven les de Sommerfeld— pel que fa al nombre d'orientacions.¹⁵⁴ A les *Wolfskehl Lectures*, per exemple, utilitza la quantització espacial amb diverses finalitats —sempre relacionades amb l'efecte Zeeman o Stark—¹⁵⁵ però sempre evitant anomenar-la explícitament; pel que fa als resultats d'Stern-Gerlach, els esmenta de passada amb una referència d'una frase.¹⁵⁶

També hem buscat sense èxit una menció de la quantització espacial i l'Stern-Gerlach són les *Silliman Lectures*, unes conferències que —malgrat tenir un caràcter eminentment introductori i no aprofundir massa en detalls complicats de la teoria— es consideren importants per ser una de les primeres exposicions de la teoria de Bohr als Estats Units; a les notes esquemàtiques d'aquestes conferències els efectes Stark i Zeeman s'expliquen molt superficialment, i s'elideix per complet qualsevol menció a la quantització espacial o els resultats d'Stern i Gerlach.¹⁵⁷

Finalment —i en cap cas pretenem que aquesta llista sigui exhaustiva—, una de les ocasions on amb més naturalitat esperaríem l'esment d'aquests conceptes és en la *Setena Conferència Guthrie*, dedicada monogràficament a “l'efecte de camps elèctrics i magnètics sobre les línies espectrals” (*The effect of electric and magnetic fields on spectral lines*). La conferència va tenir lloc el març del 1922, només un mes després del descobriment d'Stern i Gerlach; podem consultar-ne el contingut a partir de les actes, publicades per la *Physical Society of London* l'any següent.¹⁵⁸ L'exposició que aquí fa Bohr es troba a cavall entre la teoria del 1918 i l'anomenada segona teoria, que esbossarem unes línies més avall. D'entrada, la teoria dels efectes Zeeman i Stark per l'àtom d'hidrogen és pràcticament idèntica a la que ja hem vist del 1918, només amb variacions de la forma però amb el mateix fons. Amb molta menys vèrbola explica els mateixos resultats que ja coneixem: el nou nombre quàntic associat al camp extern, els valors que aquest nombre quàntic pot prendre, les limitacions en

¹⁵³Nielsen 1976, pp. 201–216.

¹⁵⁴Veure 4.5.1.

¹⁵⁵Nielsen 1977, pp. 365–370, 377–378, 381, 398, 410.

¹⁵⁶Nielsen 1977, p. 367.

¹⁵⁷Nielsen 1976, pp. 581–601.

¹⁵⁸Bohr 1923d.

les seves variacions, i la relació entre les diferents transicions i les polaritzacions observades.¹⁵⁹

Aquí Bohr escriu de manera explícita els valors que pot prendre el nombre associat al moment angular entorn de l'eix definit pel camp magnètic, que aquí anomena n_H .¹⁶⁰

$$n_H = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n. \quad (3.12)$$

L'exclusió de $n_H = 0$ no la justifica, simplement l'enuncia. Bohr s'estalvia també la connexió amb els tres nombres quàntics de Sommerfeld, ja que evita parlar de les probabilitats *a priori* de cada estat. En aquest sentit, i potser degut a la manca de connexió amb la formulació de Sommerfeld, la quantització espacial queda molt diluïda en tot l'article; de fet, l'única referència que el danès fa a l'orientació espacial és en una comparació entre les prediccions clàssiques i les quàntiques: pel cas clàssic l'orientació de l'àtom en el camp no es veu sotmesa a cap limitació, mentre que pel cas quàntic aquestes limitacions són una característica essencial de la teoria.¹⁶¹[434]BCW3^[T68] A la mateixa pàgina trobem una altra menció de les “alteracions en la orientació de l'òrbita en l'espai” que causa l'aplicació d'un camp elèctric.¹⁶²[T69]

Acabem, doncs, aquest resum de la quantització espacial segons Bohr amb la seva segona teoria, el desenvolupament de la qual va culminar durant el 1922.¹⁶³ A aquestes alçades trobem ja un Bohr absolutament consagrat però alhora una teoria que ha patit dràstics canvis estructurals i que, de fet, està a punt de ser tocada i enfonsada per les múltiples contradiccions que se'n deriven (ja siguin de consistència teòrica o de desacord amb els experiments).¹⁶⁴ Novament, la publicació amb què Bohr pretenia presentar aquesta renovada teoria no va arribar completa a la impremta: només la primera part, dedicada a establir *els postulats fonamentals*, va ser publicada;¹⁶⁵ la segona part va ser redactada però no publicada, i la podem trobar a les obres completes de Bohr;¹⁶⁶ les dues últimes parts no van arribar a ser concebudes, víctimes del ràpid esfondrament d'aquesta segona teoria de Bohr i, de fet, de la Teoria Quàntica Antiga en la seva totalitat.

La primera part, si bé destacable pel nou enfocament que mostra dels postulats fonamentals, no ens interessa significativament per la discussió de la quantització

¹⁵⁹Bohr 1923d, pp. 287–296; Nielsen 1976, pp. 431–440.

¹⁶⁰Bohr 1923d, p. 289; Nielsen 1976, p. 433.

¹⁶¹Bohr 1923d, p. 290.

¹⁶²Ibid.

¹⁶³Veure 2.4.

¹⁶⁴Veure ??.

¹⁶⁵Bohr 1923a, escrita durant el 1922 i publicada el gener del 1923.

¹⁶⁶Bohr 1923e; Nielsen 1976, pp. 501–558.

espacial. Només ens crida l'atenció una nota al peu de pàgina que el danès dedica als resultats de l'Stern-Gerlach; aquesta nota, però, està més estretament connectada a l'article d'Einstein i Ehrenfest de caire teòric que comentarem al capítol 5 que no pas als resultats experimentals d'Stern i Gerlach, de manera que en deixem l'anàlisi detallada per més endavant. Aquest escàs protagonisme de l'Stern-Gerlach va en la mateixa línia que en la resta de publicacions de Bohr.

A la segona part, dedicada a l'aplicació de la teoria a les sèries espectrals —és a dir, a construir una teoria que a partir dels principis fonamentals exposats pugui deduir els espectres de cada element—, la casuística derivada de l'aplicació de camps externs ostenta un protagonisme considerable. La presentació que aquí ofereix Bohr és, si és possible, encara més formal i abstracta que en anteriors ocasions: pels àtoms unieletrònics, per exemple, discuteix els efectes Stark i Zeeman alhora, quedant-se només amb l'aparell matemàtic i pràcticament sense discutir la comparació de la teoria amb l'experiment, així com les limitacions que es deriven d'imposar restriccions físiques.¹⁶⁷ Bohr es reserva aquestes discussions per més, segurament per donar més pes als nous resultats que la teoria pot oferir quan s'aplica als àtoms multieletrònics —recordem que la teoria del 1918 ja permetia explicar amb precisió la majoria de resultats dels àtoms hidrogenoïdes, i la novetat del 1923 és l'èxit (parcial) en l'explicació dels multieletrònics.

Aquest nivell superior d'abstracció s'entén millor quan arribem als àtoms multieletrònics, on Bohr reconcilia parcialment teoria i experiment —tot i que en menys mesura que en ocasions anteriors. Introdueix una nova notació per als invariants adiabàtics i els nombres quàntics: n segueix sent el nombre quàntic principal, però els nombres quàntics secundaris s'anomenen: k , associat a l'excentricitat de les el·lipses;¹⁶⁸ j , associat a la component del moment angular en la direcció fixada per un camp extern;¹⁶⁹ i finalment i , associat a la interacció entre l'electró orbitant i les closques electròniques internes¹⁷⁰ —el *nombre quàntic intern* que Sommerfeld havia introduït el 1920 per explicar l'efecte Zeeman anòmal (veure 3.5.2).

La discussió de la física associada a aquesta vasta col·lecció de nombres quàntics s'escapa als objectius d'aquesta tesi; en particular, el nombre quàntic intern pretén explicar els efectes Zeeman anòmal i Paschen-Back, però pagant el preu de sobre-carregar la teoria d'una creixent complexitat. Una de les novetats dignes de ser esmentades és la possibilitat de transicions per les quals el nombre j variï en fins a 2 unitats; permissió que es restringeix a alguns casos particulars restringits per d'altres

¹⁶⁷Nielsen 1976, pp. 534–536.

¹⁶⁸Nielsen 1976, p. 544.

¹⁶⁹Nielsen 1976, p. 546.

¹⁷⁰Nielsen 1976, p. 548.

condicions.¹⁷¹

3.5 Usos i expectatives de la quantització espacial

En la descripció dels orígens i les diferents formulacions de la quantització espacial que hem fet fins ara no hem parat massa atenció en la interpretació que se li donava. Tant pel que fa a la formulació de Bohr —que l'utilitza cautelosament— com la de Sommerfeld —que des de bon principi li dona més pes— ens hem centrat només en les seves aplicacions dins la teoria quàntica atòmica, i el que hem vist fins ara de la hipòtesi de la quantització espacial ha tingut poc més que un caràcter heurístic. Així doncs, davant la pregunta “*existeix la quantització espacial?*”, la manera lògica de buscar-ne la resposta seria fer un experiment com el formulat per Stern i Gerlach a principis dels anys vint.

Aquesta és la imatge que ens enduem si llegim les reminiscències personals que Walther Gerlach recuperava el 1969, en una breu nota en resposta a una nota biogràfica publicada anteriorment sobre l'experiment d'Stern-Gerlach.¹⁷² Gerlach cita el ventall d'opinions que recorda que defensaven els físics a principis dels anys vint, i cita alguns exemples contraposats. Segons Gerlach, la posició de Debye es definia com segueix:¹⁷³[T70]

No creureu vós que la orientació dels àtoms és quelcom físicament real; això [la quantització espacial] és només una prescripció pel càlcul — un horari pels electrons.

A l'altre extrem, Gerlach hi posa Bohr, per a qui no hi havia dubtes del realisme de la quantització espacial. A mig camí, Sommerfeld i Stern. Del primer Gerlach en descriu una opinió fluctuant entre la predicció quàntica (amb tres punts) i el contínuum clàssic; mentre que a Stern li atribueix les paraules “L'autòpsia ho revelarà”,¹⁷⁴[T71] que semblen reflectir una manca de posicionament d'Stern i, alhora, la ferma convicció que és només mitjançant l'experiment que podran obtenir la resposta. A la mateixa nota, Gerlach cita algunes cartes que ell i Stern van rebre una vegada observada la quantització espacial: totes transmeten un sentiment de sorpresa.¹⁷⁵ Totes aquestes reminiscències, recuperades gairebé mig segle després del seu

¹⁷¹Nielsen 1976, p. 552.

¹⁷²Gerlach 1969b.

¹⁷³Gerlach 1969b. Fragment citat i traduït a l'anglès a Mehra & Rechenberg 1982a, p. 435.

¹⁷⁴Gerlach 1969b.

¹⁷⁵Gerlach 1969b. Aquests fragments estan extensivament citats —en alguns casos fins i tot ampliant-los a partir de la carta original— al següent capítol. Vegeu la secció ??, pàgina ??.

famós experiment, semblen suggerir que l'únic —o el principal— rol de l'experiment va ser posar contra les cordes una hipòtesi d'allò més sorprenent: tan sorprenent, de fet, que pràcticament ningú no hi creia realment.

Hem de vigilar, però, de no caure en la trampa d'una història excessivament subjectiva, que a vegades tendeix vers una reconstrucció èpica del passat, creant herois allà on no n'hi havia i fent de cada experiment un *experimentum crucis*. Per ampliar el punt de vista, potser excessivament subjectiu, de Gerlach, intentarem buscar altres testimonis que ens ajudin a entendre la visió general de la quantització espacial just abans de l'experiment.

Mehra i Rechenberg, per exemple, transmeten una visió força pessimista de les expectatives prèvies a l'experiment. És cert que agafen, com una de les fonts principals, les cites de Gerlach que acabem de reproduir, però també recorren a les entrevistes de l'AHQP de Born.¹⁷⁶ A l'AHQP, Born declara el seu escepticisme més absolut:¹⁷⁷[T72]

Em va costar força temps abans no em prenguéss [l'experiment d'Stern-Gerlach] seriosament; sempre havia pensat que la quantització direccional [espacial] era una espècie d'expressió simbòlica de quelcom que no s'entenia. [...] Vaig intentar persuadir Stern que no tenia sentit, però em va dir que valia la pena intentar-ho.

Pel que fa a l'opinió del propi Stern, curiosament, en diverses entrevistes de l'AHQP els mateixos entrevistadors mostren obertament l'opinió que era un escèptic de la quantització espacial.¹⁷⁸ Immanuel Estermann,¹⁷⁹ també en una entrevista de l'AHQP, respon a la pregunta de si Stern creia o no que detectarien quantització espacial.¹⁸⁰[T73]

No, no ho creia. És el que penso del que em va dir en aquells temps —va dir-me que tenia una ment completament oberta, però que pensava que l'experiment donaria un sí o un no com a resposta. En aquells temps ningú creia realment en la quantització espacial de Sommerfeld, crec.

¹⁷⁶Mehra & Rechenberg 1982a, p. 435.

¹⁷⁷Entrevista de Peter Paul Ewald i Thomas S. Kuhn a Max Born, juny del 1960 i 17 i 18 d'octubre del 1962 (AIP).

¹⁷⁸En concret John Heilbron (entrevista a Estermann) i Thomas Kuhn (entrevista a Born). Sovint citen la manca de birefringència quàntica (veure secció 3.5.1) com a motivació d'aquest escepticisme.

¹⁷⁹Immanuel Estermann era un físic d'Hamburg que va treballar sota la direcció d'Stern entre 1922 i 1931 (quan tots dos van emigrar als Estats Units i, de fet, van seguir col·laborant). És conegut per haver determinat, juntament amb Stern i Otto Frisch, el moment magnètic del protó.

¹⁸⁰Entrevista de John L. Heilbron a Immanuel Estermann, 13 de desembre del 1962 (AIP).

I més endavant:¹⁸¹[T74]

L'experiment d'Stern-Gerlach va tenir l'efecte de convèncer la gent que la quantització espacial de Sommerfeld no era completament esbojarrada.

Possiblement les memòries d'Estermann estan esbiaixades, ja que ell i Stern es van conèixer a Rostock, quan Stern ja portava molts mesos dedicant-se a aquest projecte experimental. És probable que l'opinió d'Stern evolucionés al llarg del 1921, des del plantejament inicial —potser eufòric— de l'experiment, fins al pessimisme associat al desgast acumulat després de mesos d'esforços sense obtenir-ne cap resultat conclouent. Quan Kuhn formula la mateixa pregunta a Born, la resposta és completament oposada:¹⁸²[T75]

Penso que hi creia, sí. Estava convençut que això no era només una fórmula [...]. I penso que cap de nosaltres hauria pogut creure'l. Però el vaig encoratjar perquè pensava que la idea es mereixia un intent.

Segons Toennies et al., a l'entrevista de Zurich, en canvi, Stern es va presentar com un complet escèptic: “Volia demostrar que el concepte en si era defectuós.”¹⁸³[T76]

Acabem aquest batibull d'opinions amb la posició de Sommerfeld, que si bé no l'obtenim directament de les seves paraules, queda reflectida amb força contundència a les de Heisenberg:¹⁸⁴[T77]

Sommerfeld va escriure llargs capítols sobre la quantització espacial en el seu llibre. [Sommerfeld] estimava la quantització espacial.

La imatge que podem extreure d'aquestes fonts és inconcloent. A continuació intentarem completar aquesta imatge aproximada a partir d'alguns usos i expectatives que, pocs anys després de la seva aparició, es van donar a la quantització espacial. Aquestes aplicacions ens serviran d'indicador del seu estat d'acceptació abans de la confirmació experimental d'una de les seves prediccions més controvertides, o que almenys ens serveixin per aportar més material a una imatge que, com hem dit, fins ara ens sembla borrosa.

L'aplicació més prominent la trobem en la *birefringència* magnètica en gasos, un canvi en les propietats òptiques dels gasos sota l'aplicació d'un camp magnètic

¹⁸¹Ibid.

¹⁸²Entrevista d'Ewald i Kuhn a Born (AIP).

¹⁸³Citat a Toennies et al. 2011, p. 1052.

¹⁸⁴Entrevista de Thomas S. Kuhn a Werner Heisenberg, 19 de febrer del 1963 (AIP).

extern que en el marc clàssic era ben coneguda. La quantització espacial predeia un comportament peculiar de certs gasos, una propietat que nosaltres hem volgut anomenar *birefringència quàntica* i que, fins al moment, no havia pogut ser observada.

I per tancar el capítol retornarem al domini de la teoria quàntica dels espectres atòmics: introduïrem el nombre quàntic *intern*, que ja havíem anunciat tímidament al final de la secció sobre l'efecte Zeeman. Aquest nombre reposava sobre la quantització espacial i, utilitzat en alguns models de principis de la dècada dels 1920s, va permetre acostar-se a (però no assolir) una solució de l'efecte Zeeman anòmal i dels multiplets espectrals.

3.5.1 Birefringència quàntica

La birefringència és una propietat òptica associada a les anisotropies d'alguns medis materials, per la qual aquests materials presenten índexs de refracció (o, el que és el mateix, velocitats de propagació de la llum) diferents en direccions diferents, alterant l'estat de polarització de la llum que l'atravessa en funció de la direcció de propagació. Aquests efectes sovint es presten a una bona observació sota l'incidència de llum linealment polaritzada, tot i que segons el tipus de birefringència que es presenti en cada cas els fenòmens observats poden ser diversos. Sovint trobem birefringència en materials sòlids amb una estructura cristal·lina altament anisotròpica —ja que les diferències estructurals en diferents direccions afecten directament a la propagació d'una ona electromagnètica— però també es pot observar en sòlids isòtrops si induïm una anisotropia, com en el diamant, que presenta una feble birefringència quan es sotmet a estrès mecànic.¹⁸⁵ De manera més general, l'anisotropia natural que presenten alguns sòlids i, fins i tot, certs líquids es pot intentar induir en un gran ventall de sòlids, líquids i gasos amb l'aplicació de camps elèctrics o magnètics externs. Aquests efectes, anomenats *electro-òptics* o *magneto-òptics*, van ser descoberts o predits en gran part durant el segle XIX o a principis del XX.

El pioner n'és, una vegada més, Faraday, que el 1845 va descriure l'avui anomenat *efecte Faraday* o *rotació de Faraday*, una rotació de la polarització de la llum en atravessar un material immersit en un camp magnètic paral·lel a la direcció de propagació de la llum. Aquesta rotació no és res més que una conseqüència de la birefringència que el camp magnètic indueix sobre el material.¹⁸⁶ Trenta anys més tard, el 1875, John Kerr descobria un efecte anàleg amb l'aplicació d'un camp elèctric en comptes

¹⁸⁵Howell 2012.

¹⁸⁶Es tracta d'un cas de birefringència circular, és a dir, les dues velocitats de propagació diferents no estan associades a dues direccions de propagació, sinó als dos sentits de gir de la polarització circular.

de magnètic: l'*efecte Kerr*, degut a la birrefringència provocada per una modificació de la velocitat de propagació de la llum en la direcció del camp elèctric aplicat sobre el material originalment isòtrop. Només dos anys més tard el mateix Kerr aconseguiria observar un altre efecte buscat originalment —i sense èxit— per Faraday: una rotació en la polarització de la llum reflectida sobre un material magnetitzat, en el que es va batejar com a *efecte Kerr magneto-òptic* —i al que, recordem-ho, Zeeman va dedicar la seva tesi doctoral.¹⁸⁷

Aquests són només alguns exemples dels múltiples efectes òptics associats a la birrefringència induïda per un camp extern. La descripció d'aquests efectes en líquids i gasos data de principis del segle XX. En particular, l'efecte d'un camp magnètic en una direcció perpendicular a la del desplaçament de la llum s'anomena, respectivament, *efecte Voigt* si el medi és un gas i *efecte Cotton-Mouton* quan el medi és un líquid.¹⁸⁸ De fet, tot i que aquests efectes s'apliquen a estats de la matèria diferents, el fenomen físic subjacent és el mateix. El 1899 Voigt va predir aquest efecte en el marc de la teoria de Lorentz —introduint només algunes modificacions, la més important de les quals l'abandonament de la suposició de la isotropia— i en el mateix article va presentar la verificació experimental d'aquestes prediccions.¹⁸⁹ Quirino Majorana ho va observar per primera vegada el fenomen en líquids col·loïdals el 1902,¹⁹⁰ i Aimé Cotton i Henri Mouton ho van fer extensiu a líquids el 1907.¹⁹¹

La birrefringència, doncs, era un fenomen ben conegut i caracteritzat a principis del segle XX. La motivació de l'experiment d'Stern i Gerlach neix, precisament, d'una observació que no s'havia verificat experimentalment: si clàssicament s'espera una birrefringència proporcional al quadrat del camp magnètic aplicat, la hipòtesi de la quantització espacial implicava que alguns gasos havien de mostrar una altíssima birrefringència independent del valor del camp magnètic aplicat.¹⁹² És gràcies a les dues dècades de coneixement de la birrefringència i l'acumulació de dades experimentals i mesures en diferents gasos, que Stern va poder afirmar amb total seguretat que

¹⁸⁷Per un relat històric del descobriment dels efectes citats en aquest paràgraf, vegeu respectivament: pels efectes magnètics, Spencer 1970; pels efectes elèctrics, Weinberger 2008. Així mateix, els articles originals de Faraday i Kerr es poden trobar citats a aquestes obres.

¹⁸⁸Per més detalls sobre aquestes efectes magneto-òptics, referim el lector a una obra especialitzada en òptica, com per exemple Clarke & Grainger 1971).

¹⁸⁹Voigt 1898, 1899.

¹⁹⁰Majorana 1902. A continuació de la publicació de Majorana s'hi pot trobar un breu article de Voigt particularitzant la seva teoria al cas de Majorana, Voigt 1902.

¹⁹¹Cotton & Mouton 1907a,b. Cotton i Mouton presenten aquesta troballa com una aplicació de les seves recerques de dos anys abans, quan havien reproduït l'experiència de Majorana, Cotton & Mouton 1905a,b.

¹⁹²Stern 1921, p. 249, 1988b, p. 114. Sobre l'absència d'aquesta birrefringència *quàntica*, veure per exemple Pauli 1926, p. 101.

la predicció de la quantització espacial no s'havia observat fins aleshores.

Hem volgut posar èmfasi en aquest punt, ja que algunes obres secundàries afirmen erròniament que *no s'havia observat* birefringència d'origen magnètic en gasos. Per exemple, a Friedrich & Herschbach 1998, p. 175 afirmen “Tot i això, la birrefringència magnèticament induïda en els gasos no havia estat observada.”^[T78] Per més inri, a la nota associada a aquest paràgraf afegeixen que “la birrefringència magnèticament induïda en gasos, coneguda com a efecte Voight [sic] o Cotton-Mouton, en realitat sí que té lloc”^[T79] i citen dues obres del 1967 i 1991, donant a entendre possiblement que l'observació és molt posterior al moment històric de l'Stern-Gerlach. Mehra i Rechenberg, per contra, passen la qüestió de la birefringència de puntetes, sense fer cap afirmació i tan sols citant textualment les paraules de Stern, deixant-ne la interpretació al lector.¹⁹³

És possible que quan es cita l'escepticisme d'Stern envers el realisme de la quantització espacial, el fenomen de la birefringència jugués un paper important a l'hora de posicionar la seva opinió: si una observació tan clara i evident com la birefringència *quàntica* no donava resultats, com es podia esperar que un feix d'àtoms es separés en dos? És difícil, doncs, que si Stern estava ben assebat de tota la casuística entorn de la quantització espacial, es posicionés fermament a favor. Com hem vist, la seva posició sovint queda il·lustrada com un indecís, com un “val la pena intentar-ho”.

En favor d'aquest posicionament, hi ha potser un argument més sòlid: sens dubte la quantització espacial preveia una birefringència abrupta i independent de la magnitud del camp magnètic, però al mateix temps aquesta predicció no deixava de ser una adaptació de la teoria de Voigt del 1899 al nou cas quàntic. De fet, pel que fa a l'efecte Zeeman, no hem d'oblidar que la quantització espacial no podia anar més enllà que la teoria clàssica de Lorentz; per què, doncs, l'adaptació de la teoria de Voigt a la quantització espacial havia de donar les prediccions correctes? A falta d'una teoria completament quàntica —és a dir, sense aproximacions semiclàssiques— de la propagació de la radiació electromagnètica en medis materials, era doncs natural que Stern es proposés revalidar o descartar la quantització espacial mitjançant mètodes experimentals més directes.

3.5.2 El nombre quàntic *intern*

Per tancar aquest capítol farem esment d'un altre ús de la quantització espacial, que prendrem com un segon indicador del realisme atorgat a aquesta hipòtesi. És important destacar que amb l'anàlisi d'aquest ús de la quantització espacial, estem tornant a posar Sommerfeld com a figura protagonista del relat; és probable —i ja hem vist

¹⁹³Mehra & Rechenberg 1982a, p. 443.

les cites de Heisenberg— que Sommerfeld tingués un especial afecte a la quantització espacial, fet que introduiria un biaix en el nostre argument. Nogensmenys, la participació d’altres físics (deixebles o no de Sommerfeld) en els raonaments teòrics que explicarem a continuació sembla donar prou força a aquest ús de la quantització espacial.

Al principi d’aquest capítol hem parlat extensivament de l’efecte Zeeman i com, des de ben aviat, l’efecte Zeeman anòmal va restar sense explicació en la teoria clàssica. Un dels problemes amb què es va topar la quantització espacial va ser, precisament, la impossibilitat de trobar una solució més general que la clàssica: l’efecte Zeeman anòmal restava inexplicat, fins i tot introduint correccions relativistes. Sommerfeld, però, no es va rendir el 1916. El 1919 (sommerfeld 1919 MR) exposava la problemàtica en un article . Una de les conclusions més importants d’aquest article és la connexió entre l’efecte Zeeman anòmal i l’estructura de doblets i triplets que mostren els espectres d’alguns elements: la impossibilitat d’explicar aquests dos fenòmens amb la teoria quàntica tenia, segons Sommerfeld, un origen comú.¹⁹⁴ Els primers passos vers la resolució del problema els trobem en la “regla de descomposició magneto-òptica” (*magnetooptische Zerlegungssatz*), exposada a un article de principis del 1920 titulat, intencionadament, “Un misteri numèric en la teoria de l’efecte Zeeman” (*Ein Zahlenmysterium in der Theorie des Zeemaneffektes*). En aquest article Sommerfeld presenta una relació numèrica entre les separacions dels doblets i triplets de les línies espectrals (en absència de camps externs), i les separacions obtingudes sota efecte de camps magnètics. La regla de descomposició magneto-òptica és una regla purament empírica que sintetitza aquestes regularitats.¹⁹⁵

El març del 1920, Sommerfeld enviava un extens article a l’*Annalen der Physik* —publicat l’octubre del mateix any— on presenta un estudi sistemàtic de les línies espectrals, les quals estaven ben caracteritzades empíricament (gairebé podríem dir numèricament) però els mancava una base teòrica que connectés aquesta classificació empírica amb els models teòrics del moment.¹⁹⁶ L’article de Sommerfeld intenta omplir aquest buit, proposant cinc lleis de caràcter fonamental a partir de les quals es pot deduir la complexa fenomenologia espectral acumulada fins al moment. El poder explicatiu d’aquestes lleis no era complet, però sens dubte representava un pas vers la que semblava haver de ser una solució definitiva per entendre l’estructura dels espectres atòmics.

És durant la discussió de l’estructura de les línies espectrals en absència de camps

¹⁹⁴Mehra & Rechenberg 1982a, p. 458.

¹⁹⁵Sommerfeld 1920a. Els continguts d’aquest article havien estat presentats el setembre del 1919 a Lund, Suècia. Veure Mehra & Rechenberg 1982a, p. 459.

¹⁹⁶Sommerfeld 1920b.

externs que Sommerfeld especula amb l'existència d'un nou nombre quàntic, que anomena *nombre quàntic intern* o *amagat*. A partir del diagrama de nivells i transicions de la figura 3.3 explica empíricament l'existència de doblets i triplets fent ús només de la *regla de selecció* de Rubinowicz (originalment aplicada a l'efecte Zeeman i la quantització espacial): únicament són admeses les transicions que modifiquen el nombre quàntic en una o zero unitats (línies sòlides), quedant expressament prohibida qualsevol transició que impliqui una variació de dues o més unitats (línies puntejades).

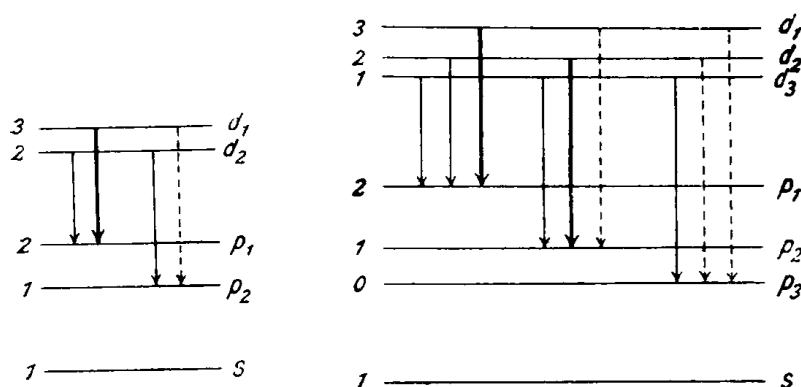


Figura 3.3: Esquemes de nivells atòmics que utilitza Sommerfeld a 1920 per introduir el *nombre quàntic intern*, corresponents a un doblet (esquerra) i un triplet (dreta). Les línies horitzontals representen els nivells energètics, etiquetats segons l'orbital a què corresponen (s , p_1 , etc.); les distàncies entre nivells no es representen proporcionalment a les diferències d'energia. A l'esquerra de cada nivell energètic s'hi indica també el valor del nou nombre quàntic. Les fletxes verticals representen transicions: amb decrement d'una unitat del nombre quàntic azimutal (línies sòlides gruixudes), sense variació d'aquest nombre quàntic o amb increment d'una unitat (línia sòlida fina), o finalment increment/decrement de més unitats (línia puntejada, salts prohibits). Noti's que la figura conté dos errors (dues línies fines que haurien de ser gruixudes).

Per tal de poder explicar aquest patró, el pes d'aquesta regla de selecció ha de recaure sobre algun nombre quàntic. El que normalment jugava aquest rol —el nombre quàntic azimutal— no pot ser el candidat, ja que en els estats considerats està ben definit i ja juga el seu paper en separar els orbitals s , p , d , etc. Així mateix, sense un camp magnètic extern que s'encarregui de fixar una direcció en l'espai és impossible dividir el nombre quàntic azimutal en dos (meridià i equatorial). És per això que Sommerfeld proposa un nombre quàntic *intern* “d'alguna manera associat a una rotació amagada.”¹⁹⁷ Aquest nou nombre quàntic es mostra a la figura 3.3 a

¹⁹⁷Sommerfeld 1920b, p. 231.

l'esquerra de cada nivell atòmic, i permet explicar de manera consistent amb la teoria les regularitats observades en les línies espectrals.

Segons Sommerfeld, l'existència d'aquest nombre quàntic intern queda verificada més endavant, en una secció dedicada a la regla de descomposició magneto-òptica, que ara se'ns presenta com una de les cinc lleis. La interpretació d'aquests fenòmens magneto-òptics es remunta a la teoria de Voigt del 1913 i la seva (de Sommerfeld) contribució del 1914. Oferint una explicació unificada dels dos fenòmens, el nombre quàntic intern resol el “misteri numèric” plantejat uns mesos abans. A finals de l'any següent, Sommerfeld tornarà a explotar aquesta analogia amb la teoria de Voigt en un article on, mitjançant una *traducció* de la teoria clàssica al nou llenguatge quàntic, intenta estendre aquest model quàntic als efectes Zeeman anòmal i Paschen-Back.¹⁹⁸ Uns mesos més tard Sommerfeld i Werner Heisenberg —un brillant estudiant que tot i no haver acabat la carrera va esdevenir el seu assistent el 1920— publicaven un nou article conjunt calculant les intensitats esperades de cada línia espectral.¹⁹⁹

Si bé en l'article del 1920 Sommerfeld havia defugit atorgar cap significat geomètric d'aquest nou nombre, no trigaria a aparèixer una interpretació física clara del nombre quàntic intern: sembla ser que, paral·lelament al desenvolupament del model de Sommerfeld a partir de Voigt, Heisenberg havia estat desenvolupant el seu propi model atòmic de l'efecte Zeeman des de principis del 1921.²⁰⁰ A finals d'aquell any, el jove Heisenberg enviava a publicar “Sobre la teoria quàntica de l'estructura de les línies i l'efecte Zeeman anòmal” (*Zur Quantentheorie der Linienstruktur und der anomalen Zeemaneffekte*), un model revolucionari que permetia explicar millor l'efecte Zeeman anòmal, això sí, pagant el preu de la introducció de nombres quàntics *semienters*.²⁰¹ Aquest model, construït sobre l'article de Sommerfeld del 1920, considerava l'àtom format per un nucli compacte i un o dos electrons externs orbitant, i el nombre quàntic intern era degut ni més ni menys que a la interacció magnètica entre aquest nucli i els electrons: és a dir, el nombre quàntic intern era hereu directe de la quantització espacial, i quantificava l'orientació relativa dels moments magnètics del nucli i els electrons orbitants. El model de Heisenberg, que aviat Sommerfeld també va adoptar, separava l'àtom en dues parts: una closca amb els electrons més externs i un *nucli* amb la resta d'electrons interns. El nombre quàntic *intern* era un anàleg de la quantització espacial ordinària, però considerant l'efecte d'interacció magnètica entre aquests dos constituents en comptes de l'efecte d'un camp magnètic extern.²⁰²

¹⁹⁸Sommerfeld 1922a.

¹⁹⁹Sommerfeld & Heisenberg 1922.

²⁰⁰Cassidy 1979, p. 198.

²⁰¹Heisenberg 1922.

²⁰²Aquests models s'acostumen a anomenar “Rumpf”, que es pot traduir per “closca” o “nucli”.

Abans que Heisenberg, a mitjan 1921, Alfred Landé (a Frankfurt-am-Main) ja havia presentat un model, també construït sobre l'article de Sommerfeld del 1920, per justificar teòricament l'efecte Zeeman anòmal —es tracta, de fet, de la primera explicació completa de l'efecte Zeeman anòmal. Landé adopta el nombre quàntic intern de Sommerfeld i li atorga valors semienters; Landé prohibeix també la transició $j = 0 \rightarrow j = 0$ (on j és el nombre quàntic intern).²⁰³ Poc després del descobriment dels *multiplets* de la mà de Miguel Catalán,²⁰⁴ a mitjan 1922, Sommerfeld assimilava els models de Landé i Heisenberg en un article dedicat a dilucidar les complexes estructures que regeixen els *multiplets*.²⁰⁵

Tot i l'indubtable interès que desperta el desori de models a què es va abocar la teoria quàntica antiga a partir del 1923 —amb un protagonisme destacat de l'efecte Zeeman anòmal—, considerem adequat aturar el relat històric aquí, ja que cau fora dels objectius d'aquesta tesi. El lector interessat pot adreçar-se a l'abundant bibliografia secundària.²⁰⁶

Que a través del nombre quàntic intern el pes de la quantització espacial dins la teoria de Sommerfeld va créixer, queda demostrat si fem una comparativa de les diverses edicions de l'*Atombau*, almenys a nivell d'índex de continguts. Per l'estreta relació que el nombre quàntic intern guarda amb la quantització espacial, aprofitarem per recordar alguns canvis d'estructura de l'*Atombau* relacionats amb aquesta (sense perjudici d'haver-los comentat anteriorment a la secció corresponent).

- Comparant la segona edició (1921) respecte la primera (1919), observem que dins l'últim capítol del llibre (una espècie de calaix de sastre de lleis matemàtiques, principis físics, càlculs, etc. secundaris a la seva teoria) hi afegeix un apartat dedicat a la regla de descomposició magneto-òptica i l'efecte Zeeman

Sovint s'afegeix el qualificatiu “magnètic” (*nucli magnètic*) per evitar confusions amb el nucli atòmic —conformat per protons i neutrons.

²⁰³Landé 1921a,b . És en aquest article també on Landé introdueix per primera vegada el *factor g* (sovint anomenat també *factor g de Landé*), la fórmula del qual encara perdura avui dia adaptada al formalisme de la Mecànica Quàntica.

²⁰⁴Catalán 1923.

²⁰⁵Sommerfeld 1923a,c. Sobre Miguel Catalán i el descobriment dels multiplets, vegeu Sánchez Ron 1994 i Sánchez Ron 2001.

²⁰⁶Una primera aproximació superficial a aquest període històric la podem trobar a Mehra & Rechenberg 1982a, pp. 457–485, en el qual es basa el fil argumental de la major part d'aquesta subsecció —excepte en alguns detalls on, per la seva rellevància en el nostre relat, hem preferit distanciar-nos de la font secundària per elaborar el nostre propi discurs a partir de les fonts primàries. Per una anàlisi més a fons, consulteu per exemple Forman 1968, 1970; Cassidy 1979; Serwer 1977; Massimi 2004.

anòmal.²⁰⁷ El contingut d'aquest apartat ressegueix força fidelment l'article esmentat del “misteri numèric”, però hi afegeix una menció al nombre quàntic intern.²⁰⁸

- Pel que fa a l'estructura de les seccions entorn de la quantització espacial, es manté inalterada entre la primera i la segona edicions.²⁰⁹
- A la tercera edició (1922), hi trobem dos canvis rellevants: d'una banda, es reestructuren significativament les seccions, fet que afecta la posició i l'entorn de la quantització espacial; d'aquesta reestructuració volem destacar que si bé en les dues primeres edicions Sommerfeld presentava primer el *principi de selecció* (de Rubinowicz) i després la quantització espacial, en la tercera edició aquesta es presenta amb anterioritat al principi de selecció. Aquest canvi d'ordre, que pot semblar anecdòtic, és un indicador que per Sommerfeld la quantització espacial ha guanyat pes a finals del 1921 i principis del 1922 (recordem que la tercera edició de l'*Atombau* es va publicar abans de l'observació experimental d'Stern i Gerlach).
- D'altra banda, la secció de l'efecte Zeeman anòmal desapareix de l'apèndix i passa a ocupar una secció prominent dins d'un capítol de nova creació dedicat a “les series espectrals en general”.²¹⁰

Si el nombre quàntic intern va adquirir aquesta prominència dins l'obra de Sommerfeld és perquè l'autor creia fermament en la seva utilitat, i no pas perquè fos una obra del seu intel·lecte. Si bé la resta de protagonistes d'aquesta subsecció es movien en cercles no massa allunyats de Sommerfeld, es poden considerar jutges objectius de la viabilitat del model; el fet que l'adoptessin i n'expressessin les conseqüències és indicador d'una opinió generalitzada positiva, potser alimentada pels sorprenents èxits que van recollir ràpidament aquests models —èxits que, per sorprenents que fossin, mai van deixar de ser parcials.

²⁰⁷La secció es titula “Komplizierte Zeemaneffekte, der magnetooptische Zerlegungssatz”, Sommerfeld 1921a, pp. 537–542.

²⁰⁸Ibid.p. 539.

²⁰⁹A la secció 3.4.1 hem analitzat en detall el tractament de la quantització espacial en les diferents edicions de l'*Atombau*.

²¹⁰Sommerfeld 1922b, pp. 471–505.

Capítol 4

L'experiment d'Stern i Gerlach

4.1 Introducció

Gairebé sis anys després de la primera formulació de la quantització espacial, i amb una teoria quàntica més madura, Otto Stern i Walther Gerlach publicaven un article conjunt amb la següent conclusió:¹[T80]

Aquests resultats constitueixen una evidència directa de la quantització espacial en un camp magnètic.

L'article, del 27 de maig del 1922, representa el punt àlgid d'un projecte experimental amb l'objectiu de posar a prova aquesta controvertida predicció de la teoria quàntica. Si bé el fons d'aquest projecte era una recerca sistemàtica, deliberada, de la quantització espacial, veurem que hi ha un bon grapat de casualitats que van contribuir a l'èxit final de la mesura. El relat de l'experiment d'Stern i Gerlach és, doncs, tan accidentat com erràtic és la història de les seves conseqüències i interpretacions.

En termes generals, ja hem vist que l'experiment d'Stern-Gerlach es postula com un intent de verificar la quantització espacial a dos nivells: 1) decidir entre la predicció clàssica (un continu d'orientacions del moment magnètic atòmic) i la predicció quàntica (un nombre discret d'orientacions); i en cas de confirmar-se el model quàntic, 2) decidir entre les prediccions de Bohr i Sommerfeld, que n'esperaven respectivament 2 i 3 pel cas més simple (àtom hidrogenoïde). En aquest capítol ens proposem desgranar amb detall la història darrere els desenvolupaments d'Stern i Gerlach, il·lustrant les motivacions dels experimentadors, les circumstàncies que van envoltar

¹Stern 1922, p. 352.

els desenvolupaments experimentals, els detalls de l'experiment, i finalment la resposta més immediata que els resultats mesurats van desencadenar. Per a fer-ho ens recolzarem en diverses fonts secundàries que expliquen la història de l'Stern-Gerlach parcialment, reunint-les i oferint una història més completa, unificada, inexistent fins al moment. Així mateix, el nivell de profunditat que volem assolir en alguns episodis o detalls ens obligarà a abandonar les fonts secundàries i elaborar el nostre propi relat a partir d'una investigació acurada de les fonts primàries.

L'objectiu d'aquest capítol, doncs, no és realitzar una recerca historiogràfica completament novedosa de l'experiment en si, sinó més aviat connectar aquest relat experimental amb el caire d'aquesta tesi, globalment més teòric. Com ja hem comentat a la introducció, Wolfgang Trageser va realitzar el 2011 una tesi doctoral que representa el document historiogràfic més fidedigne de l'experiment d'Stern-Gerlach.² En aquesta tesi, Trageser pren Stern com a protagonista i guia del relat, i repassa els diversos experiments que aquest va portar a terme a Frankfurt am Main. Walther Gerlach també hi té una posició destacable per la seva involucració en l'experiment més famós, però Trageser dedica més esforços —i més pàgines— a perseguir Stern fins a Rostock i Hamburg, on va revolucionar el mètode dels feixos moleculars. L'autèntic protagonista de la tesi de Trageser, però, és l'experiment en si: no només el descriu amb gran precisió, sinó que fins i tot va fabricar reproduccions d'algunes de les parts constituents del muntatge experimental (ja que tots els originals van ser destruïts o extraviats en la Segona Guerra Mundial).

Una segona font inestimable és el conegut llibre de Mehra i Rechenberg, que ofereix una primera aproximació a l'experiment d'Stern-Gerlach i el seu entorn experimental i teòric.³ Mehra i Rechenberg recullen diverses de les anècdotes o peculiaritats del procés que van seguir Stern i Gerlach en el desenvolupament de l'experiment, però el seu relat té mancances en la caracterització del context teòric i experimental. Per exemple, a l'hora d'explicar la recepció dels resultats d'Stern i Gerlach, descriuen l'article d'Einstein i Ehrenfest però no aprofundeixen més en les respostes de Bohr i Smekal, que són només enunciades sense cap anàlisi entrellaçat amb el constructe teòric vigent al moment. L'únic aspecte en què aquests autors superen en detall aquesta tesi és en la motivació de la quantització espacial provinent del magnetisme, un tema que com ja hem comentat a la introducció no tractarem —i no per la seva falta d'interès—; l'aportació de Mehra i Rechenberg, però, queda lluny de ser detallada també en aquest aspecte.

Les reminiscències històriques, ja siguin en forma d'articles biogràfics o entrevistes de l'AHQP, han estat també un material molt valuós a l'hora d'aportar detalls

²Trageser 2011.

³Mehra & Rechenberg 1982a.

històrics del desenvolupament, així com la visió de diferents físics importants en el nostre relat. Friedel Weinert publicava, el 1995, el primer article historiogràfic (tot i que amb un marcat caire filosòfic) dedicat íntegrament a l'Stern-Gerlach.⁴ Aquest autor descriu adequadament el context teòric de l'experiment i conclou que va ser un *experiment crucial*. De fet, si bé considerem que és un article acurat, la seva conclusió és una de les que volem contestar —o matisar— amb la tesi present. Un aspecte que ens desagrada especialment de l'article de Weinert és que recorri ràpidament al formalisme de la Mecànica Quàntica per explicar el *dobte error* que va convertir l'Stern-Gerlach en un aparent èxit. Creiem que una anàlisi similar es podria fer posant més èmfasi en la teoria quàntica antiga, la qual era la teoria vigent en el moment de l'experiment i de la interpretació dels seus resultats.

Bretislav Friedrich i Dudley Herschbach van publicar en coautoria dos articles que tracten àmpliament la història darrere l'experiment d'Stern i Gerlach, publicats respectivament el 1998 i el 2003 i gairebé idèntics estructuralment.⁵ Si bé Weinert era el primer en adonar-se del *dobte error*, Friedrich i Herschbach són els primers en intentar escriure un relat *complet* de l'Stern-Gerlach. Els seus articles, però, més que un document historiogràfic rigorós representen una enumeració dels esdeveniments: en primer lloc, mostren un biaix⁶ de protagonisme molt marcat a favor d'Stern i en detriment de Gerlach; en segon lloc, si bé reflecteixen bé la cronologia de successos, posen molt més èmfasi en les anècdotes que en la rellevància de cada pas envers l'experiment; finalment, passen de puntetes pel context teòric d'abans i després de l'experiment i, novament, reproduïxen l'error de Weinert de precipitar-se a la Mecànica Quàntica per entendre els resultats d'Stern i Gerlach. Així mateix, esmenten superficialment les implicacions de la quantització espacial en el magnetisme.

Possiblement el biaix de Friedrich i Herschbach té a veure amb el fet que un d'ells (Herschbach) va conèixer personalment Stern, tal i com queda reflectit en algunes reminiscències que cita de memòria; l'altre autor (Friedrich), pel seu cantó, el 2011 va ser escriure conjuntament amb Toennies, Schmidt-Böcking (principal biògraf d'Stern) i Lower un article dedicat a la biografia d'Otto Stern.⁷ Aquest article repassa en una vintena de pàgines la seva vida i obra, des de la joventut fins als nombrosos èxits que va recollir a Hamburg i l'emigració als Estats Units. En l'apartat referent a

⁴Weinert 1995.

⁵Friedrich & Herschbach 1998, 2003. El segon va ser publicat en motiu del 80è aniversari de l'experiment, i té un caràcter més commemoratiu.

⁶Un biaix justificat per les diferències de bibliografia que trobem per Stern i Gerlach, molt més extensa pel primer que pel segon. De fet aquest biaix també ens afecta inevitablement a nosaltres, si bé hem intentat compensar-lo en la mesura possible —un esforç que passa desapercebut en els articles de Friedrich i Herschbach.

⁷Toennies et al. 2011.

l'experiment d'Stern i Gerlach, aquest article és el que fa més bona feina a l'hora de narrar els detalls experimentals i l'entorn teòric. Per la seva precisió biogràfica, aquest article ha estat una guia molt útil a l'hora d'estructurar aquest capítol i descobrir fonts primàries de gran valor.

Començarem introduint els principals protagonistes d'aquest episodi: Max Born, Otto Stern i Walther Gerlach, que van coincidir a Frankfurt am Main a principis dels anys 20 (secció 4.2). Tot seguit tractarem els antecedents de l'experiment d'Stern-Gerlach: partint de la invenció del mètode dels feixos moleculars (secció 4.3), arribarem fins a l'ús que en va fer Stern per mesurar la velocitat tèrmica d'un gas d'àtoms de plata, un experiment que és el pretext de la posterior mesura d'Stern i Gerlach (secció 4.4). A la secció 4.5 exposarem amb detall el procés que van seguir Stern i Gerlach durant el seu projecte experimental conjunt, fins a arribar a atènyer la ja coneguda mesura experimental. Finalment, analitzarem les diferents versions d'aquest episodi que es troben en diversos relats, i intentarem treure l'entrellat d'alguns malentesos històrics i historiogràfics que es poden trobar a la literatura (secció 4.6).

4.2 Born, Stern i Gerlach a Frankfurt

Otto Stern va néixer el 1888 a Sohrau (Żory) en el si de l'Imperi Alemany, avui en dia en territori Polonès prop de la frontera amb Txèquia.⁸ Va estudiar física i química a Breslau, on va obtenir el títol de doctor el 1912 sota la direcció d'Otto Sackur, amb una tesi sobre solucions concentrades de diòxid de carboni. Potser presagi de la seva trajectòria científica posterior, aquesta tesi combinava alhora teoria i experiment.⁹ En la seva biografia sobre Stern, Emilio Segré —que va col·laborar amb el grup d'Stern en una estada breu a Hamburg durant el 1931— descriuria el caràcter híbrid (teòric-experimental) d'Stern com segueix:¹⁰[T81]

La primera cosa que em va cridar l'atenció va ser el seu hàbit de calcular tot allò susceptible de ser calculat, de mesurar tot el que podia, i de no procedir a menys que la teoria i l'experiment coincidissin o hagués pogut trobar l'origen de la discrepància. Era molt sistemàtic i meticulós;

⁸Sohrau forma part de la regió històrica de Silèsia, les fronteres de la qual s'han redefinit diverses vegades al llarg dels últims segles. Actualment es troba dividida entre Alemanya, Polònia i la República Txeca.

⁹Friedrich & Herschbach 1998, pp. 166–167.

¹⁰Segré 1973, pp. 227–228.

per exemple, mai cedia fins que la forma i la intensitat d'un feix molecular eren les que ell havia calculat prèviament a l'experiment. Estava interessat en detalls tècnics diminuts i em va ensenyar com caçar fugues en un aparell, però a part d'això en general em deixava fer a la meva.

Un cop doctorat, i gràcies a la bona posició econòmica de la seva família —que li va oferir la possibilitat d'escollir la seva destinació postdoctoral sense haver-se de preocupar de despeses o manutenció—, Stern va aconseguir esdevenir el primer estudiant d'Albert Einstein, aleshores establert a Praga.¹¹

Quan, pocs mesos després, a finals del 1912, Einstein es va desplaçar a Zurich, Stern el va seguir, obtenint ben aviat la seva primera plaça com a *privatdozent*, en l'especialitat de química física.¹² Durant els escassos dos anys de col·laboració, el seu treball conjunt es va centrar en la mecànica estadística, si bé també van treballar sobre magnetisme i teoria quàntica, a la qual Einstein el va introduir en profunditat.¹³ Un dels èxits més remarcables d'aquesta col·laboració és, precisament, un article conjunt en què aporten arguments en favor del punt zero d'energia de l'oscil·lador de Planck.¹⁴

De la mà de Max von Laue, amb qui havia establert una estreta amistat a Zurich, el 1914 Stern va obtenir una plaça de *privatdozent* en física teòrica a la Universitat de Frankfurt am Main, acabada d'inaugurar.¹⁵ La Primera Guerra Mundial, però, va demorar la seva incorporació a Frankfurt. Des del front, Stern va tenir ocasió de seguir treballant esporàdicament amb problemes teòrics, i cap a finals de la guerra va establir una breu col·laboració amb Walter Nernst a Berlin,¹⁶ on va desenvolupar la seva faceta experimental.¹⁷ És a Berlin també on va tenir l'oportunitat d'adquirir

¹¹Segons les pròpies memòries d'Stern, va poder arribar a Einstein a través seu director, Sackur, que va contactar amb Fritz Haber per arribar fins a un Einstein de fama ja incipient en aquell moment. Entrevista de Thomas S. Kuhn a Otto Stern, 29 i 30 de maig del 1962 (AIP).

¹²Friedrich & Herschbach 1998, pp. 166–167. També: Toennies et al. 2011, p. 1047.

¹³Entrevista de Kuhn a Stern, 29 i 30 de maig del 1962 (AIP).

¹⁴Einstein & Stern 1913. Reimprès a Klein et al. 1995, doc. 11, acompanyat d'una nota editorial comentant l'impacte d'aquesta publicació d'Einstein i Stern, Klein et al. 1995, pp. 270–273. Per una anàlisi més a fons d'aquest article d'Einstein i Stern, vegeu Navarro & Pérez 2006, pp. 212–215.

¹⁵La *Stiftungsuniversität Frankfurt am Main* (avui *Goethe-Universität Frankfurt am Main*) va ser fundada el 1912 i va iniciar la seva activitat el 1914. Va ser la primera universitat alemanya fundada sobre les aportacions filantròpiques de capital privat, tot i que posteriorment va passar parcial a titularitat pública per problemes de finançament. http://www.uni-frankfurt.de/43171505/about_the_university i <http://www.uni-frankfurt.de/43283398/timeline> (última consulta: desembre 2014).

¹⁶Mehra & Rechenberg 1982a, p. 433.

¹⁷Toennies et al. 2011, p. 1049.

alguns contactes interessants,¹⁸ com Alfred Landé, Max Born (qui com veurem seria el seu superior pocs mesos després) o Max Volmer (amb qui va publicar alguns articles relativament rellevants¹⁹).

El febrer del 1919, pocs mesos després de la fi de la Primera Guerra Mundial, ja hi ha constància de la presència d'Stern a Frankfurt,²⁰ però ja no seria sota la direcció de von Laue sinó de Max Born, qui havia arribat a Frankfurt am Main de rebot: just abans de la Primera Guerra Mundial, s'havia creat a Berlin una plaça de professor extraordinari de física teòrica, la qual es va oferir originalment a von Laue, qui la va refusar. En lloc seu, Born la va acceptar, però degut a la guerra mai la va arribar a ocupar. Pocs dies després del final de la guerra, Planck va fer els tràmits necessaris per alliberar Born de les seves obligacions militars i poder-lo incorporar a Berlin. A aquelles alçades, però, von Laue havia canviat d'opinió i va acordar un intercanvi amb Born: von Laue ocuparia la plaça de Berlin, recuperant l'oferta que inicialment havia declinat, mentre que Born s'avenia a traslladar-se a la tot just estrenada Universitat de Frankfurt. La lentitud de la burocràcia institucional va endarrerir la incorporació de Born fins l'1 d'abril del 1919.²¹

La posició de Born a Frankfurt com a físic teòric incloïa, no només un assistent *hereditat* del seu predecessor, sinó també un laboratori experimental a la seva completa disposició. L'espai disponible i els recursos eren limitats, per no dir escassos, i depenien en gran part de les col·laboracions de mecenatge que Born pogués obtenir.²² A la seva biografia, el mateix Born explica com es va veure obligat a fer autèntics malabars per adquirir certs materials necessaris per investigar.²³ Malgrat aquestes responsabilitats experimentals, Born tenia un perfil marcadament teòric, i durant la breu estada a Frankfurt es va preocupar principalment de la teoria cinètica, de l'afinitat electrònica dels àtoms, de la dispersió òptica per molècules diatòmiques o de l'estudi de la formació de cristalls.²⁴

¹⁸Segrè 1973, pp. 219–220.

¹⁹Stern & Volmer 1919a,b, 1920.

²⁰Toennies et al. 2011, p. 1049.

²¹Trageser 2004; Greenspan 2005, pp. 63–67; Kemmer & Schlapp 1971, p. 20.

²²Toennies et al. 2011, p. 1049.

²³Mehra & Rechenberg 1982b, pp. 307–308 citen les aportacions d'Einstein, a través del *Kaiser Wilhelm-Institut*, de G. Oppenheim (un joier adinerat de Frankfurt) i de H. Goldman (banquer americà —de Goldman Sachs— amb orígens a Frankfurt). Esmentat també a Friedrich & Herschbach 1998, pp. 180–181friedrich-herschbach-A2003. Stern i Gerlach agraeixen en la majoria dels seus articles el finançament de l'Institut Kaiser-Wilhelm, així com d'algunes figures de la societat civil i empreses de Frankfurt.

²⁴Mehra & Rechenberg 1982b, p. 308. Alguns dels articles que va publicar amb col·laboració amb els seus assistents mostren aquests interessos: Born & Bormann 1920; Born & Gerlach 1921. Mehra i Rechenberg no esmenten el seu interès en cristalls en aquest punt, però és reconegut que Born va

L'interès pels *feixos moleculars* li va arribar precisament a través d'Stern, que com hem dit tenia més bagatge experimental, i portava gairebé una dècada d'interès per la teoria cinètica. Born ho explica així a la seva biografia:²⁵[T82]

Les investigacions del meu departament es guiaven per una idea d'Stern. Ell volia mesurar individualment les propietats d'àtoms i molècules en gasos mitjançant feixos moleculars [...]. El primer aparell d'Stern va ser dissenyat per obtenir una mesura directa de la llei de Maxwell de distribució de velocitats, i mesurar-ne la velocitat mitjana. Vaig quedar tan fascinat per la idea, que vaig posar a la seva disposició el taller, el mecànic [Adolf Schmidt] i tots els recursos del laboratori.

Stern no dóna pistes d'on havia sorgit la seva font d'inspiració per la idea dels feixos moleculars. Sembla ser que aquesta inspiració es remunta anys enrere: en una entrevista de l'AHQP, James Franck explicava que quan va coincidir amb Stern al front (cap al 1916), aquell ja coneixia el mètode dels feixos moleculars i tenia algunes aplicacions experimentals en ment.²⁶ La memòria de Franck el traeix diverses vegades durant l'entrevista,²⁷ però aquestes afirmacions són plausibles: és fàcil que

contribuir a un millor enteniment de la cristal·lografia. Com a exemple d'aquestes contribucions, i també de la involucració parcial d'Stern, podem citar Born & Stern 1919.

²⁵Toennies et al. 2011, p. 1049.

²⁶Entrevista Thomas S. Kuhn i Maria G. Mayer a James Franck, 10 i 11 de juliol del 1962 (AIP).

²⁷Al llarg de l'entrevista dels dies 10 i 11 de juliol del 1963, el mateix Franck admet diverses vegades les llacunes de la seva memòria ("How much I really knew of Bohr here I don't know. Is here Bohr's theory mentioned?...I thought we had it in 1916 already...I can't say how it happened..." o "If this was before Stern—let me see. Now, it might be before that time, before I met Stern. I really don't know."), però sobretot ens sorprèn un passatge relacionat amb la quantització espacial, en el qual Franck es mostra totalment desubicat:

Franck: I also spoke with him about space quantization because I had also thought about it. But again absolutely not in any detail. So I thought the best thing would be iron atoms and so on. You see the whole thing was that he had thought it through and I had only a vague idea about it. So I learned a great deal by that discussion in Laon [una ciutat francesa a uns 100 km al nord-est de París] from him...And I am a little bit vague—yes, the spin was—when did the paper occur then from Uhlenbeck and Goudsmit?

Kuhn: It's 1925.

Franck: Now, how is it possible then? Of space quantization there was already something mentioned before?

Kuhn: Oh yes. The earliest mention of space quantization is really 1916... But is there any possibility that this conversation at Laon may have been at the very end of the war or even just after the war?

ja durant la guerra Stern conegués algun dels articles que Dunoyer havia publicat entre el 1911 i el 1913 sobre feixos moleculars (veure 4.3), i tingués les seves pròpies idees d'experiments potencialment interessants a portar a terme amb aquest mètode novel·los.

Unes altres reminiscències —en aquest cas les memòries escrites per Emilio Segrè— subscriuen que Stern es va implicar en els experiments de feixos moleculars ben aviat des de la seva arribada a Frankfurt.²⁸ El fet que Born citi a Stern com a font d'inspiració per involucrar-se ell mateix en aquest tipus d'experiments no fa més que enfortir aquesta posició. Va ser fruit de la casualitat que, un any i mig després, a la tardor del 1920, Walther Gerlach s'incorporés a Frankfurt per treballar a l'Institut de Física Experimental sota la direcció de Richard Wachsmuth, el laboratori del qual es trobava a una sala pròxima a les de Born.²⁹ Amb la seva arribada acabava de néixer un efímer equip que, no només verificaria la quantització espacial i el magnetó de Bohr, sinó que donaria l'impuls inicial a una implementació moderna del prometedori mètode dels feixos moleculars.

Walther Gerlach, nascut a Biebrich am Rhein el 1889, va estudiar física a la Universitat de Tübingen, graduant-se el 1911 i obtenint el títol de doctor el 1912 sota la direcció de Friedrich Paschen —“probablement el més gran espectroscopista experimental del seu temps”³⁰—, amb una tesi centrada en mesures de radiació. Va seguir treballant a Tübingen com a assistent de Paschen, habilitant-se com a *privatdozent* el 1916. Com a curiositat, Paschen i Gerlach van publicar el 1914 el seu fallit intent d'observar un efecte en les línies espectrals quan s'aplicava un camp elèctric en un vapor de mercuri.³¹ Durant la guerra va combinar la recerca amb el servei militar, i el 1917 es va desplaçar a Göttingen encara com a *privatdozent*.

Franck: No no no no!...We were both in uniform in Laon. I think it must have been around '16. I imagine '16. The end of the war was not in sight.

La proximitat d'aquest fragment de l'entrevista amb el fragment que ens interessa pel text principal fa que posem en dubte la seva fiabilitat, però com argumentem al text principal d'altres fonts acrediten aquesta versió dels fets.

²⁸Segrè 1973, pp. 220–221.

²⁹Estermann 1975, p. 662.

³⁰Aquest qualificatiu, malgrat possiblement exagerat per estar extret d'un obituari (Tolansky 1947), reflecteix bé el rol que Paschen va jugar en l'estreta relació entre les mesures espectroscòpiques de precisió i el desenvolupament de la teoria quàntica al voltant de 1910. A finals del segle XIX Paschen va participar activament en estudis experimentals i teòrics de la radiació del cos negre; al tombant de segle, juntament amb Runge van agafar el relleu de Thomas Preston en l'estudi quantitatiu de l'efecte Zeeman. Paschen també estava en estreta col·laboració amb Sommerfeld quan, el 1914, aquest buscava evidències experimentals que confirmessin les prediccions de la seva incipient teoria; Forman 2008.

³¹Paschen & Gerlach 1914, citat a du Bois 1914, pp. 873–874.

Després d'un breu *detour* a la recerca en empresa privada (a la fàbrica *Farbenfabriken Elberfeld*, on va estar entre el 1919 i el 1920) va retornar al món acadèmic incorporant-se la tardor del 1920 al laboratori experimental de Wachsmuth, a Frankfurt,³² on es va quedar fins el 1925.

El primer treball en què Gerlach es va involucrar a Frankfurt consistia en caracteritzar magnèticament àtoms de bismut: era sabut que un cristall de bismut³³ presenta un comportament altament diamagnètic, i Wachsmuth i Gerlach volien comprovar si els àtoms individuals de bismut presentaven aquesta mateixa característica, o si per contra el diamagnetisme era una propietat col·lectiva del cristall. Per aconseguir mesurar les propietats magnètiques dels àtoms de bismut individualment, la intenció era utilitzar el mètode dels *feixos moleculars*, amb els quals Gerlach havia treballat gairebé una dècada abans. Però no només això: un dels primers reptes que Wachsmuth va encarregar a Gerlach era, precisament, atènyer un gradient de camp magnètic suficientment gran per exercir una força neta sobre els àtoms de bismut.³⁴

Fent un salt cronològic —i deixant els detalls experimentals per les properes seccions—, ni Born ni Stern eren ja a Frankfurt quan va arribar l'èxit de l'experiment d'Stern-Gerlach. Quan Born havia rebut, a mitjan 1920, una invitació per anar a la Universitat de Göttingen, aquest havia iniciat una negociació amb la Universitat de Frankfurt per millorar les seves condicions i les dels seus col·legues. Tots els seus requeriments van ser satisfets, excepte la concessió d'una plaça fixa com a professor pel seu col·laborador experimental, Stern. En canvi a Göttingen, on Born també tenia forts vincles per haver-hi estudiat de més jove, sí que li garantien una plaça per al seu amic i col·lega experimental James Franck; durant la primavera del 1921 Born marxaria definitivament a Göttingen per ocupar una doble plaça de professor de física i director de l'Institut de Física Teòrica.³⁵ Tant Born com Franck es quedarien a Göttingen fins el 1933, quan l'ascensió del nazisme al poder va induir la seva emigració als Estats Units.³⁶ Stern, per la seva banda, va obtenir una plaça de professor extraordinari de física teòrica a la Universitat de Rostock, on es va traslladar durant la tardor del 1921. Dos anys més tard va moure's novament, aquesta vegada a la recentment fundada Universitat d'Hamburg, on gaudint d'una plaça de professor

³²Hentschel & Hentschel 1996, apèndix F, p. xxviii; Mehra & Rechenberg 1982a, p. 436.

³³El bismut (Bi) és un metall amb nombre atòmic 83, que es troba entre el plom i el poloni, i destaca per les seves propietats poc comunes: és el material natural més diamagnètic que existeix, el metall (sòlid a temperatura ambient) que presenta una menor conductivitat elèctrica, i és un dels pocs elements purs que presenta una anomalia de densitat semblant a la de l'aigua. Krüger et al. 2000.

³⁴Estermann 1975, p. 662.

³⁵Kemmer & Schlapp 1971, p. 21; Toennies et al. 2011, p. 1053.

³⁶Medawar & Pyke 2000.

ordinari va desenvolupar en més profunditat els mètodes experimentals dels feixos moleculars amb un laboratori especialment construït amb aquest fi,³⁷ fins que el 1933 va emigrar també als Estats Units.³⁸

Com hem dit, Gerlach es va quedar a Frankfurt, ocupant una plaça de professor extraordinari fins que el 1925 va obtenir una plaça de professor ordinari a Tübingen. El 1929 es va traslladar novament, aquesta vegada a München on es va quedar fins al final de la Segona Guerra Mundial. Contràriament als seus col·legues, Gerlach va mantenir una relació cordial amb els poders nazis: entre 1937 i 1945 va formar part del consell assessor de la *Kaiser-Wilhelm-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften* —Societat Kaiser Wilhelm pel progrés de la ciència—. Gerlach va ser també un dels físics més influents en el *Uranprojekt* o *Uranverein*, el projecte armamentístic nuclear que l'exèrcit nazi va impulsar secretament entre el 1939 i el 1945 —un emmirallament del *Manhattan Project* nord-americà. El 1943 Gerlach va esdevenir el màxim responsable del projecte; després de la derrota nazi, va ser detingut i interrogat per determinar el seu grau d'implicació en el projecte, juntament amb d'altres científics com Heisenberg o von Laue.³⁹

Malgrat que Gerlach va poder retornar a alemanya a principis del 1946 i continuar una vida acadèmica normal, la seva implicació amb el nazisme no va quedar sense conseqüències. Per exemple, quan el 1943 s'havia atorgat el Premi Nobel de Física a Otto Stern, el comitè Nobel va elidir l'experiment d'Stern-Gerlach de la descripció dels mèrits que motivaven aquest premi. Sens dubte, l'impacte científic de les investigacions d'Stern a aquelles alçades ja era significativament superior al de Gerlach, però és inevitable sospitar que s'amagava un cert pes polític en aquesta el·lisió.⁴⁰ Així mateix, malgrat que el seu nom serà repetit durant generacions de físics en l'ensenyament de la Mecànica Quàntica, Gerlach no compta —a dia d'avui— amb cap publicació internacional que reculli la seva biografia o les seves publicacions més rellevants.⁴¹ En contraposició, es poden trobar fàcilment diverses obres que narren

³⁷Toennies et al. 2011, pp. 1058–1066; Segrè 1973, p. 225.

³⁸Toennies et al. 2011, pp. 1066–1068.

³⁹Bernstein 2001.

⁴⁰Toennies et al. 2011, p. 1066 argumenten que per si sol el descobriment d'Stern i Gerlach no podia constituir motiu de premi perquè ja havia estat predit teòricament. A favor del caràcter polític d'aquesta decisió del comitè Nobel, volem fer notar que aquest era el primer Premi Nobel que s'entregava des del 1939, degut a la Segona Guerra Mundial. Com a mostra de l'efecte de la guerra sobre els premis, la cerimònia d'entrega del 1943 va tenir lloc el desembre del 1944 a l'hotel Waldorf Astoria, Nova York.

⁴¹Les dues úniques publicacions rellevants que hem pogut trobar —en alemany!— són: Bachmann & Rechenberg 1989 i R. Heinrich 1989, totes dues publicades en motiu del centenari del seu naixement.

la vida i obra de Born, Franck o Stern.⁴²

4.3 Dels feixos moleculars...

Durant tota la seva trajectòria, Stern va destacar pel seu lideratge en experiments de feixos moleculars. Si bé no en va concebre la idea original, es pot considerar que en va ser el principal impulsor, i fent ús de tècniques cada vegada més avançades i especialitzades els va portar a la seva màxima esplendor. Els precedents d'Stern en feixos moleculars no estan ben documentats. La primavera del 1911 Louis Dunoyer va publicar als *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences* de París un breu article anunciant l'èxit en l'aplicació d'aquest nou mètode.⁴³ Tal i com Mehra i Rechenberg relaten, la física havia incorporat nombrosos experiments amb feixos de partícules carregades des de les famoses investigacions de William Crookes amb el tub de raigs catòdics, el 1871.⁴⁴ El mètode de Dunoyer, però, oferia per primera vegada la possibilitat de treballar amb feixos de partícules neutrals, ja fossin àtoms o molècules.

La motivació de l'article de Dunoyer, d'entrada, sembla no tenir tantes pretensions: l'article es presenta inicialment com una verificació de la teoria cinètico-corpúscular de la matèria, postulant-se com una verificació d'aquesta teoria en els gasos, i com un complement a les experiències de Jean Baptiste Perrin, qui pocs anys abans havia comprovat experimentalment les prediccions d'Einstein del moviment Brownià en un fluid.⁴⁵ Tal i com descriu Dunoyer prescindint completament de qualsevol figura, el muntatge experimental consisteix en un tub cilíndric de vidre amb dos diafragmes, sotmès a un buit de 10^{-2} mmHg —que Dunoyer qualifica d'“excel·lent”—, en un dels extrems del qual es col·loca una petita quantitat de sodi. En escalfar-lo a 400°C, el sodi vaporitzat ocuparà completament la primera cavitat, transferint-se lentament a la segona a través de l'orifici del diafragma. Dunoyer descriu com aquest sodi es diposita lentament a les parets de la segona cavitat. Algunes molècules, però, aconseguen atravesar l'orifici del segon diafragma; aquestes seran precisament les que inicialment hagin atravesat el primer diafragma seguint una trajectòria rectilínia que uneix els dos diafragmes. Aquestes partícules també s'acabaràn dipositant a la paret posterior de la tercera cavitat. En aquest punt, Dunoyer descriu la capacitat de projectar una ombra sobre aquest dipòsit final tot inerpasant

⁴²Sobre Born: Born 1978 o Greenspan 2005; sobre Franck: Lemmerich 2011; sobre Stern: a part dels diversos articles biogràfics que hem anat citant al llarg d'aquest capítol, hi ha una biografia en alemany a Schmidt-Böcking & Reich 2011.

⁴³Dunoyer 1911a.

⁴⁴Mehra & Rechenberg 1982a, p. 433.

⁴⁵Perrin 1908.

un objecte (una vareta de vidre) en la trajectòria de les partícules que surten del segon diafragma.

Dunoyer també calcula la velocitat mitjana esperada pels àtoms de sodi a 400°C, 550 m/s, i ret comptes dels efectes de penombra degut a la no idealitat dels diafragmes. També remarca que, a diferència de la segona cavitat, a la tercera cavitat les parets laterals no mostren cap dipòsit de sodi.

I acaba:⁴⁶[T83]

Em sembla que aquesta experiència fa gairebé òbvia l'existència de molècules i de les seves trajectòries rectilínies entre dos xocs mutus. Una aparent objecció es podria presentar en el següent sentit: no pot ser que el fenomen sigui degut a un raig de vapor escapant-se en línia recta a través dels diafragmes sota l'efecte de la diferència de pressió (en realitat molt feble) que existeix entre el compartiment inferior, ple de vapor, i el compartiment superior buit? És fàcil de veure que això seria un joc de paraules. El que l'experiència prova és *la propagació rectilínia* de quelcom material que s'escapa del volum de vapor, una propagació rectilínia que els obstacles suprimeixen però no fan desviar. O dit d'altra manera: el que s'anomena *raig de gas* és quelcom essencialment turbulent després de topar-se amb un obstacle.

El 1911 és normal que Dunoyer insisteixi encara en el caràcter corpuscular que implica la interpretació del seu experiment, si bé l'atomisme i la teoria cinètica eren cada vegada més acceptats.⁴⁷

D'altra banda, no passa per alt el gran ventall de possibilitats que obre aquest muntatge experimental, tant científiques:⁴⁸[T84]

La possibilitat d'observar un feix material en el qual l'energia és d'origen completament tèrmic obre la via a un gran nombre d'investigacions, que en conjunt podríem anomenar *cinètica experimental*; per exemple la mesura simultània de l'energia cinètica que transporta aquest feix i de la seva quantitat de moviment donaria, crec, un mitjà per mesurar directament la velocitat mitjana d'agitació tèrmica.

⁴⁶Dunoyer 1911a, p. 595.

⁴⁷No hi ha una data concreta que marqui l'èxit definitiu de la teoria cinètico-corpuscular, sinó més aviat una època de transició amb certes efemèrides especialment destacables. Un dels punts d'inflexió és l'experiment del 1908 de Jean Perrin, en què verifica l'equació del moviment Brownian desenvolupada per Einstein el 1905.

⁴⁸Dunoyer 1911a, p. 595.

com tecnològiques:⁴⁹[T85]

[El mètode dels feixos moleculars] proporciona un mitjà remarcablement còmode per recobrir un elèctrode amb un dipòsit metàl·lic perfectament pur [...]

Poques setmanes després d'aquesta publicació, en seguia una altra d'anàloga a la revista *Radium*.⁵⁰ En una de les entrevistes per l'AHQP, realitzada l'11 de juliol del 1962, Thomas Kuhn interpellava James Franck sobre l'impacte dels articles de Dunoyer: Kuhn dubtava de l'adequada difusió d'aquests articles; per contra, Franck afirma que els mètodes de Dunoyer es van estendre força i eren relativament ben coneguts, fins i tot fora de França.⁵¹ Més enllà de ser una contribució més de la consolidació de la teoria cinètica, el mètode inventat per Dunoyer era innovador, simple i amb un gran potencial: seria normal esperar que hagués cridat l'atenció d'un ampli públic dins del món de la física i la química. Si busquem treballs posteriors que s'elaborin sobre el mètode de Dunoyer o almenys el citin, trobem noms com Robert W. Wood (a Baltimore, USA), Irving Langmuir (a New York), Martin Knudsen (a Copenhagen) i Jan Weyssenhoff (a Zurich). Aquests autors —els únics que hem pogut trobar relacionats amb el tema dels feixos moleculars— tenen escasses publicacions relacionades amb aquest mètode experimental, però la diversitat de localitzacions geogràfiques dels autors verifica una bona difusió de la idea de Dunoyer.

Si bé el mateix Dunoyer va ampliar aquesta recerca mínimament entre 1912 i 1913,⁵² el pare dels mètodes moleculars no va anar gaire més enllà. Wood també va utilitzar aquest mètode en investigacions relacionades amb la teoria cinètica, en concret l'estudi de la col·lisió i reflexió d'àtoms amb una paret rígida.⁵³ També té alguns articles publicats conjuntament amb Dunoyer, però aquests no tracten sobre els feixos moleculars sinó sobre la ressonància òptica en el sodi. És probable, nogensmenys, que Wood conegués amb tot detall els mètodes de Dunoyer precisament gràcies a aquesta col·laboració.⁵⁴

⁴⁹Ibid.

⁵⁰Dunoyer 1911b.

⁵¹Entrevista de Kuhn i Mayer a Frank, 10 i 11 de juliol del 1962 (AIP).

⁵²Dunoyer 1913b,c.

⁵³Wood 1915. L'implicació de Wood en aquests mètodes experimentals és esmentada també a Mehra & Rechenberg 1982a, p. 433, tot i que no queda clar si confonen parcialment l'article de Wood que hem citat amb els articles que Wood i Dunoyer van publicar junts, ja que atribueixen un ús espectroscòpic per part de Wood (veure la nota següent).

⁵⁴En relació a aquestes investigacions sobre la ressonància òptica en el sodi, els articles més rellevants que hem trobat són: Wood 1905; Dunoyer 1911c; Wood 1912; Dunoyer 1913a (); Dunoyer & Wood 1914a; Dunoyer & Wood 1914b; Dunoyer & Wood 1914c; i Wood 1916.

Knudsen i, uns anys més tard, Weyssenhoff expandeixen la recerca experimental de Wood sobre la teoria cinètica, estudiant els processos d'evaporació i condensació de cristalls (fenomen relacionat amb la capacitat d'una paret de reflectir un àtom que hi col·lisiona, així com d'absorbir-lo i reemetre'l).⁵⁵ Si bé els primers experiments de Dunoyer s'havien fet amb sodi, Wood havia canviat al mercuri en la majoria dels seus experiments; Knudsen, a part de reproduir pel seu compte els experiments amb mercuri, extén els experiments a un ampli ventall de materials, sobretot metalls: clorur d'amoni,⁵⁶ cadmi, zinc, magnesi, coure, i plata.⁵⁷

El paper de Langmuir en aquesta història dels feixos moleculars és més aviat anecdòtic, però ens serveix per tancar aquesta petita digressió. L'any 1920, Dunoyer va publicar una nota als *Comptes Rendus* rescatant fugaçment el tema dels feixos moleculars. L'única intenció d'aquest article era reclamar la prioritat de la invenció d'aquest mètode:⁵⁸ el 1916, en un article sobre la reflexió de molècules,⁵⁹ Langmuir havia sostret aquesta prioritat a Dunoyer en atribuir erròniament la idea original dels feixos moleculars conjuntament a Wood i Dunoyer. Segons Dunoyer, aquesta confusió pot ésser motivada per l'elissió de Wood a l'hora de citar la seva referència original.⁶⁰[T86] “Tot i agrair al Sr. Wood l'interès que ha mostrat per les meves experiències, lamento que no hagi citat la [meva] referència bibliogràfica.” Aquesta acusació de Dunoyer, però, té poc fonament: Langmuir sí que va citar correctament la referència bibliogràfica del primer article de Dunoyer, equivocant-se només en l'atribució de l'autoria.⁶¹

A part d'aquestes escasses referències, no hem pogut trobar més respostes documentades al nou mètode de Dunoyer. Curiosament, una altra de les poques reaccions a aquest mètode de qual en queda constància indirecta prové precisament de Tübingen: sota la supervisió de Paschen, un Gerlach acabat de doctorar va intentar reproduir els experiments del francès amb diferents metalls. Després d'un primer èxit en

⁵⁵Knudsen 1916; Weyssenhoff 1919.

⁵⁶El clorur d'amoni és un producte amb diverses aplicacions, la més important de les quals com a fertilitzant en agricultura intensiva. La seva síntesi es porta a terme mitjançant la *reacció Solvay*, descoberta el 1861 per Ernest Solvay a Bèlgica, i patentada el 1872. Aquest procés és encara vigent actualment com un dels mètodes més simples i econòmics per sintetitzar aquesta substància, essencial per l'economia agroalimentària a nivell mundial. Com és sabut, Solvay es va enriquir enormement amb les patents d'aquest procés, i va retornar part dels beneficis a la societat amb obres benèfiques o filantròpiques, d'entre les quals volem destacar la instauració dels Congressos Solvay que tant d'impacte van tenir en el desenvolupament de la teoria quàntica.

⁵⁷Knudsen 1916, en especial p. 486.

⁵⁸Dunoyer 1920.

⁵⁹Langmuir 1916.

⁶⁰Dunoyer 1920, p. 904.

⁶¹Langmuir 1916, pp. 149–150.

reproduir les experiències amb sodi, l'ampliació a d'altres metalls no va ser fructífera, de manera que Gerlach i Paschen no van publicar-ne els resultats.⁶² Possiblement la Primera Guerra Mundial té una part de responsabilitat davant l'aparent oblit del mètode de Dunoyer: en tots dos bàndols es van invertir grans esforços en la guerra, tant econòmics com personals, i la situació òbviament no va passar desapercebuda pel món científic. D'una banda, un gran nombre d'investigadors es van allistar a l'exèrcit (moltes vegades voluntàriament); d'altra banda, hi va haver una reorientació generalitzada de les investigacions científiques per enfocar-les a la maquinària bèl·lica.⁶³ A banda d'aquests motius externs, però, hi havia un motiu intrínsecament científic (o tècnic) que constitueix un factor clau per entendre la dècada que discorre entre la invenció del mètode dels feixos moleculars i el seu apogeu: la bomba de buit.

Segrè explica:⁶⁴[T87]

Cal remarcar que les tècniques de buit del 1919 eren encara primitives, comparades amb les d'avui dia, i que la simple generació d'un feix molecular consistia en si mateix una gran fita. El buit sovint s'obtenia amb una bomba de difusió, però COCONUT CHARCOAL refredat per aire líquid era encara la bomba més eficient. Grasa DE RAMSEY s'utilitzava àmpliament a les unions i per tot arreu. El buit final es testejava tot observant una descàrrega en un tub de Geissler. La pressió aconseguida estimada era d'uns 10^{-4} mm de Hg.

El salt de Dunoyer i Wood a Stern és obscur: com hem vist aquests experiments eren coneguts per tot el món —recordem que Frank afirmava que durant la Primera Guerra Mundial el mateix Stern en tenia coneixement—, però no hem trobat documentació que traci de manera explícita la transferència de coneixement fins a Stern. Novament trobem en les memòries de Segrè la informació que pot omplir aquest buit:⁶⁵[T88] “Tan bon punt va arribar a Frankfurt, Stern va començar experiments utilitzant la nova tècnica.” Sigui com sigui, és un fet que la primera publicació d'Stern des de Frankfurt versa precisament sobre un resultat obtingut amb el mètode dels feixos moleculars: “Una mesura directa de la velocitat molecular tèrmica” (*Eine*

⁶²Entrevista de Thomas S. Kuhn a Walther Gerlach, 18 i 23 de febrer del 1963 (AIP); Estermann 1975, p. 662.

⁶³Com a curiositat, si observem en detall les publicacions del mateix Louis Dunoyer, a mitjans de la dècada dels 1910 els seus interessos es desvien vers la meteorologia en detriment dels experiments sobre teoria cinètica o òptica; desconexem si aquests canvis tenen relació amb les aplicacions bèl·liques de la meteorologia, o si és fruit d'una casualitat.

⁶⁴Segrè 1973, pp. 221–222.

⁶⁵Segrè 1973, p. 222.

direkte Messung der thermischen Molekulargeschwindigkeit),⁶⁶ publicat al *Zeitschrift für Physik* amb data de recepció del 27 d'abril del 1920, poc més d'un any després de la seva incorporació a Frankfurt. En 14 mesos Stern va concebre i dissenyar l'experiment, i presentava uns resultats prou acurats —segons Stern— com per afirmar la verificació de la teoria cinètica.

L'indubtable poder de seducció d'aquest nou mètode experimental va atrapar ràpidament el supervisor d'Stern: poc després de l'aparició d'aquest article, Born es trobava totalment immers en un nou experiment de feixos moleculars, tal i com trobem reflectit en algunes cartes de l'estiu del 1920.⁶⁷ A finals de setembre, Born comunicava a la *86a reunió de la societat alemanya de recerca natural i arts* (86. *Naturforscherversammlung, Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte*), celebrada a Bad Nauheim entre el 19 i el 25 de setembre del 1920, els resultats d'una investigació inspirada en la d'Stern per mesurar el *recorregut lliure* dels àtoms en diferents condicions de pressió. Amb la col·laboració d'Elisabeth Bormann, Born havia construït un dispositiu de feixos moleculars que permetia mesurar, en diferents condicions manomètriques, el poder d'un feix d'àtoms de plata de travessar una certa distància (de l'ordre dels centímetres). Repetint les mesures amb diferents condicions de pressió, Born esperava poder ajustar els resultats experimentals a les prediccions de la teoria cinètica de Maxwell-Boltzmann. Les discrepàncies, però, pesaven massa i Born va presentar els resultats com un experiment fallit.⁶⁸ Mig any més tard, amb la plaça a Göttingen assegurada i certa pressió per tancar les seves investigacions a Frankfurt, Born escrivia a Einstein sobre les dificultats dels diferents experiments que portava mesos desenvolupant; en particular, del que acabem d'esmentar:⁶⁹[T89]

Les meves mesures del recorregut lliure encara no són satisfactòries. Ara he trobat la manera de mantenir la pressió constant en el rang d'uns pocs percentatges durant la irradiació amb plata, i també puc mesurar el gruix de les capes dipositades acuradament [amb precisió] de pocs percentatges; tot i això, encara no funciona.

Després d'aquesta carta, Born trigarà poques setmanes a traslladar-se a Göttingen, i no hem trobat més mencions ni publicacions referents a aquests experiments. Sembla ser, doncs, que es va donar per vençut.

⁶⁶Stern 1920a.

⁶⁷Carta de Born a Einstein, 16 de juliol del 1920 (Buchwald et al. 2006, doc. 75); carta de Max i Hedwig Born a Einstein, 31 de juliol del 1920 (Buchwald et al. 2006, doc. 95).

⁶⁸Born 1920.

⁶⁹Carta de Born a Einstein, 12 de febrer del 1921. Buchwald et al. 2009, doc. 47, p. 42 de la traducció anglesa.

Stern, en canvi, va acabar convertint el seu primer experiment amb feixos moleculars en un èxit rotund. A l'article de l'abril del 1920 que hem esmentat, presentava el muntatge experimental, una deducció teòrica dels resultats esperats, i l'anàlisi dels resultats experimentals. A les figures 4.1 i 4.2 mostrem dues vistes esquemàtiques del dispositiu, que n'il·lustren el concepte.

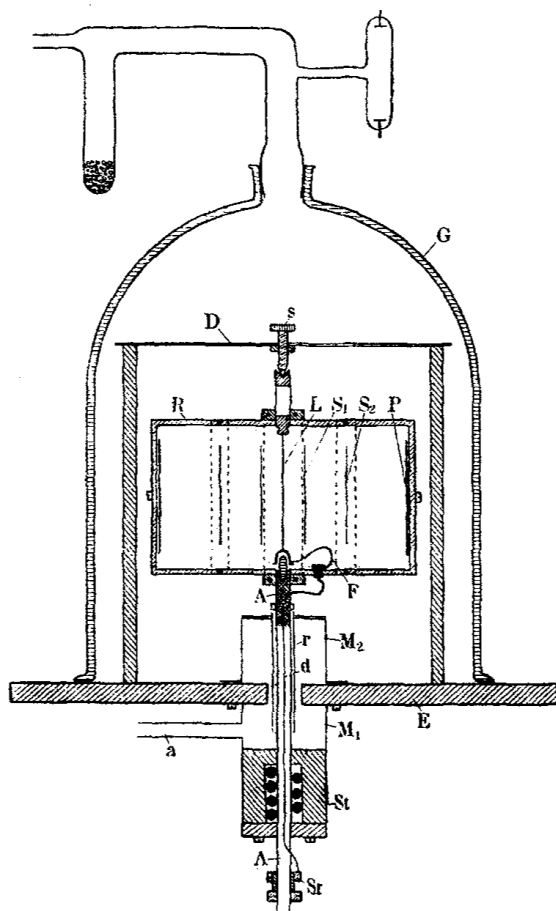


Figura 4.1: Vista esquemàtica frontal del dispositiu experimental de Stern 1920a, p. 51. A la part central observem una cambra (R) amb un filament recobert de plata (L), dos diaframes (S_1 i S_2) i una pantalla (P). El conjunt R es posa en rotació mitjançant el motor elèctric que s'observa a la part inferior de la figura. Finalment, tot el sistema es troba en una campana de buit (G), connectada a una bomba de buit per la part superior.

La idea consisteix en crear un gas unidimensional d'àtoms de plata, a una temperatura controlada. Per a fer-ho, situa al centre del dispositiu una resistència elèctrica recoberta de plata. La plata que s'evapori en escalfar la resistència queda confinada

en una regió delimitada pels diaframes S_1 . Els pocs àtoms que aconseguixin superar els diaframes S_1 i S_2 constitueixen un gas unidimensional amb una distribució de velocitats dictada per la temperatura de la resistència. Aquests feixos atòmics impacten finalment a les pantalles que es troben en els extrems oposats del dispositiu.

Si infligim una certa velocitat angular a tot el sistema, obeïnt les lleis clàssiques de la mecànica el feix atòmic es desviarà, tal i com ens mostra l'esquema de la figura 4.2.

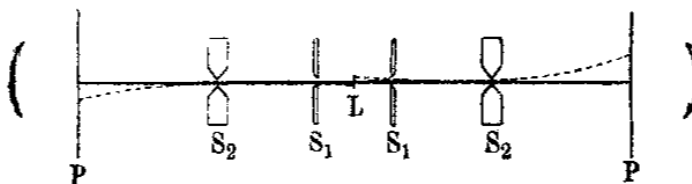


Figura 4.2: Vista esquemàtica superior del dispositiu experimental de Stern 1920a, p. 52. Observem els mateixos elements descrits a la figura 4.1, juntament amb un feix d'àtoms de plata (línia sòlida). S'hi representa també la rotació de tot el conjunt i l'efecte que aquesta rotació té sobre el feix d'àtoms (línia puntejada).

Stern desenvolupa el càlcul teòric d'aquesta desviació de dues maneres diferents: en el sistema de referència del laboratori, considerant que els àtoms mantenen la velocitat angular després de travessar l'últim diafragma; en el sistema de referència del dispositiu, en rotació, en el qual apareix una força de Coriolis. Amb els paràmetres experimentals que Stern ha escollit, la separació esperada entre el feix desviat i el feix inicial és de 6 mm, per tant fàcilment observable. De totes les eleccions —arbitràries o no— que Stern fa, però, n'hi ha una que ens interessa especialment: com a font del gas a estudiar escull un filament de platí (que farà el paper de resistència) recobert de plata. Stern justifica aquesta peculiar elecció tot citant un dels articles de Knudsen que hem vist més amunt: de tots els materials estudiats per Knudsen, la plata és el que mostrava un millor comportament a l'hora de dipositar-se sobre una superfície col·lectora. De fet, de tots els elements estudiats per Knudsen, la plata era l'element que mostrava una deposició gairebé perfecta (sense reflexió o redifusió) fins a temperatures de més de 575°C. Això fa de la plata un candidat ideal per l'experiment d'Stern.⁷⁰

Novament, la casualitat jugarà un paper clau en aquest punt: malgrat que Stern havia escollit la plata pels seus primers experiments per causes alienes als orbitals

⁷⁰Stern 1920a, p. 52. Malgrat Stern no ho especifica, considerem que s'està referint a la p. 487 de Knudsen 1916.

electrònics o la teoria quàntica, quan va arribar el moment de portar a terme l'experiment de la quantització espacial la plata va resultar ser el candidat perfecte, ja que té un únic electró de valència. Ja amb la teoria de Bohr, això significava un comportament relativament simple de l'àtom de plata; en particular, es considerava que la resta d'electrons formaven òrbites de radis menors en capes tancades i moment angular total nul, de manera que només l'electró de valència tindria efectes magnètics mesurables, almenys a primer ordre d'aproximació. Anticipant esdeveniments, a la pràctica això significa que l'orbital efectiu de la plata tenia nombre quàntic $n = 1$, pel qual s'esperava una divisió del feix en dos.

Retornem de moment al primer experiment d'Stern de feixos moleculars. Amb aquest muntatge i, tal i com ell mateix comenta, sense gaires dificultats experimentals, Stern va obtenir una velocitat mitjana d'uns 600 m/s. El valor esperat segons la teoria cinètica és de 534 m/s, corresponent a la temperatura de fusió de la plata (961°C). Stern va justificar parcialment aquesta discrepància considerant que la temperatura a la cavitat era superior, uns 1200°C, corresponent a una velocitat teòrica de 584 m/s. Fins i tot així, obtenia una discrepància lleugerament superior al 10%, però Stern va considerar el resultat tot un èxit. Sens dubte, aquesta insistència a considerar el resultat vàlid està influenciada per la seva ferma creença en el mètode emprat. Seguint els passos de Dunoyer, que com hem vist havia batejat una nova disciplina experimental a partir del seu experiment, Stern fins i tot va batejar l'aparell que tot just acabava de concebre: “espectrògraf molecular” (*Molekülspektrographen*). Sigui per bé o per mal, aquest nom no ha persistit.

Vist en perspectiva, podem dir que aquesta confiança d'Stern en l'experiment anava ben encaminada, si bé els resultats que ell jutjava correctes no ho eren del tot. En una comunicació molt breu al mateix congrés de setembre del 19120 a Bad Nauheim que ja hem esmentat,⁷¹ Stern exposa la recerca duta a terme i els resultats publicats uns mesos abans, així com un nou article que es publicarà poc després. Aquest nou article, signat el setembre però rebut pel *Zeitschrift für Physik* el 22 d'octubre del 1920, es presenta com un suplement a l'article d'abril.⁷² Sembla que entre els dos articles Einstein havia contactat amb el seu antic alumne per alertar-lo d'una incorrecció dels seus càlculs. Les cartes d'aquest suposat intercanvi no es conserven, però Stern ho esmenta com a motivació per escriure el suplement.⁷³ En

⁷¹Stern 1920b.

⁷²Stern 1920c.

⁷³En les obres completes d'Albert Einstein trobem només una referència a aquest tema: en una carta molt breu, Max von Laue li esgrimeix un càlcul sobre el factor de Boltzmann, argüint que Stern procedeix correctament. Veure també les notes adjuntes per més detalls sobre la correcció d'Einstein a Stern. Buchwald et al. 2006, doc. 91.

el seu article inicial, Stern havia emprat —correctament— el jacobià de les coordenades cilíndriques a l'hora d'integrar la distribució de velocitats; no havia tingut en compte, però, la geometria cilíndrica a l'hora de considerar la densitat de partícules a l'espai. Aquesta correcció alterava la velocitat mitjana esperada amb un factor $\sqrt{\frac{4}{3}}$, que corregeix la velocitat esperada fins a 672 m/s. La discrepància amb la mesura experimental de l'article anterior es manté, tot i que en comptes de defecte ara és per excés (recordem que la mesura era 600 m/s). Per resoldre-ho, Stern repeteix la mesura diverses vegades, obtenint respectivament 675 m/s i 643 m/s.⁷⁴

Stern acaba argumentant que les seves mesures estan relacionades amb el màxim de la distribució de velocitats de Maxwell-Boltzmann; per una determinació acurada de la distribució seria precís estudiar amb detall l'amplada i la intensitat dels dipòsits de plata.

En definitiva, l'experiment havia estat tot un èxit: Stern acabava d'inaugurar una llarga i prolífica carrera en feixos moleculars.

4.4 ...a la quantització espacial

La primera publicació d'Stern sobre el seu nou projecte experimental va ser una reacció a un article de Hartmut Kallmann i Fritz Reiche.⁷⁵ L'article de Kallmann i Reiche, signat el 26 de juliol del 1921, oferia un plantejament general de la determinació de moments magnètics i elèctrics mitjançant feixos moleculars i camps de força no homogenis.⁷⁶ La motivació dels autors, però, no arribava de preguntes tan fonamentals com es faria Stern poc després, sinó que pretenien establir el mètode dels feixos moleculars com l'eina adequada per estudiar les propietats magnètiques i elèctriques dels àtoms i les molècules a escala individual. D'alguna manera, el camí que precedeix aquest article era el dels intents d'explicar microscòpicament les forces de van der Waals, els enllaços químics o el magnetisme en sòlids i gasos.⁷⁷ Els autors ofereixen una discussió completa de la casuística, i arriben a assumir la quantització

⁷⁴Stern 1920c.

⁷⁵Fritz Reiche va néixer a München el 1883. Va doctorar-se en física sota la direcció de Max Planck a Berlin el 1907. Després d'uns anys de recerca a Breslau, va tornar a Berlin el 1912, on va esdevenir *privatdozent* el 1913. Del 1918 al 1921 va treballar al *Kaiser-Wilhelm-Institut* a Berlin, traslladant-se novament a Breslau per ocupar una càtedra de física teòrica. El 1941 va emigrar als Estats Units. Va treballar en diverses universitats de New York, entre les quals City College i NYU. Va morir el 1969 a aquesta mateixa ciutat. Mehra & Reichenberg 1982a, p. 636.

⁷⁶Kallmann & Reiche 1921.

⁷⁷Els autors citen com a motivació del seu article per exemple Debye 1920 i Pauli 1920. Veure Mehra & Reichenberg 1982a, pp. 387–389.

espacial sense fer explícita cap problematització.

En contraposició, l'article d'Stern, enviat a *Zeitschrift für Physik* un mes més tard, és un article sintètic: la seva no és una discussió de la casuística experimental ni conté complexos càlculs i aproximacions, sinó que planteja de manera directa la contraposició entre les prediccions clàssiques i quàntiques, i estableix un mètode experimental per decidir entre una o l'altra. El d'Stern és, doncs, un article programàtic.⁷⁸

El mateix Stern explica en una nota al peu de pàgina que ell i Gerlach portaven uns mesos treballant en aquest experiment, i indica que la publicació de Kallmann i Reiche només va precipitar la redacció d'aquest article, de caire preliminar.⁷⁹ Malgrat aquestes afirmacions, la data aproximada en què Gerlach es va unir a les investigacions d'Stern és difícil de reconstruir. Sabem del cert que a principis del 1921 Gerlach ja era apreciat entre els teòrics de Frankfurt. En la mateixa carta en què Born informava Einstein del seu fracàs amb la mesura del recorregut lliure atòmic, hi trobem les següents línies:⁸⁰[T90]

Ara tenim Gerlach aquí, que és realment bo: enèrgic, ben format, amb habilitats, disposat a ajudar.

Això era el 12 de febrer del 1921, però no sabem si es refereix a la col·laboració Gerlach-Stern o a mera incorporació de Gerlach a Frankfurt (al laboratori de Wachs-muth) pocs mesos abans.

En l'entrevista del projecte AHQP, Walther Gerlach va relatar amb cert detall com es va incorporar al projecte d'Stern de mesurar la quantització espacial.⁸¹ Segons aquesta entrevista, Stern portava temps amb la idea de mesurar la quantització espacial quan va convidar Gerlach a unir-s'hi. Pocs anys després d'aquesta entrevista, en el seu obituari a Stern, el mateix Gerlach contradiu aquesta versió⁸² i marca l'inici de l'interès d'Stern a l'estiu del 1921, arran de la recepció a Frankfurt de les proves d'impremta de l'article de Kallmann i Reiche. Altres referències bibliogràfiques consultades qüestionen aquesta última versió.⁸³ Nosaltres ens posicionem també a favor de la versió dels fets segons la qual Stern portava una llarga trajectòria

⁷⁸Stern 1921. Citarem la reimpressió d'aquest article, Stern 1988a, que es va publicar acompanyada d'una traducció a l'anglès, Stern 1988b.

⁷⁹Stern 1988a, p. 112.

⁸⁰Carta de Born a Einstein, 12 de febrer del 1921. Buchwald et al. 2009, doc. 47, p. 42 de la traducció anglesa.

⁸¹Entrevista de Kuhn a Gerlach, 18 i 23 de febrer del 1963 (AIP).

⁸²Gerlach 1969a.

⁸³Mehra i Rechenberg, per exemple, esmenten les dues versions però es decanten per aquesta versió; Mehra & Rechenberg 1982a, p. 437. D'altra banda, una entrevista de Thomas S. Kuhn i

amb la idea de l'experiment, i Kallman i Reiche només van provocar la publicació de l'article per un motiu estratègic: preservar la prioritat en cas de disputa científica. A manca de proves documentals concloents, però, els veritables detalls d'aquest inici de l'experiment d'Stern i Gerlach resten subjectes a especulació.

Les úniques dates realment fiables en aquest embolic són les que ens marquen els articles publicats: Kallmann i Reiche signen el seu article el 26 de juliol del 1921, que consta com a rebut pels editors dos dies després; Stern, d'altra banda, va enviar el seu primer article —tot just citat unes línies més amunt— el 26 d'agost. L'article dels de Berlin, doncs, marca un punt d'inflexió en les investigacions de Frankfurt: sigui una inspiració inicial o només una motivació extra, Kallmann i Reiche van exercir involuntàriament una pressió sobre Stern i, al seu torn, Gerlach. De fet, entre aquest primer article —que podem considerar fundacional o programàtic— d'Stern i el següent article, en què Stern i Gerlach presenten alguns resultats preliminars,⁸⁴ van passar només tres mesos; sorprenent si tenim en compte el gran repte experimental que resultava el muntatge. Per aclarir aquesta cronologia, a la taula 4.1 hem inclòs un llistat dels articles i esdeveniments més rellevants.

Aquest primer article d'Stern es pot considerar, com ja hem dit, l'article programàtic de l'experiment: en poc més de tres pàgines estableix un disseny conceptual complet, a partir del qual l'experiment no va patir grans canvis durant els mesos següents. Més endavant descriurem les dificultats tècniques del muntatge experimental, i alguns dels canvis que es van portar a terme per superar-les. L'encert i la síntesi d'aquest primer article recolzen la hipòtesi que hem defensat unes línies més amunt, segons la qual Stern ja havia treballat a fons aquestes idees abans de conèixer l'article de Kallmann i Reiche, malgrat novament no en constitueix una prova irrefutable.

Stern comença esmentant que la teoria quàntica prediu la quantització de l'orientació dels moments magnètics atòmics en el si d'un camp magnètic extern. Com a font d'aquesta predicció teòrica, Stern cita només l'*Atombau* de Sommerfeld, en concret la segona edició (del 1921). Val la pena destacar l'absència de qualsevol referència a Bohr. Però curiosament, malgrat que Stern cita només Sommerfeld, més endavant en el mateix article utilitza les prediccions de Bohr: $2n$ per un àtom amb l'electró de valència en un estat quàntic n (recordem que Sommerfeld en predeia $2n + 1$). De moment deixem aquest embolic de prediccions a un costat, i tornem al

John L. Heilbron a Alfred Landé, del 7 de març del 1963 (AIP), sembla reforçar aquesta versió (si bé cal remarcar que les memòries de Landé en relació a l'experiment d'Stern-Gerlach no són gaire precises, ja que atribueix gran part de l'esforç experimental a Peter Lertes, del qual no n'hem trobat cap altre referència).

⁸⁴Gerlach & Stern 1921.

Autors	Any	Títol
Stern	1920	Una mesura directa de la velocitat molecular tèrmica
Stern	1920	Suplement al meu treball "Una mesura directa..."
Born i Bormann	1920	Una mesura directa de la longitud del recorregut lliure d'àtoms neutres
Kallmann i Reiche	1921	Sobre el passatge de molècules a través de camps de força no homogenis
Stern	1921	Una manera experimental de demostrar la quantització espacial en camp magnètic
Stern i Gerlach	1921	La mesura experimental del moment magnètic dels àtoms de plata
Stern i Gerlach	1922	La mesura experimental de la quantització espacial en camp magnètic
Stern i Gerlach	1922	El moment magnètic dels àtoms de plata
Stern	1922	Sobre la mesura experimental de la quantització espacial en camp elèctric
Stern i Gerlach	1924	Sobre la quantització espacial en camp magnètic
Gerlach	1925	Sobre la quantització espacial en camp magnètic II
Stern	1926	Sobre el mètode dels feixos moleculars I
Knauer i Stern	1926	Sobre el mètode dels feixos moleculars II
Wrede	1927	Sobre la deflexió magnètica de feixos atòmics d'hidrogen
Wrede	1927	Sobre la deflexió de feixos moleculars de molècules dipolars elèctriques en camps elèctrics inhomogenis

Taula 4.1: Articles d'Stern i Gerlach relacionats amb l'observació de la quantització espacial. Hem inclòs alguns articles preliminars i posteriors que no tenen impacte directe en l'observació d'aquest fenomen, però que hi guarden una estreta relació, com els articles sobre el mètode experimental dels feixos moleculars. (Stern 1920a,b,c; Born & Bormann 1920; Kallmann & Reiche 1921; Stern 1921; Gerlach & Stern 1921, 1922b,a; Stern 1922; Gerlach & Stern 1924; Gerlach 1925; Knauer & Stern 1926; Wrede 1927a,b)

contingut de l'article.

Com hem vist al capítol anterior, una part de la motivació de l'experiment arribava d'una predicció no verificada fins al moment: la birefringència quàntica dels gasos (veure 3.5.1). Stern indica aquesta discrepància entre teoria i experiments, però no n'elabora els detalls; simplement proposa una altra predicció de la quantització espacial verificable experimentalment: “Hom només ha d'investigar la desviació que un feix d'àtoms experimenta en el si d'un camp magnètic adequadament inhomogèni.”⁸⁵[T91]

Tot seguit, amb quatre càlculs senzills, estableix amb claredat els patrons d'observació esperats per un feix atòmic de secció eficaç circular, tant pel cas quàntic,⁸⁶

En aquest cas [quàntic] el punt a la placa col·lectora es dividirà en dos, cada part amb la mateixa mida i la meitat de la intensitat del punt original. Per a un àtom n -quàntic, es produiran dues vegades n punts (equidistants per un gradient de camp constant). [...] En qualsevol cas, si la desviació dels àtoms amb la velocitat més probable és més gran que el radi de la secció eficaç del feix d'àtoms, hi ha d'haver un mínim a la posició del punt original.

com pel cas clàssic:⁸⁷[T92]

En presència d'un camp magnètic el punt a la placa col·lectora no més s'eixamplarà, però el màxim d'intensitat es mantindrà sempre a la mateixa posició del punt original.

La conveniència —fortuïta— de l'elecció de la plata com a element per aquests experiments es fa aquí evident: la contraposició entre la predicció clàssica i la quàntica és innegable pel cas $n = 1$.

Stern demostra un bagatge excel·lent en experiments de feixos moleculars, així com la meticulositat que el feia característic: té en compte tant els factors de mida finita del feix (secció eficaç no puntual), com la influència de la distribució de velocitats —que ell mateix havia mesurat experimentalment l'any anterior.

Acaba l'article amb un càlcul aproximat dels paràmetres experimentals necessaris per a poder distingir el cas quàntic del clàssic: una temperatura al forn de 1000°C, un imant de longitud 3.3 cm, i un gradient de camp magnètic de 10^4 G/cm.

⁸⁵Stern 1988a, pp. 111–112, 1988b, p. 114.

⁸⁶Stern 1988b, p. 115.

⁸⁷Stern 1988b, pp. 115–116.

4.5 Stern i Gerlach: una col·laboració breu

Aquesta última xifra —el valor del gradient de camp magnètic— és la que Gerlach recordava en la seva entrevista de l'AHQP, en referència a una conversa amb Stern:⁸⁸

Aleshores ell va dir: “Creus que es pot obtenir una inhomogeneïtat del camp d'uns 10^4 Oersted per cm?” I jo vaig dir-li “Això ho puc aconseguir segur, fins i tot més.” ja que, mentrestant, en connexió amb el meu experiment amb el bismut —el qual no havia abandonat—, havia intentat produir camps inhomogenis, fent servir un petit imant...

La col·laboració de l'experimental *conceptual* i l'experimental *manetes* va donar lloc a un complex muntatge capaç de complir els requeriments que Stern havia jutjat necessaris en l'article programàtic. El viatge dels àtoms de plata començava en un petit forn elèctric, d'aproximadament mig centímetre cúbic,⁸⁹ amb una obertura circular d'1 mm² de secció. Per evitar problemes d'escalfament de la resta del dispositiu, la part exterior del forn estava refrigerada amb aigua. A pocs mil·límetres de l'obertura del forn, un primer diafragma circular reduïa les dimensions del feix a $\frac{1}{20}$ mm de diàmetre. Pocs centímetres després, un segon diafragma idèntic assegurava les dimensions i la focalitat del feix. Immediatament després s'hi trobava l'imant, de 3 cm de longitud. Finalment, una placa collectora es trobava just després de l'imant i recollia, al llarg de diverses hores, l'acumulació dels àtoms de plata. La figura 4.3 mostra un esquema general d'aquests elements.

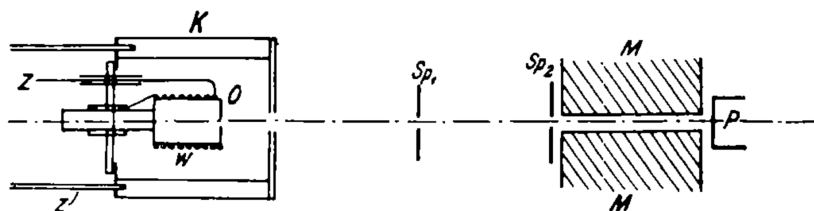


Figura 4.3: Esquema general dels diferents elements que constitueixen l'experiment d'Stern-Gerlach. D'esquerra a dreta: Z (alimentació elèctrica), W (resistència de platí), K (refrigerador), O (forn); Sp₁ i Sp₂ (diafragmes); M (imant); P (placa collectora). Figura de Gerlach & Stern 1924, p. 677.

⁸⁸Entrevista de Kuhn a Gerlach, 18 i 23 de febrer del 1963 (AIP). Citada a Mehra & Rechenberg 1982a, p. 437 (amb una errada en la data).

⁸⁹En alemany Stern i Gerlach l'anomenen *Öfchen*, que ve a ser el diminutiu de *Ofen* (forn); sovint en anglès es tradueix com a *furnace*.

Tots aquests elements, perfectament alineats, es trobaven albergats dins una campana de buit, a una pressió d'entre 10^{-4} i 10^{-5} mmHg, mantinguda per dues bombes de buit fabricades pels tècnics del propi laboratori. La inhomogeneïtat del camp magnètic s'aconseguia amb la peculiar forma de l'imant: un dels pols formava una aresta de 70° , mentre que l'altre era pla amb un esvoranc rectangular a la part central (veure figura 4.4). Les principals dificultats experimentals raïen en l'alineament dels diferents elements del muntatge (obertures, diafragmes, imant), així com en la conservació del buit durant un temps suficientment llarg per acumular un dipòsit significatiu a les plaques col·lectores.

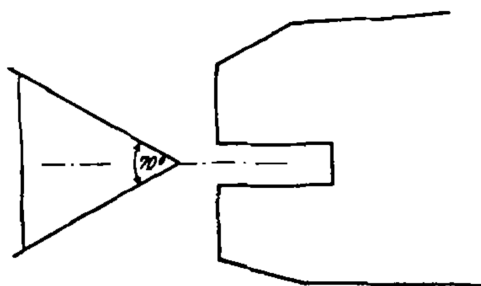


Figura 4.4: Esbós de l'asimetria dels pols de l'imant d'Stern-Gerlach. Figura de Gerlach & Stern 1924, p. 681.

Novament, els detalls tècnics d'aquests reptes i els progressos obtinguts durant els mesos següents han caigut en l'oblit absolut, i només en sobreviuen alguns comentaris o anècdotes que els protagonistes o les seves persones properes recorden. Un dels testimonis més il·lustratius d'aquestes dificultats és el de Wilhelm Schutz, estudiant de doctorat de Gerlach durant aquella època:⁹⁰[T93]

Ningú que no ho hagi viscut en primera persona és capaç d'imaginar-se com de grans eren les dificultats per establir i mantenir durant hores un buit de 10^{-5} Torr en un aparell que no es podia escalfar per no perdre l'estanqueïtat i amb un forn que escalfava la plata fins a uns 1300 K. L'aparell es referedava amb gel sec i acetona o amb aire líquid. La velocitat de succió de les bombes de prebuit de mercuri de Gaede o les bombes de buit de difusió de Volmer, era ridículament petita en comparació amb la capacitat de les bombes modernes. I també la seva fragilitat;

⁹⁰Schütz 1969, pp. 343–345.

les bombes estaven fetes de vidre i no era infreqüent que es trenquessin per l'impacte del mercuri bullint —malgrat un additiu de plom— o pel degoteig de l'aigua condensada. Aleshores es perdia el resultat de dies d'esforç per aconseguir mantenir el buit durant el procés d'escalfament del forn. Tampoc podíem estar segurs que el forn no es cremaria durant les entre quatre i vuit hores que durava el temps d'exposició. En aquest cas tant el buit com l'escalfament del forn s'havien de tornar a començar de zero.

Immanuel Estermann ho expressa més categòricament:⁹¹[T94] “Allò que avui dia seria un experiment factible per un estudiant en un laboratori avançat, aleshores estava al límit del possible.”

A les múltiples dificultats experimentals s'hi afegeix una anècdota: un dels articles que hem estat utilitzant com a font secundària es titula precisament “Stern i Gerlach: Com un mal cigar va ajudar a reorientar la física atòmica” (*Stern and Gerlach: How a bad cigar helped reorient atomic physics*). És conegut que tant Stern com Gerlach eren àvids fumadors; d'això en són prova les diverses fotografies que, al llarg de la trajectòria de les seves vides, mostren l'un o l'altre amb un cigar a les mans. El títol de l'article fa referència a una història que un dels autors va sentir directament d'Stern durant converses privades. Stern explicava sovint que en les primeres proves del muntatge experimental era impossible d'observar cap dipòsit de plata a la placa collectora, degut a que el gruix d'aquests dipòsits era pràcticament monoatòmic —malgrat la llarga durada de l'experiment. En una d'aquestes primerenques ocasions, quan Stern es va acostar la placa a la cara, el sulfur present en el seu alè va reaccionar amb el dipòsit de plata, produint sulfur de plata, d'un color característicament fosc i per tant més visible. Segons Stern, el motiu d'aquesta afortunada casualitat va ser en realitat el baix sou que cobrava, ja que no es podia permetre cigars de més qualitat —que no haurien presentat una concentració tan elevada de sofre.⁹² Els mateixos autors de l'article es qüestionen la veracitat d'aquesta versió dels fets.⁹³ Sigui com sigui, Stern i Gerlach van adoptar des de ben aviat un procediment de revelatge fotogràfic per aconseguir visualitzar els finíssims dipòsits de plata que s'aconseguien collectar després d'hores d'experimentació.

Malgrat hem dit repetidament que Stern vivia a cavall dels móns teòric i experimental, sembla ser que en aquest segon les seves capacitats eren més conceptuals que no pas pragmàtiques, tal i com es destil·la de les paraules de Born: “[Stern] no

⁹¹Estermann 1975, p. 663.

⁹²Friedrich & Herschbach 1998, pp. 178–179.

⁹³Friedrich & Herschbach 2003, pp. 57–58.

tocava mai [l'aparell], ja que ell és com jo, no gaire bo amb les seves mans.”⁹⁴[T95] En paraules de Segrè, “les habilitats d'Stern es trobaven més en la direcció de planificar i evaluar experiments que no pas en executar-los.”⁹⁵[T96] La seva implicació tangible en l'experiment no anava gaire més enllà de bufar vidre per fabricar els dispositius necessaris, un art en el qual sembla que tenia gran habilitat.⁹⁶ En realitat, gran part del mèrit del muntatge experimental se l'endú el mecànic del laboratori, Adolf Schmidt,⁹⁷ tot i que sens dubte la involucració de Gerlach també va representar un fitxatge clau.⁹⁸ Sobre el gran esforç experimental que va realitzar Gerlach, Schütz relata:⁹⁹[T97]

Era una *tasca de Sísif*,¹⁰⁰ la càrrega i responsabilitat de la qual requien sobre les espatlles del Professor Gerlach. En particular, W. Gerlach es feia càrrec dels torns de nit. Entrava cap a les 21 h amb un grapat de separates i llibres. Durant la nit llegia les correccions, escrivia articles, preparava conferències, bevia contínuament cacau o te, i fumava en grans quantitats. Quan al matí següent jo arribava a l'institut, sentir el soroll íntimament familiar de les bombes funcionant i trobar-se Gerlach encara allà, era un bon senyal: durant la nit res s'havia trencat.

El progrés experimental, doncs, era lent i feixuc. El setembre del 1921 Stern va abandonar Frankfurt per ocupar la seva plaça de professor extraordinari a Rostock.¹⁰¹ La col·laboració d'Stern i Gerlach havia durat pocs mesos, però a aquestes alçades l'experiment estava més que concebut i només feia falta algú amb prou molta i perseverança per acabar obtenint les mesures buscades. Gerlach va jugar aquest paper durant els mesos de tardor i hivern, amb trobades puntuals amb Stern —ja fos a Frankfurt, a Rostock o a algun punt intermig. La primera mesura tímidament positiva va arribar a principis de novembre: ¹⁰²[T98]

Funciona: en comptes del dipòsit circular de plata, se n'obté un d'essencialment allargat — per tant Sommerfeld [té raó].

⁹⁴Mehra & Rechenberg 1982a, p. 435.

⁹⁵Segrè 1973, p. 221.

⁹⁶Segrè 1973, p. 222. Per una altra instància del peculiar caràcter experimental d'Stern, veure Frisch 1979, pp. 41–42. Citat a Toennies et al. 2011, pp. 1059–1060.

⁹⁷Schütz 1969, p. 343; Toennies et al. 2011, p. 1049.

⁹⁸Entrevista de Kuhn a Gerlach, 18 i 23 de febrer del 1963 (AIP). Citada a Mehra & Rechenberg 1982a, p. 436 (amb una errada en la data).

⁹⁹Schütz 1969, p. 345.

¹⁰⁰Tasca repetitiva i desgastadora.

¹⁰¹Segrè 1973, p. 225.

¹⁰²Carta de Gerlach a Edgar Meyer, 6 de novembre del 1921. Citada a Gerlach 1969b, p. 472.

No és evident què significa aquí “Sommerfeld té raó”. En algun moment entre l'estiu del 1921 i l'hivern del 1922, Stern i Gerlach van familiaritzar-se amb les prediccions de Sommerfeld i Bohr —o més ben dit discrepàncies—, i van poder afegir al seu experiment una nova mesura potencialment meritòria: la distinció entre aquestes dues prediccions en cas que es confirmés la quantització espacial.¹⁰³ El moment en què aquest canvi té lloc ens és completament desconegut, i una exhaustiva recerca entre les fonts primàries no ha donat resultat. Mehra i Rechenberg esmenten una visita de Sommerfeld a Frankfurt durant els primers intents de mesurar d'aquests (segurament cap a l'estiu o tardor del 1921), però no citen la font que acredita aquesta visita.¹⁰⁴

El significat real d'aquestes paraules de Gerlach, doncs, resta un misteri per a nosaltres, si bé podem hipotetitzar amb les diferents possibilitats.¹⁰⁵ L'únic que sabem segur és que en qüestió de dies Stern i Gerlach enviaven un article conjunt al *Zeitschrift für Physik* informant d'aquesta troballa preliminar.¹⁰⁶[T99]

Les quatre experiències restants sense camp donen una marca de les dimensions geomètriques esperades de l'ordre d'uns 0,1 mm de diàmetre. Les tres experiències amb camp magnètic donen un punt allargat en la direcció z de 0,1 mm d'alt i d'entre 0,25 i 0,3 mm de llarg. L'estructura d'intensitat a dins d'aquesta banda no es pot reconèixer amb seguretat. La quantitat d'eixamplament simètric correspon a un moment magnètic per a l'àtom de plata d'aproximadament entre 1 i 2 magnetons de Bohr.

Aquesta última era l'única conclusió ferma a què podien arribar amb els resultats experimentals: “El resultat d'aquest treball és l'evidència que l'àtom de plata posseeix moment magnètic.”¹⁰⁷[T100] Per anar més enllà es necessitaven nous experiments més acurats: Stern i Gerlach havien de millorar la intensitat dels patrons observats, ja fos modificant les característiques del feix o optimitzant el procediment de processament de les plaques de col·lecció. També es van proposar determinar amb més precisió el gradient del camp magnètic en les proximitats de la vora de l'imant, per poder determinar el valor del moment magnètic atòmic. Durant les següents setmanes, van

¹⁰³Recordem que Bohr predeia $2n$ orientacions, mentre que Sommerfeld, $2n + 1$. Pel cas de la plata, com que només té un electró de valència, per l'experiment d'Stern-Gerlach s'esperaven respectivament 2 o 3 taques a la placa collectora.

¹⁰⁴Mehra & Rechenberg 1982a, p. 441.

¹⁰⁵A la secció 4.6 detallarem algunes hipòtesis i les intentarem contrastar amb les poques pistes disponibles.

¹⁰⁶Gerlach & Stern 1921, p. 111.

¹⁰⁷Gerlach & Stern 1921, p. 111.

perseguir aquests objectius, amb la dificultat de la col·laboració a distància: Stern tenia obligacions docents a Rostock i només podia desplaçar-se a Frankfurt durant els períodes de vacances —Nadal del 1921 i Pascua del 1922.

4.5.1 Refinament de l'experiment i resultats

Els canvis que va patir l'aparell experimental per acomodar-se a les millores necessàries van ser més aviat subtils, com ara la modificació de la posició i mida dels diafragmes per aconseguir més resolució angular. Una de les millores més rellevants per aconseguir incrementar la intensitat a la placa de col·lecció, va ser l'adopció d'un diafragma en forma d'escletxa en comptes de circular.¹⁰⁸

Després d'uns mesos amb Gerlach en solitari al capdavant de l'experiment, amb la visita d'Stern només durant les vacances de Nadal, a principis de febrer del 1922 Stern i Gerlach es van trobar a Göttingen per decidir el futur de l'experiment. Segons explica Estermann, el resultat d'aquell “concili” va ser categòric: “No funciona” (*Es geht nicht*). Ja hem vist que alguns físics es mostraven escèptics respecte la possibilitat d'observar la quantització espacial. Sembla ser que el desgast acumulat per les complicacions experimentals havia deixat marca en els ànims d'Stern i Gerlach. Estermann prossegueix:¹⁰⁹[T101]

Quan Gerlach estava a punt de tornar a Frankfurt, va tenir lloc una vaga de ferrocarril¹¹⁰ que el va forçar a quedar-se un dia i mig a Göttingen, i tornar amb un tren de càrrega. Durant aquest temps va reflexionar una altra vegada sobre tots els detalls i va decidir intentar-ho una última vegada. Aquesta vegada, tot va funcionar i va obtenir indicacions d'una possible separació del feix.

Gerlach va intuir que el motiu d'aquesta separació imperfecta era una mala alineació. Després de tornar a alinear l'aparell amb més precisió, va observar la separació per primera vegada. Era el matí del 8 de febrer del 1922.

Si Estermann ens dóna la versió dels fets des de Rostock, Schütz ens ofereix un relat acurat de com es va viure la troballa des de Frankfurt:¹¹¹[T102]

¹⁰⁸Entrevista de Kuhn a Gerlach, 18 i 23 de febrer del 1963 (AIP).

¹⁰⁹Estermann 1975, p. 663.

¹¹⁰La vaga de ferrocarril que esmenta Estermann va començar el 2 de febrer i es va prolongar sis dies. Aquesta vaga forma part dels forts moviments socials de protesta que van agitar Alemanya després de la Primera Guerra Mundial, en el període conegut com a República de Weimar. Gall & Pohl 1999, p. 91.

¹¹¹Schütz 1969, p. 345.

Plens d'expectació vam seguir el procés de desenvolupament [fotogràfic] i vam experimentar l'èxit d'una tasca que havia durat mesos: la primera separació d'un feix atòmic de plata en un camp magnètic inhomogeni.

Schütz personalment va ser l'encarregat d'enviar un telegrama a Stern amb les paraules:¹¹²[T103]

Bohr sí que tenia raó!

Aquest telegrama no es conserva, però la bona memòria de Schütz permet situar la descoberta en la nit del 7 al 8 de febrer.¹¹³ El mateix dia 8, Gerlach va enviar una postal a Bohr felicitant-lo per la confirmació de la seva predicció. L'anvers de la postal, que mostrem sencera a la figura 4.5 amb la traducció del text, era precisament una fotografia amb la verificació experimental de la quantització espacial.

Diverses postals similars a aquesta van ser enviades arreu. És interessant veure'n les respostes, algunes de físics que abans s'havien mostrat escèptics respecte la quantització espacial.

James Franck, per exemple, escrivia: “El més important, ara, és saber si això demostra definitivament la quantització espacial. A part de la vostra interpretació, si us plau escriviu sobre què passa realment [a l'experiment].”¹¹⁴[T104]. La resposta de Franck s'entén millor a partir de les seves pròpies memòries: sembla ser que Stern va enviar els resultats en forma d'endevinalla (“endevines què és això?”), fruit de discussions anteriors que Stern i Franck havien mantingut sobre la quantització espacial.¹¹⁵

Les respostes de Friedrich Paschen i Wolfgang Pauli expressen una recepció més optimista: el primer escrivia “Aquest experiment confirma per primera vegada l'existència dels estats [estacionaris quàntics] de Bohr.”¹¹⁶[T105], mentre que Pauli —més proper al grup de Frankfurt— feia al·lusió a l'anterior escepticisme del mateix Stern: “Esperem que això convenci de [l'existència de] la quantització espacial fins i tot a l'incrèdul d'Stern.”¹¹⁷[T106]

¹¹²Ibid.

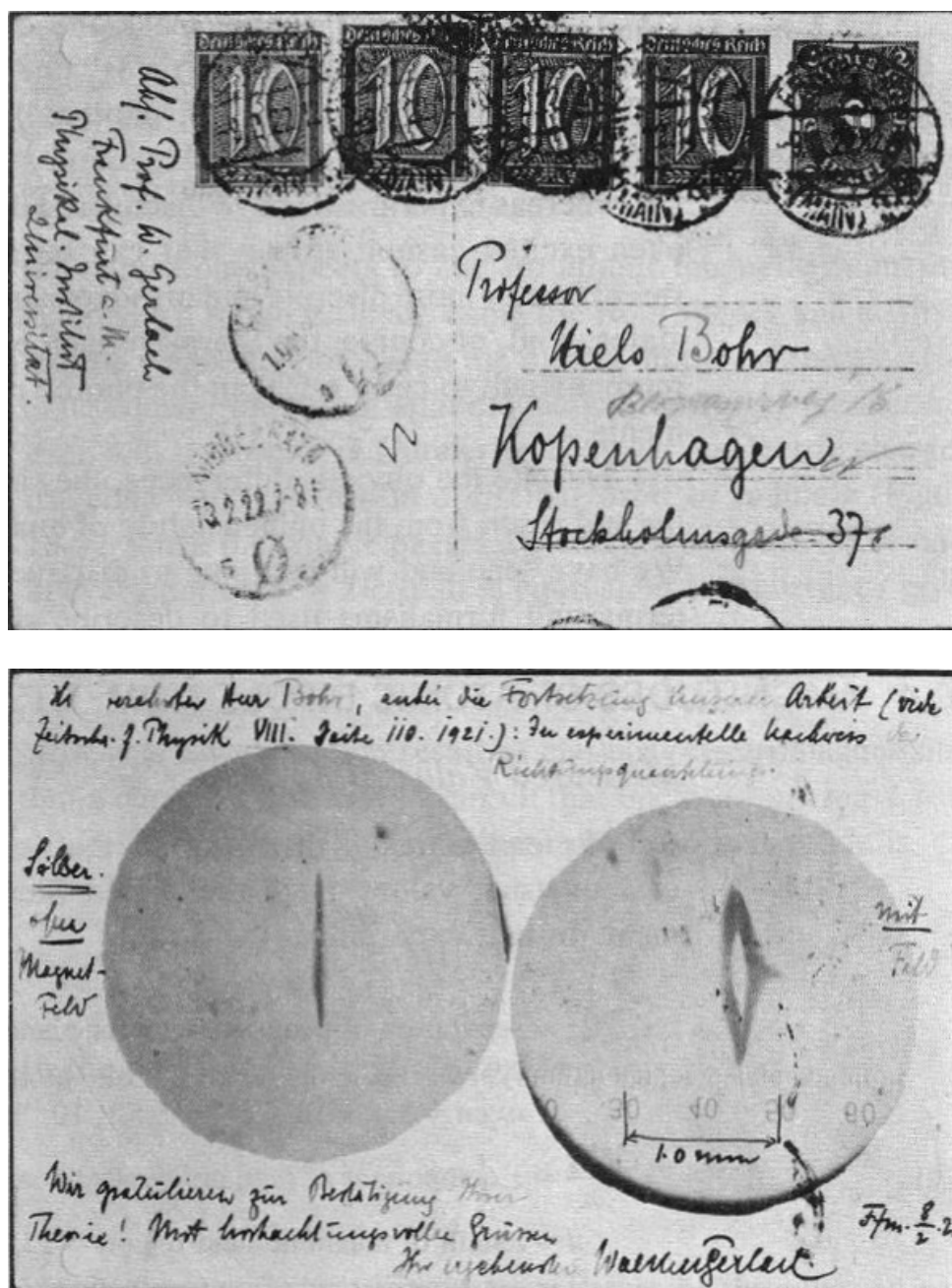
¹¹³Toennies et al. 2011, p. 1055.

¹¹⁴Carta del 15 de febrer del 1922. Citada a Gerlach 1969b.

¹¹⁵Entrevista de Kuhn i Mayer a Franck, 10 i 11 de juliol del 1962 (AIP).

¹¹⁶Carta sense data, citada a Gerlach 1969b.

¹¹⁷Carta del 17 de febrer del 1922. Citada a Gerlach 1969b.



Benvolgut Senyor Bohr, adjuntem el resultat del nostre treball (vegeu Zeitschrift f. Physik VIII, pàg. 110, 1921). La demostració experimental de la quantització espacial (plata sense i amb camp magnètic). Us felicitem per la confirmació de la seva teoria. Salutacions respectuoses, fidelment seu, Walther Gerlach (Frankfurt, 8 de febrer, 1922).

Figura 4.5: Postal enviada per Stern i Gerlach a Bohr, confirmant-li la verificació de la seva predicció de quantització espacial amb només dues orientacions. (AIP – Emilio Segrè Visual Archives).

Una carta d'Einstein a Born, enviada la primavera del 1922, també esmenta l'Stern-Gerlach com un dels temes més interessants del moment.¹¹⁸ Aquest comentari, de fet, està relacionat amb un article d'Einstein i Ehrenfest que constitueix una de les reaccions més contundents a l'experiment de Frankfurt. Analitzarem amb més detall aquest article a la secció ?? del proper capítol.

Per últim, el 18 de febrer Bohr va respondre a la postal de la figura 4.5 amb aquestes paraules: “Moltes gràcies per la seva carta amb la bonica fotografia i els significatius resultats de les seves investigacions, les quals naturalment m’han alegrat i interessat molt.”¹¹⁹[T107] Curiosament, en aquesta carta Bohr també adreça una pregunta força elemental a Gerlach, intentant assegurar-se que ha interpretat els resultats correctament:¹²⁰[T108]

Estaria molt agraït si vós o el senyor Stern em poguessin informar si el seu experiment es podria interpretar de tal manera que l'eix magnètic dels àtoms sempre estigui orientat només paral·lel o oposat al camp [magnètic], i mai perpendicular, ja que hom també pot donar arguments teòrics a favor d'aquesta última assumpció.

Sembla ser que aquí Bohr es refereix, indirectament i sense esmentar-lo, a Sommerfeld, que seria l'autor dels “arguments teòrics” a favor d'una orientació perpendicular al camp magnètic.

La resposta de Gerlach és gairebé immediata, i confirma sense ambigüïtat les esperances de Bohr:¹²¹[T109]

Els experiments anteriors han demostrat clarament que un feix d'àtoms de plata en un camp d'uns 20000 Gauss no poden tenir orientat l'eix magnètic perpendicular al camp. En realitat només podem dir que, si aquesta orientació s'arriba a produir, és extraordinàriament improbable. Així ho suggereix [l'absència] d'un feix no desviat.

Pel que fa a les publicacions, ja hem vist que Bohr i Sommerfeld són relativament tímids a l'hora de divulgar l'èxit d'aquests resultats. Bohr, per exemple, fa només

¹¹⁸Carta d'Einstein a Born, aproximadament 14 de maig del 1922. Buchwald et al. 2012, doc. 190. Hem citat el fragment rellevant d'aquesta carta al següent capítol (nota 5.2.3, pàgina 166).

¹¹⁹Carta de Bohr a Gerlach, 18 de febrer del 1922. AHQP/BSC02.

¹²⁰Ibid.

¹²¹Carta de Gerlach a Bohr, 22 de febrer del 1922. AHQP/BSC02.

breus mencions a l'experiment d'Stern-Gerlach, i sempre des d'una relativa contenció.¹²² Sommerfeld, pel seu costat, esmenta aquests resultats més directament, però no altera significativament cap aspecte de la seva teoria.¹²³

En definitiva, podem considerar que a principis del 1922 una de les principals prediccions de la quantització espacial havia quedat experimentalment verificada i, aparentment, Bohr havia guanyat aquesta petita batalla a Sommerfeld. La tasca experimental d'Stern i Gerlach, però, encara estava per completar, tal i com ells mateixos indicaven al seu primer article del 1922, on prometien una nova publicació amb més detalls “[...] tan aviat com, en base a una mesura més específica de la inhomogeneïtat del camp magnètic, poguem especificar quantitativament la magnitud del magnetó [moment magnètic].”¹²⁴[T110] A finals de febrer, Gerlach parlava a Bohr d'una nova visita d'Stern a Frankfurt amb aquest objectiu.¹²⁵ La visita va tenir lloc durant les vacances de Pasqua, que oferien a Stern un descans de les seves obligacions docents a Rostock.

El resultat de la visita d'Stern és un nou article que, per la proximitat de les dates, va aparèixer publicat juntament amb l'anterior a *Zeitschrift für Physik*. En aquest nou article Stern i Gerlach resumeixen breument el plantejament del muntatge experimental, citant els resultats anteriors, i posant de manifest la necessitat de conèixer amb detall la inhomogeneïtat del camp magnètic per a determinar el moment magnètic dels àtoms de plata. Malauradament, aquesta inhomogeneïtat, ∇H , no és pot mesurar directament. Stern i Gerlach indiquen el procediment en aquest article,¹²⁶ però deixen l'exposició més profunda dels detalls per una publicació posterior. Conceptualment el procediment és simple, però a nivell tècnic representava un repte portar-lo a terme amb suficient precisió:

- en primer lloc, cal obtenir ∇H^2 , que és proporcional a la força magnètica que sent un petit cristall de bismut situat a diferents distàncies de l'imant. La força es mesura amb una balança de precisió solidària al cristall de bismut.
- en segon lloc, cal mesurar la intensitat del camp magnètic, H , també a diferents distàncies de l'imant. Aquesta intensitat es pot mesurar amb un filament de bismut situat paral·lelament a l'aresta esmolada de l'imant, i mesurant-ne les variacions de la resistència elèctrica —fortament dependent del camp magnètic a què es sotmet el filament.

¹²²Veure 3.4.2.

¹²³Veure 3.4.1.

¹²⁴Gerlach & Stern 1922b, p. 352.

¹²⁵Carta de Gerlach a Bohr, 22 de febrer del 1922. AHQP/BSC02.

¹²⁶Gerlach & Stern 1922a, p. 353.

Una vegada mesurats H i ∇H^2 en diferents punts, a través d'un simple càlcul es pot obtenir la inhomogeneïtat del camp, (∇H) , en funció de la distància respecte l'aresta de l'imant.¹²⁷

Amb aquestes mesures, i després d'algunes consideracions per tenir en compte els efectes de la distribució de velocitats dels àtoms de plata a la sortida del forn, Stern i Gerlach són capaços de calcular la desviació estimada en funció del valor del moment magnètic dels àtoms. Obtenen així per comparació el valor del moment magnètic de l'àtom de plata en estat gasós, un valor compatible amb el previst per la teoria de Bohr (*magnetó de Bohr*) dins d'un marge d'error del 10%.¹²⁸

Aquesta explicació tan detallada la podem trobar en un extens article de finals del 1924 on, tal i com van prometre el 1922, exposen tots els detalls del seu muntatge experimental, així com una anàlisi a fons dels resultats.¹²⁹ Gerlach encara va publicar en solitari un altre article sobre el tema a principis del 1925, publicació que constitueix el punt i final de la col·laboració dels dos protagonistes d'aquest capítol: tant Stern com Gerlach van seguir treballant amb el mètode dels feixos moleculars per estudiar propietats atòmiques i moleculars de diferents elements i compostos químics, però mai més van tornar a publicar junts.¹³⁰

En aquest últim article, Gerlach presenta els resultats de l'extensió de l'estudi del moment magnètic a d'altres elements com el coure, l'or, l'estany, el níquel, el bismut, l'antimoni, el ferro, el plom i el tal·li. Gerlach ofereix una descripció detallada del muntatge experimental, seguida d'una llarga descripció dels resultats obtinguts per cadascun d'aquests elements, acompanyada d'una col·lecció de microfotografies il·lustrant les mesures.¹³¹ Gerlach també va dirigir dues tesis doctorals relacionades amb el mètode dels feixos moleculars: Wilhelm Schütz, amb una tesi sobre l'efecte magneto-òptic en camps magnètics forts,¹³² i Andries Cilliers, la tesi del qual ampliava les mesures de moment magnètic a d'altres elements.¹³³

¹²⁷Gerlach & Stern 1924, pp. 691–697.

¹²⁸Gerlach & Stern 1922a, pp. 354–355.

¹²⁹Gerlach & Stern 1924.

¹³⁰Immanuel Estermann explica que després de l'observació positiva d'Stern-Gerlach, els dos experimentals van tornar a col·laborar per intentar observar la birefringència (veure 3.5.1) en gasos amb un electró de valència (hidrogen o sodi). Segons Estermann aquestes mesures experimentals van tenir lloc a Rostock, durant una visita de Gerlach aprofitant unes vacances acadèmiques, i no van publicar-ne els resultats perquè va ser impossible observar la birefringència. Estermann 1975, p. 664; entrevista de John L. Heilbron a Immanuel Estermann, 13 de desembre del 1962 (AIP).

¹³¹Gerlach 1925.

¹³²“Magnetooptische Untersuchungen in schwachen Magnetfeldern”, defensada el 1923.

¹³³La tesi es titulava “Eine Untersuchung über die Erzeugungsmöglichkeiten von Atomstrahlen verschiedener Elemente und deren Verhalten im inhomogenen Magnetfelde”, i va ser llegida el 1924. També van presentar els resultats en una publicació conjunta, Gerlach & Cilliers 1924.

Stern, per la seva banda, va construir la seva carrera acadèmica entorn dels feixos moleculars. Si bé el seu mèrit en el descobriment d'Stern-Gerlach és menys experimental que el del seu colega, Stern sens dubte tenia les capacitats adequades per conceptualitzar muntatges experimentals que portessin la física experimental al límit del possible, i va gaudir de l'oportunitat de liderar equips d'altres persones més dotades amb les habilitats manuals que es requereixen per a un físic experimental.¹³⁴ Per la seva trajectòria i els descobriments associats al seu equip de recerca a Hamburg i Pittsburgh, Stern va rebre el premi Nobel l'any 1943.¹³⁵ Així mateix, entre els deixebles o col·legues d'Stern al llarg de la seva trajectòria hi trobem alguns noms reconeguts: Isidor I. Rabi, Emili Segré, Wolfgang Pauli i Otto R. Frisch.

4.6 Embolic històric

L'article de Friedel Weinert sobre l'experiment d'Stern-Gerlach és la primera anàlisi a fons de la relació d'aquest experiment amb el seu context teòric.¹³⁶ És per això, possiblement, que és la primera referència secundària (historiogràfica?) que assenyalava el *double error* que va convertir l'experiment d'Stern-Gerlach en un èxit, en comptes d'un fracàs o fins i tot una incògnita irresoluble. Vist així, aquest *double error* va privar l'Stern-Gerlach de ser la gota que fes vessar el got en la crisi de la teoria quàntica antiga, un rol que la història va reservar a d'altres resultats experimentals o prediccions teòriques. Però quins són aquests dos *errors* que van salvar la interpretació de l'experiment?

Weinert primer, i d'altres referències secundàries després, atribueixen a Bohr la responsabilitat d'aquesta fortuïta cancel·lació de factors: és cert que va ser Bohr qui

- en primer lloc, va excloure la possibilitat de tenir àtoms amb orbitals sense moment angular total (nombre quàntic azimutal nul, $n = 0$), ja que la trajectòria d'aquests estats implicava amb certesa una col·lisió amb el nucli atòmic, desacreditant la pretesa estabilitat dels seus models atòmics;
- en segon lloc, Bohr exclouia també els estats amb nombre quàntic equatorial nul, és a dir, estats sense moment angular entorn de l'eix privilegiat definit

¹³⁴La trajectòria d'Stern en el desenvolupament posterior del mètode dels feixos moleculars queda recollit a Segrè 1973 o Toennies et al. 2011, entre d'altres.

¹³⁵El Premi Nobel en Física del 1943 es va atorgar a Otto Stern en solitari "per la seva contribució al desenvolupament del mètode dels feixos moleculars i pel seu descobriment del moment magnètic del protó" (NP).

¹³⁶Weinert 1995.

per un camp magnètic (o elèctric) extern ($n_1 = 0$, veure figura 3.1 a la secció 3.4.2).

Aquesta segona clàusula és la responsable de predir $2n$ en comptes de $2n + 1$ orientacions; la primera clàusula, però, juga un paper tan o més essencial: ja hem vist (i era ben conegut a l'època) que la plata era una elecció ideal per tenir un sol electró de valència en un orbital S. La primera clàusula de Bohr atribueix als orbitals S un moment angular $\frac{\hbar}{2\pi}$ (en notació quàntica moderna ho denotaríem $L = 1$). Seguint el raonament contrafactual de Weinert, trobem dos *errors* que es compensen mútuament:

- Si Bohr hagués atribuït moment angular zero als orbitals S, tal i com fa actualment la Mecànica Quàntica, hauria predit per la plata la no desviació en un camp magnètic (és a dir, una única taca a la pantalla, idèntica a la taca en absència de camp magnètic).
- Si, alternativament, Bohr hagués atribuït tres possibles orientacions pels estats de moment angular 1, tal i com feia Sommerfeld (i com fa actualment la Mecànica Quàntica), hauria predit per la plata una separació en tres feixos, en comptes de dos.

Des de la perspectiva de la Mecànica Quàntica, podríem dir que és la combinació d'aquests dos *errors* que va permetre a Bohr encertar els resultats experimentals, si bé actualment es consideren falses les dues clàusules de Bohr.

Si invertim la perspectiva i intentem explicar les observacions d'Stern i Gerlach des de la Mecànica Quàntica, ens trobem novament amb dos factors que es cancel·len i coincideixen amb les prediccions de Bohr: avui dia considerem que un electró en un estat S no posseeix moment angular orbital, però l'electró té un moment angular intrínsec associat a l'espín, el qual li confereix un moment magnètic. El fet que l'espín tingui associats nombres quàntics semienters, explica la separació del feix en dos; però per poder justificar completament les observacions d'Stern-Gerlach, necessitem l'ajuda del *factor giromagnètic*, g_s , que juga un paper clau en la interacció entre l'espín i un camp magnètic. Casualment, g_s és molt proper a 2 i cancel·la l'efecte del factor 1/2 introduït per l'espín.¹³⁷ Gràcies a aquesta cancel·lació de factors gairebé perfecta, la separació dels feixos aparenta ser d'origen orbital malgrat ser realment causada per l'espín. La mesura del moment magnètic de la plata que Stern i Gerlach van fer a mitjans del 1922 per confirmar la consistència de les seves observacions era totalment compatible amb el magnetó de Bohr —dins el marge d'incertesa.

¹³⁷Veure apèndix ??.

Però fins i tot aquestes explicacions són excessivament simplistes. L'entrellat històric és més complicat que una doble o triple confusió: ens trobem davant d'un autèntic garbuix de casualitats que s'alineen per explicar la interpretació *equivoca* dels resultats d'Stern-Gerlach. I el garbuix és, no només històric, sinó també historiogràfic. Tornem a l'article de Weinert per veure aquest embolic historiogràfic. Weinert, al seu article, es contraposa a la lectura històricament errònia que fan alguns llibres de text moderns, i justifica la manca de sorpresa per part d'Stern i Gerlach a l'hora d'interpretar els resultats:¹³⁸[T111]

Els dos experimentals no podien haver estat sorpresos per l'aparició de dos punts perquè és justament el que la teoria de Sommerfeld els deia que havien d'esperar.

Aquesta predicció de Sommerfeld, que aparentment Stern i Gerlach van verificar, apareix correctament referenciada una mica abans, on Weinert cita els dos articles de Sommerfeld del 1916.¹³⁹ Recordem, però, que efectivament Sommerfeld als seus primers articles del 1916 havia predit $2n$ orientacions del moment angular (veure 3.4.1, pàgina 81). De fet, durant tot l'article Weinert omet completament les discrepàncies entre Bohr i Sommerfeld, explicant una versió simplificada —o idealitzada— de la història.

Curiosament, si Weinert hagués buscat les fonts originals citades per Stern al seu article programàtic de l'estiu del 1921, hauria descobert que alguna cosa no rutllava. Stern havia atribuït a Sommerfeld una predicció de $2n$ orientacions, però havia citat equivocadament la segona edició de l'*Atombau*, on l'autor no només havia actualitzat aquesta predicció a $2n + 1$, sinó que fins i tot havia enunciat breument la discrepància amb la predicció de Bohr. Una gran part de l'atenció d'aquest article està dirigida envers la posterior interpretació en termes de l'espín, i possiblement això resta pes als detalls de la teoria quàntica antiga, que Weinert ventila en una secció en poc més d'una pàgina.

Aquest embolic historiogràfic es complica encara més si retrocedim tres dècades abans de l'article de Weinert, fins les entrevistes que durant els anys 60 Thomas S. Kuhn i John Heilbron, entre d'altres, van portar a terme en el si del projecte AHQP. Ja hem vist algunes d'aquestes entrevistes, i n'hem utilitzat fragments per il·lustrar alguns episodis històrics. L'experiment d'Stern-Gerlach hi apareix amb certa freqüència, a vegades fins i tot amb actors no directament relacionats amb la descoberta de

¹³⁸Weinert 1995, p. 79.

¹³⁹Weinert 1995, p. 77. Els articles de Sommerfeld citats són Sommerfeld 1916b,c (zeitschrift i annalen).

Frankfurt, sovint per insistència de l'entrevistador. L'objectiu d'aquesta insistència era en realitat intentar treure l'entrellat d'una situació aparentment incomprensible.

Per exemple, en l'entrevista a Otto Laporte, del 31 de gener del 1964, Kuhn exposava:¹⁴⁰[T112]

Quan ell [Gerlach] i Stern van fer funcionar l'aparell, van obtenir un únic punt, i [Gerlach] té una carta que estava escrivint a Edgar Meyer —la major part de la qual va ser escrita la tarda abans d'engengar l'aparell; després engegen l'aparell i hi ha un postdata escrit el matí següent: “Un punt: Sommerfeld té raó.” [...] Stern marxa a Rostock i Gerlach segueix fent servir l'aparell amb un estudiant [Schutz]. “Dos punts”, diu l'estudiant. [...] Gerlach li diu a l'estudiant: “Envia un telegrama; Bohr té raó.”

L'estudiant protagonista d'aquesta escena ha estat un dels testimonis que hem utilitzat unes pàgines més enrere: Wilhelm Schutz, el qual hem vist que explicava aquesta escena amb un nivell de detall prou fiable. Deixem de banda la resposta de Laporte, ja que no ens aporta cap informació rellevant. Un any abans, trobem una pregunta similar amb Heisenberg:¹⁴¹[T113]

Ells [Stern i Gerlach] pensaven que sabien que Bohr esperava que trobarien una separació dels feixos i Sommerfeld que no la trobarien. Sommerfeld pensava que simplement trobarien un eixamplament continu, i aquesta carta, que comença un dia i continua el següent, inclou un dibuix del seu primer resultat, el qual no és una separació del feix, sinó un eixamplament del feix; i diu, per tant Sommerfeld té raó. I quan Gerlach va aconseguir millorar l'aparell mentre Stern estava a Rostock, va aconseguir la separació. Aleshores va enviar el telegrama: “Bohr té raó.”

Aquesta parrafada, amb què Kuhn exposa el trencaclosques a Heisenberg, ho deixa tot molt clar: aparentment les fonts històriques semblen indicar que Sommerfeld i Bohr es contraposaven per defensar la predicció clàssica i la quàntica, respectivament. Això, lògicament, no és el que s'esperaria, i tant Kuhn com Heisenberg ho saben bé. Després d'una breu discussió sobre l'afer amb constants “és molt estrany” o “no ho puc entendre”, l'entrevistat no pot ser més clar i directe:¹⁴²[T114]

¹⁴⁰Entrevista de Thomas S. Kuhn a Otto Laporte, 31 de gener del 1964 (AIP).

¹⁴¹Entrevista de Thomas S. Kuhn a Werner Heisenberg, 19 de febrer del 1963 (AIP).

¹⁴²Ibid.

[L']afirmació 'Sommerfeld té raó' està gairebé en contradicció directa amb el que ell [Sommerfeld] escriu als seus llibres.

I és que, com ja hem dit, segons Heisenberg “[Sommerfeld] estimava la quantització espacial.”¹⁴³[T115] Poc després els interlocutors passen a d'altres temes, deixant la discussió per inconcloent.

Kuhn és en aquests dos exemples víctima del caos d'informació (o desinformació) que el material de les fonts històriques proporciona. La història real estava emergint tímidament d'entre les ombres d'una història simplista que s'havia perpetuat durant gairebé mig segle i, tècnicament, es perpetuaria encara fins el 1995. O més enllà: encara avui dia trobem en nombrosos llibres de text una versió simplista, fins i tot falsa, d'aquests esdeveniments històrics.

La carta que esmenta Kuhn, d'altra banda, ja l'havíem vist unes pàgines més amunt, sense arribar a aprofundir en les diferents possibles explicacions. Amb suficient perspectiva històrica i historiogràfica, i tenint en compte totes les fonts que hem consultat, podem plantejar diferents hipòtesis de les quals, ja ho anticipem, no en podem demostrar cap amb certesa:

- Lògicament, una primera hipòtesi és que —per algun motiu que ens és desconegut, i desviant-se dràsticament del que semblen indicar totes les fonts fiables— Sommerfeld realment esperés un eixamplament *clàssic* del feix d'àtoms de plata.
- Una segona hipòtesi seria que Gerlach estigués confós, i no conegués bé quines eren les prediccions de Bohr i Sommerfeld. Per exemple, adscriuint el cas clàssic a Sommerfeld en contraposició al quàntic a Bohr. També és altament implausible.
- La hipòtesi més optimista seria que Stern i Gerlach coneguessin bé les prediccions de Bohr i Sommerfeld, i que Gerlach estigués interpretant el resultat preliminar del novembre del 1921 com una demostració que hi ha tres feixos —els quals per la mala resolució es fusionen en una sola taca allargada.

La tercera hipòtesi, que trobem més plausible, és compatible també amb el telegrama de febrer del 1922: Bohr té raó perquè s'observen dos feixos, en contraposició a Sommerfeld que en predeia tres.

A un altre nivell d'equívocs històrics, trobem constantment una confusió entre les prediccions de Bohr i Sommerfeld: qui predeia $2n$ i qui $2n + 1$? Com hem

¹⁴³Ibid.

dit, Stern es pot considerar un dels instigadors d'aquesta confusió, ja que en el seu article programàtic de l'estiu del 1921 atribueix la predicció de $2n$ orientacions a Sommerfeld. A les mateixes entrevistes de l'AHQP que hem citat, Thomas Kuhn ho esmenta de passada en alguna ocasió, però no obté cap resposta aclaridora i no insisteix en el tema. Tant Weinert com Friedrich i Herschbach, cauen a la trampa parada per l'error d'aquell primer article d'Stern: atribueixen a Sommerfeld una predicció de $2n$ orientacions per a un àtom amb una òrbita a l'estat n -èssim.¹⁴⁴ Com hem vist, un dels rols que l'experiment d'Stern-Gerlach va jugar va ser, precisament, una decisió final entre les prediccions de Bohr i de Sommerfeld, si bé Sommerfeld ja havia *capitulat* uns mesos abans dels resultats de Frankfurt.

Com a cloenda d'aquesta secció i de tot el capítol, volem emfatitzar la frase més transcendent, possiblement, de tot aquest episodi històric:¹⁴⁵

Bohr hat doch recht!

[Bohr sí que tenia raó!] I si la volem emfatitzar és perquè transmet l'essència d'aquest capítol, de la rebuda i interpretació de l'Stern-Gerlach, i fins i tot dels diversos malentesos que plaguen aquest episodi històric —amb tan sols una mínima modificació. Ja que, com s'ha acabat demostrant, en realitat:

Bohr hat *nicht* recht!

[Bohr *no* tenia raó!]

¹⁴⁴Weinert 1995, p. 79 es refereix únicament a Sommerfeld quan compara l'experiment amb les prediccions. Friedrich & Herschbach 1998, pp. 171–172, per la seva banda, aprofundeixen una mica més en la confusió, ja que parlen explícitament de Sommerfeld i Bohr però indistintament, és a dir, elidint la diferència en les seves prediccions.

¹⁴⁵Schütz 1969, p. 345.

Capítol 5

Conseqüències Teòriques de l'experiment d'Stern-Gerlach

5.1 Introducció

Des de l'àmbit de la física teòrica, l'única resposta explícita que el resultat d'Stern i Gerlach va suscitar és un article d'Einstein i Ehrenfest, “Quantentheoretische Bemerkung zum Experiment von Stern und Gerlach”, enviat el 21 d'agost i publicat el 16 de setembre del 1922 a *Zeitschrift für Physik*.¹ Amb un estil senzill i directe, característic de tots dos autors, l'article es marca uns objectius poc pretensiosos però, com veurem, aconsegueix incidir en els punts clau (o potser hauríem de dir punts febles) de l'avui anomenada teoria quàntica antiga. Malgrat el seu gran potencial, l'impacte d'aquest article no va ser especialment destacat: de fet, la majoria de relats històrics el negligeixen o l'esmenten de passada; i ho fan amb gran part de raó, ja que altres resultats experimentals i teòrics (o més ben dit, la discrepància entre els uns i els altres) van tenir un impacte major a l'hora de palesar que l'edifici de la teoria quàntica antiga tenia els dies comptats. L'efecte Zeeman anòmal, l'espectre de l'heli o l'estudi d'espectres sota l'efecte de camps creuats (magnètic i elèctric) són els principals protagonistes d'aquest col·lapse de la teoria quàntica antiga que s'acostumen a citar, tal i com hem vist a ??.

Un dels objectius del present capítol és rescatar l'article d'Einstein i Ehrenfest, i posar de manifest que —malgrat que *de facto* no va tenir cap impacte ni com a detonant ni com a catalitzador de la revolució que desembocaria en la Mecànica Quàntica— el contingut d'aquest article i les seves conseqüències són un reflex inapel-

¹Einstein & Ehrenfest 1922.

lable del declivi de la teoria quàntica antiga a principis dels anys 20, assenyalant algunes de les greus contradiccions que afectaven els postulats més fonamentals de la teoria. Com hem dit, són d'altres evidències experimentals i teòriques les que s'enduen tot el "mèrit" de la crisi, però dret a llei, el desafiament que planteja l'article d'Einstein i Ehrenfest es mereixeria un lloc més privilegiat en la història de la física per la seva claredat.

Que estem davant d'un maltractament històric, i no historiogràfic, ho posen de manifest les respostes a aquest article. O més ben dit: l'absència de respostes. Llevat d'una tímida reacció per part de Bohr i Smekal, l'article no va arribar mai a despertar inquietuds més enllà. I fins i tot en la discussió entre aquests autors, l'Stern-Gerlach i les seves -nefastes- conseqüències pels fonaments de la teoria semblen ocupar una posició secundària de les seves preocupacions. De fet, el maltractament històric de l'Stern-Gerlach arriba fins a l'actualitat, on la rellevància del seu descobriment (no pas exempt d'equívocs, com hem vist) queda fàcilment eclipsada per l'extravagància de l'spin de l'electró.

L'article d'Einstein i Ehrenfest que ens ocupa ha estat en més o menys mesura tractat en d'altres obres historiogràfiques. Just després d'explicar l'Stern-Gerlach, Mehra i Rechenberg estudien amb cert detall el contingut i les conseqüències de l'article d'Einstein i Ehrenfest, esmentant les respostes de Bohr i Smekal sense aprofundir-hi;² Weinert, en un dels primers articles dedicats exclusivament a analitzar l'Stern-Gerlach,³ cita l'article d'Einstein i Ehrenfest sense aprofundir més en el tema;⁴ Friedrich i Herschbach, autors dels dos articles més complets sobre l'Stern-Gerlach,⁵ esmenten l'existència de l'article d'Einstein i Ehrenfest, però tampoc en persegueixen les conseqüències;⁶ en el consagrat llibre de Jammer, l'article d'Einstein i Ehrenfest hi apareix correctament contextualitzat i les conseqüències són breument analitzades.⁷ Des d'un altre enfocament, Kragh⁸ esmenta les dificultats teòriques que va plantejar aquest article, però es centra sobretot a analitzar-ne les conseqüències per la teoria de Bohr. En una tesi monogràficament dedicada a l'experiment d'Stern-Gerlach, Trageser⁹ dedica també una subsecció a descriure detalladament

²Mehra & Rechenberg 1982a, pp. 443–445.

³Weinert 1995.

⁴Val la pena esmentar que en aquest article, Weinert comet un error quan confón Ehrenfest amb Ehrenfeld a l'hora de citar-lo.

⁵Friedrich & Herschbach 1998, 2003.

⁶El comentari que Friedrich i Herschbach fan de l'article d'Einstein i Ehrenfest es situa, a més, fora de context històric, ja que ho analitzen des de la perspectiva de la Mecànica Quàntica.

⁷Jammer 1966, p. 135.

⁸Kragh 2012, pp. 348–349

⁹Trageser 2011.

l'article que ens ocupa, però no n'analitza les conseqüències en el context de la teoria quàntica antiga. Ja per acabar, una de les anàlisis més completes la trobem a Taketani,¹⁰ on es descriu fidedignament la resposta d'Einstein i Ehrenfest i s'analitzen amb prou detall les respostes de Bohr i Smekal.

Recentment, Unna i Sauer¹¹ han publicat una nota breu analitzant aquest moment històric, i han assenyalat que els raonaments d'Einstein i Ehrenfest constitueixen un antecedent del problema de la mesura, que tant famós s'acabaria fent més endavant amb les discussions entorn de la interpretació de la Mecànica Quàntica.¹²

Començarem fent una ullada als detalls biogràfics de la relació d'amistat entre Einstein i Ehrenfest, que va acabar desembocant a la col·laboració que va donar lloc a aquest article. Tot seguit exposarem breument els continguts de l'article d'Einstein i Ehrenfest a la secció 5.3. A la secció 5.4 ens endinsarem en els detalls de la concepció del citat article, intentant reconstruir les discussions que els autors van mantenir a través dels manuscrits i les cartes que s'han conservat. A la secció 5.5 analitzarem les respostes a l'article, per part de Bohr i Smekal. Finalment, tancarem el capítol emfatitzant les conclusions més importants d'aquesta anàlisi.

5.2 Einstein i Ehrenfest: un duet a Leiden

La trobada entre Einstein i Ehrenfest a Leiden durant la primavera del 1922 no és, ni molt menys, fortuïta. El lligam entre aquests dos eminents físics és un cas exemplar d'una amistat inseparable de la col·laboració científica, en una espècie d'entrellaçament entre el món acadèmic i la vida personal.¹³ La portada del número d'abril de 2006 de la revista *Physics Today* va il·lustrar aquesta peculiar relació (figura 5.1). Per trobar-ne els orígens hem de retrocedir una dècada, fins a l'Europa dels imperis colonials.

5.2.1 Amistat

L'hivern del 1912 Paul Ehrenfest es trobava de ruta per Europa a la cerca d'una feina com a professor de física que resolgués la seva precària situació laboral a Sant Petersburg.¹⁴ El 23 de febrer arribava a Praga, aleshores part de l'Imperi Austro-

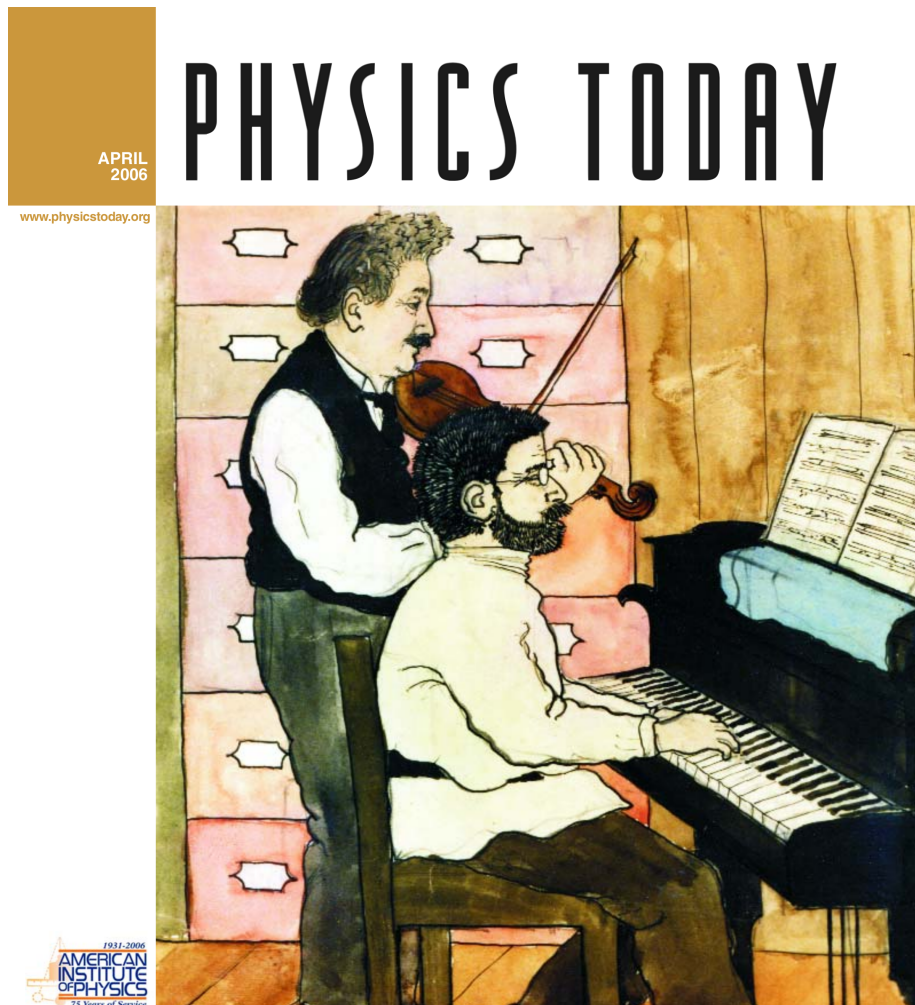
¹⁰Taketani 2001, vol. 2, pp. 193–195.

¹¹Unna & Sauer 2013.

¹²Wheeler & Zurek 1983, entre altres.

¹³Klein 1970, capítol 12, pp. 293–323.

¹⁴Klein 1970, p. 92 i capítol 8 (pp. 165–192); Huijnen & Kox 2007; Delft 2006, p. 57.



**A Leiden duet,
Einstein and Ehrenfest**

Figura 5.1: Portada del número d'abril de 2006 de la revista *Physics Today*, on apareixen il·lustrativament representats Albert Einstein i Paul Ehrenfest en una de les seves sessions musicals. La il·lustració de la portada és una aquarel·la de Marijke Kamerlingh-Onnes, neboda de Heike Kamerlingh-Onnes i germana del pintor Harm Kamerlingh-Onnes, relativament conegut a Holanda. (AIP)

húngarès, per trobar-se amb Albert Einstein¹⁵ i sondejar les perspectives d'obtenir una posició a la *Deutsche Karl-Ferdinands-Universität*,¹⁶ on Einstein exercia com a catedràtic de física teòrica. Com és ben conegut,¹⁷ la connexió entre els dos físics va ser immediata. Així ho explicava Ehrenfest a la seva esposa en una carta pocs dies després:¹⁸[T116]

He après molt aquests dies. [Einstein] és inesgotable en les seves idees i és encara més impressionant la *cohesió* del seu pensament. Estava completament equivocat sobre la seva manera de pensar: per ell tots els pensaments estan connectats en una unitat orgànica que ho abasta tot. I sense interrupció treballa en aquesta unitat des de tots els angles possibles. Per això, qualsevol comentari que jo faci instantàniament desencadena molta més significància en el seu cap que en el meu. Ell està molt content de poder discutir amb mi. Realment sembla que discutir amb mi sigui un bon estímul per a ell. Llàstima que jo estigui equivocat gairebé sempre.

En aquesta carta, tan primerenca, hi apareixen ja dues constants de la relació que establiran Einstein i Ehrenfest durant més de dues dècades: d'una banda, l'admiració recíproca (que Ehrenfest manifesta en el seu estil característic, tan expressiu, i que d'altra banda sembla intuir per part d'Einstein: “Ell està molt content de poder discutir amb mi.”); d'altra banda, la constant autocrítica d'Ehrenfest, la sensació que els seus arguments no tenen gaire valor per si sols (“Per això, qualsevol comentari que jo faci instantàniament desencadena molta més significància en el seu cap que en el meu” o “Llàstima que jo estigui equivocat gairebé sempre.”) Però la veritat és que els caràcters i la manera de pensar dels dos científics es complementaven perfectament, i la seva relació d'amistat va enfortir-se ràpidament.

L'admiració d'Einstein envers Ehrenfest, malgrat expressada de manera diferent, no era pas inferior: l'estiu del 1922, en resposta a una carta on Ehrenfest delcarava el fort vincle amistós que sentia per Einstein, aquest responia:¹⁹[T117]

Estimat Ehrenfest, necessito la teva amistat tant com tu necessites la meua, i potser fins i tot més; ja que les meves relacions personals són molt

¹⁵Klein et al. 1993. Klein 1970, p. 176 cita una postal i una carta del 12 de febrer.

¹⁶La *Karls-Ferdinand Universität* es va dividir el 1882 en dues universitats, una en alemany i l'altra en txec.

¹⁷Veure referències de la nota 14.

¹⁸Carta de Paul Ehrenfest a Tatyana Ehrenfest, 26 de febrer del 1912. Citada a Huijnen & Kox 2007; EA/EPC3, sec. 3, 133.

¹⁹Carta d'Einstein a Ehrenfest, 21 d'agost del 1922. Buchwald et al. 2012, doc. 329.

més febles i escasses que les teves, i tinc dificultats en trobar contactes personals que em facin sentir bé.

També és rellevant l'obituari que Einstein escriu pocs mesos després de la tràgica mort d'Ehrenfest, on fa referència a aquella primera trobada a Praga: “En poques hores érem amics —com si els nostres somnis i aspiracions estiguessin fets l'un per l'altre.”²⁰[T118] A nivell personal, també han trascendit el suport moral que sovint els autors es donaven per carta²¹ i algunes aficions que els dos personatges compartien, com l'art o la música —Brahms, Bach. Sens dubte, la millor representació simbòlica de l'amistat entre Einstein i Ehrenfest queda plasmada en és el seu hàbit de tocar junts violí i piano llargues estones, tal i com abans hem vist il·lustrat en la figura 5.1. Com a mostra d'aquesta amistat a tots els nivells, prenem un fragment d'una carta d'Einstein al seu amic Michelle Besso del 31 d'octubre del 1916: “Però sóc afortunat, també, ja que puc viatjar a Leiden on puc tenir la meva dosi, no només de Bach, sinó de tot altre tipus de plaers de la meva elecció.”²²[T119]

Més enllà de l'amistat, la col·laboració professional —directa o indirecta— entre Einstein i Ehrenfest va donar bons fruits a la física de principis de segle: des dels articles que Ehrenfest havia escrit uns anys abans sobre la teoria de la relativitat especial²³ fins a les col·laboracions dels anys 20 en què els dos autors ataquen diversos aspectes de la teoria quàntica antiga, sense oblidar l'episodi de la *teoria dels invariants adiabàtics*, principalment obra d'Ehrenfest però amb esporàdiques contribucions d'Einstein.²⁴

Un altre episodi remarcable és la trobada entre Einstein i Bohr, en la qual Ehrenfest va jugar un paper crucial degut al seu caràcter *sociabilitzador*, àmpliament reconegut.²⁵ Des del primer moment que va conèixer Bohr —per qui, com hem vist, també sentia una gran admiració— va intentar per activa i per passiva concertar una trobada entre les dues eminències quàntiques, empresa que va trigar gairebé sis anys a aconseguir: l'11 de desembre del 1925, en motiu de la celebració dels 50 anys del doctorat de Lorentz, Bohr i Einstein van coincidir a Leiden. Aprofitant l'ocasió,

²⁰Einstein 1934, p. 215.

²¹Sense pretendre fer un repàs exhaustiu de tots aquests episodis, citarem a títol general l'últim capítol de Klein 1970.

²²Carta d'Einstein a Michelle Besso, 31 d'octubre del 1916. Citada a Klein 1970, p. 350.

²³També és interessant el paper mediador que Ehrenfest va jugar entre Einstein i Ritz en discussions sobre la interpretació de la relativitat especial. Hollestelle 2006.

²⁴Veure 2.4.1.

²⁵Hollestelle 2006 exposa en detall diversos episodis que donen suport a aquesta imatge de l'Ehrenfest *mediador*: la *paradoxa d'Ehrenfest*, les discrepàncies entre Einstein i Ritz en la interpretació de la relativitat especial, la col·laboració Einstein – De Sitter, el naixement de la disciplina de l'*econofísica*, etc.

Ehrenfest els va convidar a casa seva per discutir sobre les seves discrepàncies en la interpretació de la teoria quàntica. Aquesta discussió i les successives que les dues figures de la física van mantenir durant les dècades posteriors (sovint il·lustrades amb les imatges de la figura 5.2) han esdevingut una efemèride en la història de la teoria quàntica.²⁶



Figura 5.2: Dues imatges de Niels Bohr i Albert Einstein al despatx de la casa d'Ehrenfest a Leiden. Aquestes fotografies són sovint utilitzades per il·lustrar les famoses discussions entre Bohr i Einstein sobre les interpretacions de la teoria quàntica. En aquests usos, però, sovint s'oblida la figura d'Ehrenfest darrere la càmera, jugant un paper decisiu però tanmateix invisible, en el que considerem una metàfora implacable de la posició d'Ehrenfest en el paisatge de la física teòrica de principis de segle.

Tornant a aquella primera trobada entre Einstein i Ehrenfest el 1912, trobem una última (o hauríem de dir primera) mostra d'aquesta ràpida connexió entre Einstein i Ehrenfest digna d'esmentar: només poques setmanes després d'haver-lo conegut, Einstein fa a Ehrenfest una suculent oferta professional, convidant-lo a succeir-lo a la Universitat de Praga (Einstein havia aconseguit una plaça a la *Eidgenössische Technische Hochschule* de Zurich). El decurs de la història, però, és molt més entortolligat: principalment per motius morals i contra la voluntat de la seva esposa i els seus amics més propers —incloent-hi ja Einstein—, Ehrenfest no va acceptar aquesta oferta.²⁷

²⁶Klein 2010; Wheeler & Zurek 1983, pp. vi–ix.

²⁷Ehrenfest va refusar l'oferta de Praga perquè les normes de l'Imperi Austrohongarès l'obligaven a recuperar la seva adscripció religiosa com a jueu, a la qual havia renunciat amb penes i treballs per tal de contraure matrimoni. Veure, per exemple, Klein 1970, p. 178[202–204]huijn-

La sort, però, havia canviat per Ehrenfest: en poques setmanes van passar per les seves mans ni més ni menys que tres ofertes: una plaça a Zurich, com a successor de Debye, per la qual Einstein va intentar intercedir, però que finalment va ser assignada a Max Laue;²⁸ una plaça de *privatdozent* a Munich, amb Sommerfeld, que quedava vacant després que Laue acceptés l'oferta de Zurich; i una tercera plaça a Leiden, com a successor de Hendrik Lorentz, sovint *coronat* patriarca de la física teòrica de principis del segle XX. Irònicament, Lorentz havia ofert la mateixa plaça a Einstein, però aquest va refusar argüint que ja havia contret un compromís ferm amb l'*ETH* de Zurich. En segona opció, i influenciat pels seus treballs recentment publicats,²⁹ Lorentz tenia en ment Paul Ehrenfest.

5.2.2 Lorentz: tancant el cercle

Lorentz i Ehrenfest s'havien conegut anys abans, el 1903, en una visita d'Ehrenfest a Leiden, encara com a estudiant. Acompanyat per Walther Ritz (amb qui havia establert amistat un parell d'anys abans a Göttingen³⁰), l'objectiu de la visita era precisament assistir a les classes dels famosos Lorentz i van der Waals. Durant la visita, que va durar gairebé dos mesos, els dos joves estudiants també van tenir l'oportunitat de visitar el laboratori de Kammerlingh Onnes, anys abans aquest no obtingués fama internacional pels seus descobriments.³¹

El contacte entre Lorentz i Ehrenfest durant aquella dècada va ser pràcticament inexistent, però Lorentz encara el recordava quan el 20 d'abril del 1912 li va escriure una carta reestablint el contacte i, dissimuladament, sondejant la seva situació professional.³² Davant la resposta d'Ehrenfest, i després de consultar a Sommerfeld l'opinió que tenia del jove físic,³³ Lorentz li va escriure de nou proposant obertament, ara sí, la plaça com a successor seu a Leiden.³⁴ Després de certs retards burocràtics, finalment Ehrenfest va ser oficialment acceptat a finals de setembre del 1912. Klein relata meravellosament l'arribada i l'adaptació dels Ehrenfest a Leiden.³⁵

kox-A2007[520]lunteren-holdestelle-A2013.

²⁸No és fins el 1913 que el seu pare, Julius Laue, és ascendit a la categoria de noblesa hereditària, afegint així el distintiu "von" davant del seu cognom. Deutsches Historisches Museum Berlin, <https://www.dhm.de/lemo/biografie/max-laue> (última consulta: novembre 2014).

²⁹Especialment (Ehrenfest & Ehrenfest 1911, p. 213 i Ehrenfest 1911).

³⁰Klein 1970, p. 41.

³¹Klein 1970, p. 45.

³²Carta de Lorentz a Ehrenfest, 20 d'abril del 1912. Citada a Klein 1970, p. 181.

³³No hem pogut trobar la carta de Lorentz a Sommerfeld, però sí la resposta de Sommerfeld, del 24 d'abril del 1912, a Lorentz 2008, pp. 353–355. Citada i traduïda a l'anglès a Klein 1970, p. 185.

³⁴Klein, pp. 181–186.

³⁵Klein 1970, capítol 9, pp. 193–216.

La relació entre Ehrenfest i Lorentz, però, s'extén molt més enllà d'aquest episodi. Tal i com les primeres cartes d'agraïment ja anticipen, Ehrenfest sentia una gran admiració i respecte per Lorentz, i amb el pas dels anys van acabar establint una relació quasi paterno-filial.³⁶ Efectivament, Lorentz havia escollit Ehrenfest —pràcticament oposat a ell pel que fa a caràcter— com a successor no només per les seves capacitats com a físic, sinó també per les seves habilitats socials i personals.³⁷ Lorentz pretenia fer de Leiden un autèntic centre internacional per la física teòrica, i amb Ehrenfest ho va aconseguir.³⁸ Sense voler entrar-hi en detall, diversos treballs posen de manifest aquest caràcter social, mediador, agregador d'Ehrenfest.³⁹

En un altre ordre d'afers, el febrer de 1911 Einstein visitava Leiden per fer-hi una xerrada, però la seva motivació principal era l'oportunitat de conèixer personalment dues grans figures de la física com Lorentz i Kamerlingh Onnes.⁴⁰ Malgrat que Einstein i Lorentz ja s'havien cartejat anteriorment, aquesta trobada marca l'inici d'una bona relació entre tots dos, així com també amb Kamerlingh Onnes. Segons relata van Delft,⁴¹ l'ambient relaxat que es respirava a les discussions de Leiden era atractiu per Einstein, mentre que els físics de Leiden estaven encantats amb la presència esporàdica d'un cervell de la talla d'Einstein. Sens dubte, però, l'admiració que Einstein sentia per aquests personatges, juntament amb l'estreta amistat amb Ehrenfest, va propiciar una alta freqüència de visites, fins i tot tenint en compte les dificultats per viatjar a causa de la Primera Guerra Mundial, entre el 1914 i el 1918, o els impediments —menors però no negligibles— que van trobar-se els físics alemanys un cop acabada la guerra.⁴²

Donada la dificultat per aconseguir les visites del sol·licitat Einstein, a finals del 1919 Ehrenfest va decidir fer un pas decisiu: el 2 de setembre, després d'haver-ho acordat amb Lorentz i Kammerlingh Onnes, li envia una emotiva carta proposant-li una plaça a Leiden.⁴³ Tot i que l'oferta tenia condicions excepcionals —dins els marges permesos a Holanda—, pocs dies després Einstein escrivia per rebutjar-la a contracor, principalment per motius de fidelitat als col·legues alemanys que

³⁶Klein 1970, pp. 211–216, 1981, p. 6.

³⁷Klein 1970.

³⁸Klein 1981, p. 6; Huijnen & Kox 2007, p. 207.

³⁹Veure Hollestelle 2006. També Klein 1981, 2010; Huijnen & Kox 2007; van Lunteren & Hollestelle 2013. Finalment, en tenim un altre exemple en la carta de Sommerfeld a Lorentz del 24 d'abril, citada a la nota 33.

⁴⁰Veure: cartes de Klein et al. 1994, doc. 19 i Klein et al. 1993 doc 242; carta d'Einstein a Lorentz, 27 de gener del 1911, Lorentz 2008, pp. 330–331.

⁴¹Delft 2006, p. 58.

⁴²Klein 1970, p. 302.

⁴³Carta d'Ehrenfest a Einstein, 2 de setembre del 1919; Buchwald et al. 2004, doc. 98. Veure també la carta d'Ehrenfest a Einstein, 10 de setembre del 1919; Buchwald et al. 2004, doc. 101.

tant havien fet per mantenir la seva posició (i els seus privilegis) al Berlin de la postguerra.⁴⁴ Altrament, sí que acceptava la invitació d'Ehrenfest per passar dues setmanes a Leiden durant aquella tardor, visita que va tenir lloc del 18 d'octubre al 2 de novembre.

Però les inquietuds d'Ehrenfest per aconseguir tenir el seu amic a prop no es donaven per vençudes. Juntament amb Lorentz i Kammerlingh Onnes van decidir fer-li una última oferta al gran geni: una plaça de *professor especial* (*bijzondere hoogleeraren*), amb un bon sou assignat i l'única obligació de visitar Leiden algunes —poques— setmanes l'any. Ehrenfest li va anticipar informalment la proposta el 24 de novembre,⁴⁵ i Lorentz va formalitzar l'oferta poques setmanes després.⁴⁶ L'acceptació d'Einstein va arribar passades les vacances, el 12 de gener.⁴⁷ En paraules del mateix Einstein, li agradava aquesta “presència a Leiden com un cometa”.⁴⁸[T120] A partir d'aquí, els preparatius es van iniciar per crear la nova plaça. Malauradament, la burocràcia va jugar novament un paper decisiu: diversos retards i malentesos van endarrerir la conferència inaugural, inicialment programada pel 5 de maig del 1920, fins al 27 d'octubre d'aquell mateix any.⁴⁹ Einstein havia entrat finalment en òrbita a Leiden.

La taula 5.1 resumeix els punts més destacats del relat que acabem de fer de la relació personal entre Ehrenfest i Einstein, i els posa en context amb d'altres esdeveniments històricament rellevants.

5.2.3 Presa de contacte

És en el context d'aquestes visites regulars d'Einstein a Leiden que trobem el punt de partida de l'article que ens ocuparà en aquest capítol (veure secció 5.3): després d'un llarg intercanvi de correspondència amb un continu estira-i-arrotonsa (no pas exempt de cert xantatge emocional per part d'Ehrenfest), aquest aconsegueix el compromís del seu col·lega.⁵⁰ La visita es va materialitzar el 29 d'abril amb l'arribada d'Einstein a Amsterdam, per assistir directament als col·loquis que —com hem vist— tenien lloc

⁴⁴Carta d'Einstein a Ehrenfest, 12 de setembre del 1919. Buchwald et al. 2004, doc. 103.

⁴⁵Carta d'Ehrenfest a Einstein, 24 de novembre del 1919. Buchwald et al. 2004, doc. 175.

⁴⁶Carta de Lorentz a Einstein, 21 de desembre del 1919. Lorentz 2008, doc. 345, pp. 518-519.

⁴⁷Carta d'Einstein a Lorentz, 12 de gener del 1919. Lorentz 2008, doc. 347, pp. 520-521.

⁴⁸Carta d'Einstein a Ehrenfest, 4 de desembre del 1919. Buchwald et al. 2004.

⁴⁹Delft 2006, p. 61. La transcripció de la conferència inaugural, “Èter i teoria de la relativitat” (*Äther und Relativitätstheorie*), està disponible a <http://www.springer.com/physics/book/978-3-642-64927-1> (última consulta: octubre 2014).

⁵⁰Veure l'intercanvi complet de cartes a Buchwald et al. 2012, docs. 45, 47, 54, 57, 77, 79, 82, 87, 114, 157 i 163, corresponents al període comprès entre el 4 de febrer i el 24 d'abril del 1922.

Data	Esdeveniment
abril 1903	Ehrenfest i Ritz visiten Leiden, on coneixen Lorentz i Kamerlingh Onnes
1905	<i>Annus mirabilis</i> : publicació dels tres famosos articles d'Einstein sobre relativitat especial, efecte fotoelèctric i moviment Brownià
1908	Articles d'Ehrenfest sobre la relativitat especial
febrer 1911	Einstein visita Leiden. Coneix Lorentz i Kamerlingh Onnes
1911	Article Ehrenfest sobre invariants adiabàtics
1911	Primer Congrés Solvay a Brussel·les
febrer 1912	Einstein i Ehrenfest es coneixen a Praga
abril 1912	Lorentz contacta Ehrenfest per oferir-li ser el seu successor
setembre 1912	Ehrenfest s'estableix a Leiden
1915	Einstein publica la Teoria General de la Relativitat
1916	Einstein visita Leiden, després de tres anys de demora per les dificultats de desplaçar-se durant la guerra
1916	Article de Bohr, fa ús del <i>principi de transformabilitat mecànica</i>
1918	Ehrenfest coneix Bohr. Estableixen amistat des del primer moment
1919	Einstein coneix Bohr
setembre 1919	Expedició d'Arthur Eddington (et al) que mesura la deflexió gravitatòria de la llum, verificant per primera vegada una de les prediccions de la teoria general de la relativitat d'Einstein
setembre 1919	Ehrenfest proposa a Einstein una plaça com a professor
octubre 1919	Einstein visita Ehrenfest i Lorentz a Leiden
desembre 1919	Ehrenfest i Lorentz ofereixen a Einstein una plaça com a <i>professor especial</i> a Leiden
gener 1920	Einstein accepta
octubre 1920	Conferència inaugural d'Einstein a Leiden
novembre 1921	Einstein visita Leiden
des 1921 – gen 1922	Ehrenfest visita Bohr a Copenhagen
abril – maig 1922	Einstein visita Leiden (gestació de l'article sobre Stern-Gerlach)
juliol 1923	Einstein visita Bohr a Copenhagen
1925	Ehrenfest aconsegueix reunir per primera vegada Bohr i Einstein, a Leiden

Taula 5.1: Principals fites en la relació d'amistat entre Einstein i Ehrenfest. Hi afegim alguns esdeveniments rellevants de la relació de cadascun d'ells amb d'altres personatges destacats en el nostre relat, com Lorentz o Bohr.

allà cada dissabte. Malgrat que no queden gaires proves documentals del contingut de les discussions portades a terme durant aquesta visita, tenim constància que va durar fins el 13 de maig, novament un dissabte.⁵¹ A partir d'aquest punt, als quaderns d'Ehrenfest, que des de finals del 1921 contenen una escassa activitat, hi trobem un petit esclat de productivitat i creativitat, en gran part relacionada amb la precessió de Larmor i l'Stern-Gerlach.⁵²

Pel cantó d'Einstein, i novament amb un altre caire expressiu, també trobem senyals d'aquest interès que l'Stern-Gerlach els havia despertat. Acabat d'arribar a Berlin, escriu una carta a Max Born posant-lo al corrent:⁵³[T121]

L'experiment d'Stern i Gerlach és el més interessant ara mateix. Les orientacions dels àtoms sense col·lisions no pot ser explicada per radiació (d'acord amb els mètodes actuals de considerar el problema). Dret a llei, una orientació hauria de persistir més de 100 anys. Ehrenfest i jo vam fer un breu càlcul. [Heinrich] Rubens considera la troballa experimental absolutament segura.

De fet, aquí Einstein ja li està revelant el contingut dels tres primers paràgrafs de la nota (§1–§3).

Retrocedint en el temps, als quaderns d'Ehrenfest hi trobem mencions d'Stern i el seu “Magnet Atome” en anotacions tan primerenques com de l'octubre i el novembre del 1921.⁵⁴ Recordem que Stern havia avançat l'exposició del mètode experimental amb què pretenia confirmar (o descartar) la quantització espacial, en un article datat de l'agost de 1921 i publicat durant aquella tardor.⁵⁵ Aquestes anotacions d'Ehrenfest, però, no passen de ser meres llistes d'idees, sense cap càlcul associat. No ens aporten més informació que la constància que, en aquella època, Ehrenfest ja era coneixedor de l'experiment proposat per Stern, i que li havia cridat l'atenció.

⁵¹El quadern ENB5-11 (AHQP/EHR15), agenda personal d'Ehrenfest, mostra les dates d'arribada i partida d'Einstein. Així mateix, al quadern ENB1-27 (AHQP/EHR04), a la pàgina oposada a les entrades 5708 i 5709 hi trobem una anotació que esmenta la visita d'Einstein: “Einstein war hier von 29 IV bis 13 V.”

⁵²Il·lustrativament, vegeu els quaderns ENB1-26 i ENB1-27 (AHQP/EHR04). Aquests dos quaderns pertanyen als “Research Notebooks” de l'arxiu Ehrenfest (EA), dedicats als problemes i càlculs relacionats amb la seva recerca científica. Veure Wheaton 1977, p. 89 per més detalls.

⁵³Carta d'Einstein a Born, aproximadament 14 de maig del 1922. Buchwald et al. 2012, doc. 190.

⁵⁴Anotació sota el títol de “Jena”, de data desconeguda però acotada entre el 6 d'octubre i el 18 d'octubre del 1921; entrada 5641, de data posterior al 8 de novembre del 1921. ENB1-26, AHQP/EHR04.

⁵⁵Stern 1921.

No podem sinó especular a l'hora de determinar com Einstein i Ehrenfest es van assabentar dels resultats d'Stern i Gerlach. Hem vist, però, que a principis de febrer Stern i Gerlach van difondre àmpliament la notícia en totes direccions, i no és d'estranyar que dues figures tan ben connectades com Einstein i Ehrenfest, n'estiguessin totalment al corrent quan Einstein va arribar a Leiden el 29 d'abril. A les últimes pàgines del quadern ENB1-26 dels quaderns de notes d'Ehrenfest hi apareix una llista de temes sota el títol “Preguntes d'Einstein” (*Einstein fragen*), datada de l'abril. Sospitem que podria correspondre a la intervenció d'Einstein al col·loqui d'Amsterdam, el dissabte 29 d'abril, o potser una llista de temes que Ehrenfest tenia pensats tractar durant la visita d'Einstein. Sigui quin sigui el cas, entre els diversos temes hi apareix de manera explícita “Crítica a l'Stern-Gerlach” (*Kritik Stern-Gerlach*).⁵⁶

5.3 Esbós de “Quantentheoretische Bemerkung zum Experiment von Stern und Gerlach”

L'article d'Einstein i Ehrenfest està estructurat en set paràgrafs que, com veurem, corresponen a diferents moments de l'anàlisi que els dos autors fan durant la primavera del 1922. Els autors comencen exposant breument els recents resultats experimentals d'Stern i Gerlach: els àtoms de plata alineen els seus moments magnètics amb el camp magnètic extern, quedant la meitat paral·lelament orientats i l'altra meitat antiparal·lelament. Els autors enuncien que es proposen atacar des d'un punt de vista teòric el procés pel qual els àtoms s'alineen.

En presència d'un camp magnètic extern, els àtoms realitzen una precessió de *Larmor*⁵⁷ al voltant de la direcció del camp magnètic, amb un angle θ que es manté constant en absència d'influències externes com absorció-emissió de radiació o col·lisions. Einstein i Ehrenfest, doncs, jutgen necessària l'existència d'aquestes influències per tal que els àtoms de plata assoleixin la condició quàntica.

La primera explicació que temptegen és l'alineació tan bon punt entren a la regió amb camp magnètic, de manera que la reorientació es realitza mitjançant un intercanvi de radiació electromagnètica. Lògicament, per aconseguir que una fracció dels àtoms s'alinein antiparal·lelament, és necessari que hi hagi, no només emissió d'energia sinó també absorció. Sota aquesta assumpció, Einstein i Ehrenfest es proposen estimar el temps que trigaria a produir-se la reorientació dels moments magnètics.

⁵⁶ENB1-26, AHQP/EHR04.

⁵⁷Veure apèndix ??.

Per a calcular aquest temps de transició entre estats quàntics, esmenten que aquest coincideix aproximadament amb el càlcul clàssic, és a dir, un dipol magnètic radiant. Citant l'article d'Einstein de 1917,⁵⁸ i considerant un camp magnètic de 10^4 gauss i l'efecte de la radiació ambiental en condicions normals de temperatura, calculen un temps d'orientació de 10^9 segons.⁵⁹ Degut a que els àtoms de plata atravessen la regió amb camp magnètic en un temps de l'ordre de 10^{-4} s, Einstein i Ehrenfest conclouen que les assumpcions preses no són suficients per retre compte de la reorientació observada experimentalment.⁶⁰

Així, proposen dues assumpcions alternatives, que anomenen *A* i *B*:

- A. “El mecanisme real és tal que els àtoms mai es troben en un estat en el qual no estiguin *totalment* quantitzats.” —que nosaltres anomenarem *hipòtesi d'Einstein-Breit*.
- B. “Sota un canvi ràpid [sobtat], l'àtom entra en estats que violen la regla quàntica de l'orientació; els ajustaments exigits per la regla quàntica es produeixen per emissió i absorció amb una velocitat de reacció que és extraordinàriament més ràpida que la de les transicions entre estats quàntics.” —que anomenarem *hipòtesi d'Ehrenfest*.

Einstein i Ehrenfest afirmen que no es pot decidir entre l'una o l'altra en el present estat de la teoria. Tot seguit passen a explicar en detall cadascuna de les dues opcions.

Discussió de l'alternativa *A*:

1. Fins i tot a dins del forn, després de cada col·lisió cada àtom de plata es troba completament quantitzat paral·lelament o antiparal·lel amb el camp magnètic *local*, per feble que aquest sigui. Després de l'última col·lisió, aquesta orientació del moment magnètic s'adapta a la direcció del camp magnètic local a través de tota la trajectòria de l'àtom.
2. En aquest procés, la fracció paral·lel/antiparal·lel vindrà estadísticament dominada per la temperatura i el camp a dins del forn, en comptes de la radiació a temperatura ambient.

⁵⁸Einstein 1917.

⁵⁹Veure 5.4.1 per més detalls sobre aquest càlcul.

⁶⁰En ordre de magnitud: la velocitat dels àtoms de plata és de l'ordre de 10^2 m/s, mentre que la longitud de l'imant és de l'ordre de pocs centímetres, és a dir 10^{-2} m. Dividint s'obté el temps d'influència del camp magnètic sobre els àtoms de 10^{-4} s.

3. En conseqüència, fins i tot camps [magnètics] febles són decisius per determinar l'orientació immediatament després de la col·lisió. Posteriorment, davant de canvis de la direcció del camp, el moment magnètic de l'àtom seguirà completament la direcció del camp independentment de la velocitat del canvi, i fins i tot quan aquest sigui més ràpid que la freqüència de rotació de Larmor.

Aprofundint en aquest darrer punt, Einstein i Ehrenfest afirmen que, de manera general, qualsevol sistema mecànic s'hauria d'ajustar a un canvi de les seves condicions externes arbitràriament ràpid, de la mateixa manera que ho fa davant un canvi lent (adiabàtic). Conclouen que això comporta una violació de les equacions mecàniques, afirmació que reforcen amb dos exemples en una nota al peu de pàgina: un pèndol al qual se li aplica un escurçament sobtat de la longitud de la corda —transformació inconcebible mecànicament—, i un àtom en un camp magnètic feble que canvia ràpidament de direcció —violant la conservació del moment angular. Curiosament, aquest segon exemple és, precisament, el cas que es considera en l'alternativa *A*.

Discussió de l'alternativa *B*:

1. Similarment, a l'interior del forn, després de cada col·lisió el moment magnètic de l'àtom s'orienta arbitràriament segons el camp feble local mitjançant intercanvi de radiació infraroja. El punt essencial d'aquesta assumpció és que el temps de transició d'un estat *no-quàntic* a un estat quàntic és ordres de magnitud més petit que el temps de transició entre estats *quàntics* (corresponent a un ajustament de l'ordre de 10^{-4} s en comptes de 10^9 s). Després de l'última col·lisió, l'orientació del moment magnètic s'ajusta quasi-adiabàticament als canvis de direcció del camp magnètic que l'àtom es troba en la seva trajectòria de vol. Aquests ajustaments quasi-adiabàtics impliquen l'intercanvi extremadament feble de radiació infraroja, de freqüència molt més petita que la freqüència de precessió de Larmor.
2. De la mateixa manera que en *A*, la distribució estadística entre les orientacions paral·leles i antiparal·leles està determinada per la temperatura i el camp a l'interior del forn.
3. Segons *B*, un gas monoatòmic d'àtoms amb moment magnètic emet i absorbeix radiació en l'espectre de longitud d'ona llarga respecte la de Larmor, de manera que amb un camp magnètic adequat podria emetre en el rang d'ones de ràdio.
4. La quantització queda sotmesa a la possibilitat d'absorbir i emetre radiació electromagnètica, quedant exclòs els sistemes purament mecànics sense càrrega elèctrica. Segons Einstein i Ehrenfest, això contradiu resultats experimentals

de calors específiques —per exemple, del diamant i de l'hidrogen molecular—, que es mostraven perfectament d'acord amb la predicció dels càlculs quàntics.

Finalment, un últim paràgraf, afegit per Ehrenfest en els últims estadis d'elaboració de l'article,⁶¹ aclareix que elideixen la discussió del punt de vista de Bohr, segons el qual sota efectes de camps *complicats* no s'assoleix una quantització completament determinada.

5.4 (Des)construcció de l'article

Els manuscrits d'Ehrenfest i les cartes que els autors van intercanviar constitueixen un material molt valuós a l'hora d'escatir el procés mental que van seguir fins a desembocar en l'article que acabem d'esbossar. Anem a submergir-nos, doncs, en un autèntic garbuix d'informació per intentar entendre amb més profunditat les conseqüències de l'article objecte d'estudi.

5.4.1 Precessió de Larmor

Si unes pàgines més amunt especulàvem sobre el moment en què Einstein i Ehrenfest van conèixer els resultats d'Stern i Gerlach, en els manuscrits d'Ehrenfest trobem una primera referència a la “rotació de Larmor” ja una setmana abans de l'arribada d'Einstein a Leiden (recordem-ho, el 29 d'abril). Mostrem aquesta entrada a la figura 5.3 juntament amb la seva transcripció.⁶² Aquesta entrada és poc més que una presa de contacte amb la precessió de Larmor: parteix de la fórmula de precessió, que cita de la tesi de Burgers.⁶³ Introduint-hi els valors utilitzats en l'experiment d'Stern i Gerlach, conclou que el període (*Umdreh Zeit*) de la precessió de Larmor per aquest cas és de $7 \cdot 10^{-11}$ s.

Gairebé un mes més tard, i en un altre quadern (ENB1-27), trobem una nova entrada dedicada íntegrament a consideracions de la rotació de Larmor pel cas de l'àtom d'hidrogen (figura 5.4).⁶⁴ Novament, creiem que aquest tipus de consideracions no van aportar gran cosa al contingut de l'article, més enllà de les imatges mentals necessàries per comprendre el fenomen de precessió i la successiva orientació del moment magnètic.

⁶¹Veure secció ??.

⁶²Entrada 5698, ENB1-26, AHQP/EHR04.

⁶³Burgers 1918.

⁶⁴ENB1-27, AHQP/EHR04. Volem fer notar una petita errada en els càlculs d'aquesta figura, on la freqüència de l'últim terme sinusoidal de la coordenada y hauria de contenir un signe negatiu en comptes de positiu.

22 IV 1922

5698 Larmor Rotation

$$\gamma = \frac{eM}{2mc} \quad (\text{Burgers pag 102, 175})$$

$$\frac{e}{mc} = \frac{5.4 \times 10^{17} \text{ cm}^{3/2} \text{ g}^{-1/2} \text{ s}^{-1}}{3 \times 10^{10} \text{ cm sec}^{-1}} = 1.8 \times 10^7 \cdot \text{cm}^{1/2} \text{ g}^{-1/2}$$

$$M = 10.000 \text{ Gauss} = 10^4 \cdot \text{cm}^{1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ sec}^{-1}$$

$$\frac{eM}{2mc} = \frac{10.000}{2} \cdot 1.8 \times 10^7 \text{ sec}^{-1} = 0.9 \times 10^{11} \text{ sec}^{-1}$$

$$\text{Umdreh zeit: } \frac{2\pi}{\gamma} = \frac{6.2}{0.9} \times 10^{-11} \text{ sec}$$

$$= 7 \times 10^{-11} \text{ sec.}$$

(bei 10.000 Gauss)

22 IV 1922

5698 Larmor Rotation

$$\gamma = \frac{eM}{2mc} \quad (\text{Burgers pag 102, 175})$$

$$\frac{e}{mc} = \frac{5.4 \times 10^{17} \text{ cm}^{3/2} \text{ g}^{-1/2} \text{ s}^{-1}}{3 \times 10^{10} \text{ cm sec}^{-1}} = 1.8 \times 10^7 \cdot \text{cm}^{1/2} \text{ g}^{-1/2}$$

$$M = 10000 \text{ Gauss} = 10^4 \text{ cm}^{-1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ sec}^{-1}$$

$$\frac{eM}{2mc} = \frac{10000}{2} \cdot 1.8 \times 10^7 \text{ sec}^{-1} = 0.9 \times 10^{11} \text{ sec}^{-1}$$

$$\text{Umdreh Zeit: } \frac{2\pi}{\gamma} = \frac{6.2}{0.9} \times 10^{-11} \text{ sec}$$

$$= 7 \times 10^{-11} \text{ sec}$$

(bei 10000 Gauss)

Figura 5.3: Manuscrits d'Ehrenfest. Càlculs de l'entrada 5698, quadern amb els càlculs de la "rotació de Larmor", i la corresponent transcripció.

(5709)

Wasserstoff - Elektron

in H. Feld. Larmor Rotation $\gamma = \frac{eM}{2mc}$ Magn. Feld in Gauss

$$\frac{e}{mc} = 1.8 \times 10^7 \text{ cm}^{1/2} \text{ g}^{-1/2}$$

$$x = a \cos \psi \cos \omega t \cdot \cos \gamma t - a \cdot \sin \omega t \cdot \sin \gamma t$$

$$y = a \cos \psi \cos \omega t \sin \gamma t + a \cdot \sin \omega t \cos \gamma t$$

$$z = a \sin \psi \cos \omega t$$

$$x = a \cos \psi \frac{1}{2} \{ \cos(\omega + \gamma)t + \cos(\omega - \gamma)t \}$$

$$+ a \frac{1}{2} \{ \cos(\omega + \gamma)t - \cos(\omega - \gamma)t \}$$

$$y = a \cos \psi \frac{1}{2} \{ \sin(\omega + \gamma)t - \sin(\omega - \gamma)t \}$$

$$+ a \frac{1}{2} \{ \sin(\omega + \gamma)t + \sin(\omega - \gamma)t \}$$

$$z = a \sin \psi \cos \omega t$$

5709 Wasserstoff - Elektron in H. Feld Larmor Rotation

$$\gamma = \frac{eM}{2mc} \quad \text{Magn. Feld in Gauss}$$

$$\frac{e}{mc} = 1.8 \times 10^7 \text{ cm}^{1/2} \text{ g}^{-1/2}$$

$$x = a \cos \psi \cos \omega t \cdot \cos \gamma t - a \cdot \sin \omega t \cdot \sin \gamma t$$

$$y = a \cos \psi \cos \omega t \sin \gamma t + a \cdot \sin \omega t \cdot \cos \gamma t$$

$$z = a \sin \psi \cos \omega t$$

$$x = a \cos \psi \frac{1}{2} \{ \cos(\omega + \gamma)t + \cos(\omega - \gamma)t \}$$

$$+ a \frac{1}{2} \{ \cos(\omega + \gamma)t - \cos(\omega - \gamma)t \}$$

$$y = a \cos \psi \frac{1}{2} \{ \sin(\omega + \gamma)t - \sin(\omega - \gamma)t \}$$

$$+ a \frac{1}{2} \{ \sin(\omega + \gamma)t + \sin(\omega - \gamma)t \}$$

$$z = a \sin \psi \cos \omega t$$

Figura 5.4: Manuscrits d'Ehrenfest. Entrada 5709 amb la corresponent transcripció. Equacions detallades de la trajectòria d'un electró (d'un àtom hidrogenoide) en el si d'un camp magnètic.

Si ens posem escrupolosos amb la cronologia, ens adonarem que l'entrada 5709 (figura 5.4) és posterior a la visita d'Einstein. De fet, més endavant analitzarem en detall cert contingut de les notes d'Ehrenfest que és anterior a aquesta entrada, i que en canvi sembla trobar-se en un estadi molt més avançat de la discussió. És per això que volem remarcar que la cronologia de les notes manuscrites d'Ehrenfest és poc lineal, sovint amb referències creuades o amb inversions temporals. En particular, és rellevant que el 23 d'abril del 1922 (això és un dia després de l'entrada 5698 de la figura 5.3) Ehrenfest estrena un nou quadern de notes: durant unes setmanes utilitzarà simultàniament tots dos quaderns (ENB1-26 i ENB1-27), afegint una mica més de caos a la ja habitualment complexa tasca de datar les entrades dels manuscrits.⁶⁵

Els resultats rellevants arriben més tard: l'entrada 5714 i els càlculs en la pàgina oposada, sense número d'entrada (que podem datar entre el 20 i el 21 de maig), mostren el guix de consideracions que permeten obtenir el temps d'orientació dels moments magnètics en el si del camp magnètic no uniforme. Podem anticipar que aquests són els càlculs que, sense haver estat mai explícitament publicats, donen suport a les conclusions del paràgraf §3 de l'article d'Einstein i Ehrenfest. Però vegem-los amb més detall.

La pàgina esquerra de la figura 5.1 parteix de la potència radiada per una càrrega accelerada, en unitats *cgs*. Amb uns canvis de variables simples (i amb alguna omisió irrelevant), ho posa en relació amb l'acceleració de la coordenada considerada. La resta de la pàgina està dedicada a altres consideracions, que explicarem més endavant; el càlcul segueix a la dreta, a l'entrada 5714. Recupera les dades de la freqüència de Larmor pel cas de l'àtom hidrogenoide i els paràmetres d'Stern i Gerlach, i calcula la potència radiada. Val la pena emfatitzar que Ehrenfest considera que l'orientació inicial del moment magnètic és perpendicular al camp magnètic exterior, de manera que està calculant una fita superior al temps d'orientació (o simplement l'ordre de magnitud).

Tot seguit, calcula la quantitat d'energia que el sistema ha d'alliberar per tal d'alinejar-se. Amb el quocient de l'energia i la potència radiada, obté l'invers del temps d'alineament —pel qual novament omet les unitats. En definitiva, però, el resultat obtingut és $6 \cdot 10^{11}$ s per atènyer l'orientació. Aquest és el resultat que citen a l'article quan esmenten que es necessiten uns 10^{11} s per orientar els moments magnètics *considerant només emissió*.⁶⁶[T122]

Tornant a la pàgina esquerra de la mateixa figura, a la part inferior trobem el segon càlcul rellevant. Fent ús dels coeficients d'absorció i emissió que Einstein havia

⁶⁵Un exemple de les confusions de datació d'Ehrenfest el trobem a la nota 83 de la pàgina 179.

⁶⁶Einstein & Ehrenfest 1922, p. 32.

Abraham:

$$-\frac{dW}{dt} = \frac{2}{3c^3} \cdot e^2 \left(\frac{d^2 x}{dt^2} \right)^2 \quad eW = y \quad e \frac{dW}{dt} = \ddot{y}$$

$$-\frac{dW}{dt} = \frac{2}{3c^3} (\ddot{y})^2 \quad \ddot{y} = y_0 \cos \gamma t \quad \ddot{y} = -\gamma^2 y_0 \cos \gamma t$$

$$f_2(A + B_1^1 S) = f_1 B_1^2 S \quad f_2 = f_1 e^{-\frac{\epsilon}{kT}}$$

$$e^{-\frac{\epsilon}{kT}} A = S (B_1^2 - e^{-\frac{\epsilon}{kT}} B_1^1)$$

$$S = \frac{A e^{-\frac{\epsilon}{kT}}}{B_1^2 - e^{-\frac{\epsilon}{kT}} B_1^1} \quad \text{für } T \rightarrow \infty \rightarrow S = \infty \quad \text{also } B_1^1 = B_1^2$$

$$S = \frac{A}{B} \frac{1}{e^{\frac{\epsilon}{kT}} - 1}$$

$$B S \approx A \frac{1}{1 + \frac{\epsilon}{kT} - 1} \quad (\text{in Rayl Jeans Geb}) \quad \text{also}$$

$$B S \approx \frac{kT}{h\nu}$$

Abraham:

$$-\frac{dW}{dt} =$$

$$\frac{2}{3c^3} \cdot e^2 \left(\frac{dW}{dt} \right)^2 \quad eW = y \quad e \frac{dW}{dt} = \ddot{y}$$

$$-\frac{dW}{dt} = \frac{2}{3c^3} (\ddot{y})^2 \quad y = y_0 \cos \gamma t$$

$$\ddot{y} = -\gamma^2 y_0 \cos \gamma t$$

$$f_2 \left(A + B_1^1 \rho \right) = f_1 B_1^2 \rho \quad f_2 = f_1 e^{-\frac{\epsilon}{kT}}$$

$$e^{-\frac{\epsilon}{kT}} A = \rho (B_1^2 - e^{-\frac{\epsilon}{kT}} B_1^1)$$

$$\rho = \frac{A e^{-\frac{\epsilon}{kT}}}{B_1^2 - e^{-\frac{\epsilon}{kT}} B_1^1} \quad \text{für } T \rightarrow \infty \rightarrow \rho = \infty$$

$$\text{also } B_2^1 = B_1^2$$

$$\rho = \frac{A}{B} \frac{1}{e^{\frac{\epsilon}{kT}} - 1}$$

$$B \rho \approx A \frac{1}{1 + \frac{\epsilon}{kT} - 1} \quad (\text{in Rayl Jeans Geb})$$

also

$$B \rho \approx \frac{kT}{h\nu}$$

5713 Worauf beruht kleine
Ergibigkeit der Einstrahlung g. von
Röntgenstrahlen

$$5714 \quad \gamma = \frac{eH}{2mc} = \frac{1.8 \times 10^7}{2} H \rightarrow \text{in Gauss}$$

$$-\frac{dE}{dt} = \underbrace{2}_{x, y \text{ Comp}} \cdot \frac{2}{3c^3} \cdot \gamma^4 \cdot \frac{\mu^2 \sin^2 \varphi}{2}$$

$$\sin \varphi \approx 1; \mu = \frac{e}{2mc} \cdot \frac{h}{2\pi}$$

$$-\frac{dE}{dt} = \frac{2}{3c^3} \left(\frac{e}{2mc} \right)^6 \cdot H^4 \cdot \left(\frac{h}{2\pi} \right)^2$$

$$E \approx \mu H = \frac{e}{2mc} \frac{h}{2\pi} \cdot H$$

$$\frac{1}{\theta} = \frac{\frac{dE}{dt}}{E} = \frac{2}{3c^3} \left(\frac{e}{2mc} \right)^5 H^3 \left(\frac{h}{2\pi} \right) =$$

$$= \frac{2}{3 \times 27} \cdot 10^{-30} \cdot (0.9)^5 \cdot 10^{35} \cdot 10^{12} \cdot \frac{6.6 \cdot 10^{-27}}{2\pi} =$$

$$= \frac{2}{81} \cdot (0.81)(0.73) \cdot \frac{6.6}{2\pi} \cdot 10^{-10} = \frac{1.46}{100} \cdot 10^{-10} = \frac{3}{2} \cdot 10^{-14}$$

5713 Worauf beruht kleine Ergibigkeit der Einstrahlung g. von Röntgenstrahlen

5714

$$\gamma = \frac{eH}{2mc} = \frac{1.8 \times 10^7}{2} H \rightarrow \text{in Gauss}$$

$$-\frac{dE}{dt} = \underbrace{2}_{x, y \text{ Comp}} \cdot \frac{2}{3c^3} \cdot \gamma^4 \cdot \frac{\mu^2 \sin^2 \varphi}{2}$$

$$\sin \varphi \approx 1; \mu = \frac{e}{2mc} \cdot \frac{h}{2\pi}$$

$$-\frac{dE}{dt} = \frac{2}{3c^3} \left(\frac{e}{2mc} \right)^6 \cdot H^4 \cdot \left(\frac{h}{2\pi} \right)^2$$

$$E \approx \mu H = \frac{e}{2mc} \frac{h}{2\pi} \cdot H$$

$$\frac{1}{\theta} = \frac{\frac{dE}{dt}}{E} = \frac{2}{3c^3} \left(\frac{e}{2mc} \right)^5 H^3 \left(\frac{h}{2\pi} \right) =$$

$$= \frac{2}{3 \times 27} \cdot 10^{-30} \cdot (0.9)^5 \cdot 10^{35} \cdot 10^{12} \cdot \frac{6.6 \cdot 10^{-27}}{2\pi} =$$

$$= \frac{2}{81} \cdot (0.81)(0.73) \cdot \frac{6.6}{2\pi} \cdot 10^{-10} = \frac{1.46}{100} \cdot 10^{-10} = \frac{3}{2} \cdot 10^{-12}$$

Figura 5.5: Manuscrits d'Ehrenfest. **Esquerra:** entrada sense datar, on es plantegen les equacions de l'electrodinàmica clàssica que regeixen la reorientació d'un moment magnètic. A la part inferior de la mateixa pàgina, càlculs de l'absorció de radiació electromagnètica tèrmica, segons els coeficients d'Einstein del 1917. **Dreta:** entrades 5713 i 5714. L'entrada 5714 computa, amb certes aproximacions, el temps necessari per canviar completament l'orientació d'un moment magnètic en absència de radiació electromagnètica ambiental. (ENB1-27, AHPQ/EHR04).

introduït el 1916/17,⁶⁷ i en l'aproximació de longituds d'ona llargues (vàlida a temperatura ambient), Ehrenfest troba una relació entre el coeficient d'emissió espontània, A (*Ausstrahlung*), i el coeficient d'emissió-absorció induïda, B (*Einstrahlung*):

$$\frac{B\rho}{A} = \frac{kT}{h\nu}. \quad (5.1)$$

La discrepància entre aquest resultat i l'equivalent als manuscrits (figura 5.5) és, probablement, un descuit d'Ehrenfest, que en l'últim pas sembla oblidar-se d'escriure el coeficient A al denominador del terme esquerre.

Per entendre com aquest quocient ens pot ajudar a fer una estimació del temps d'orientació dels moments magnètics, hem d'entendre què volen dir els coeficients d'*Ausstrahlung* i *Einstrahlung*: mentre que A representa la probabilitat quàntica que un sistema salti a un estat de menor energia mitjançant emissió espontània de radiació electromagnètica, $B\rho$ representa la probabilitat quàntica que aquest mateix sistema faci una transició a un estat de menor (major) energia a través d'una emissió (absorció) induïda en presència d'un camp de radiació de densitat ρ . Així doncs, si associem A amb la radiació espontània (o, anàlogament, la radiació emesa segons un càlcul d'electrodinàmica clàssica), $B\rho$ queda associat a la probabilitat de transició en presència de radiació electromagnètica. La fórmula 5.1 ens dona, doncs, un quocient entre el ritme d'orientació amb presència de radiació o sense aquesta.

Amb una aplicació numèrica senzilla, prenent 300 K de temperatura ambient i l'energia característica associada a l'interacció entre el magnetó de Bohr i el camp magnètic extern, obtenim

$$\frac{B\rho}{A} = \frac{4.14 \cdot 10^{-21}}{9.27 \cdot 10^{-24}} \simeq 500. \quad (5.2)$$

Dividint el temps d'orientació sense radiació ($6 \cdot 10^{11}$ s) entre aquest factor, obtenim que el temps d'alineació *amb radiació a temperatura ambient*⁶⁸[T123] és aproximadament 10^9 s. Aquesta línia argumental és consistent amb la reconstrucció proposada per Unna i Sauer.⁶⁹

Fins aquí hem desgranat les consideracions que fonamenten els paràgrafs §1–§3 de la nota. Que la intenció inicial dels dos autors era publicar una nota breu esmentant aquesta dificultat, queda palès en la carta que Ehrenfest envia a Einstein el 16 de maig. Només tres dies després de la partença d'Einstein, li escriu una carta breu plena de vitalitat i d'informació. Entre aquesta pluja d'idees, Ehrenfest s'excusa:

⁶⁷Einstein 1916, 1917.

⁶⁸Einstein & Ehrenfest 1922, p. 32.

⁶⁹Unna & Sauer 2013.

“Em temo que no podré acabar la nostra nota sobre l'experiment d'Stern-Gerlach abans de la propera reunió de l'acadèmia.”⁷⁰[T124] Tot seguit li exposa dues noves hipòtesis que, en discussions a Leiden, se li han acudit (veure secció següent). Cap al final de la carta, trobem novament pistes de la poca rellevància que atorga —de moment— a aquestes noves hipòtesis.⁷¹[T125]

Sollicito una resposta ràpida i aclaridora. – I com hauria de formular aquesta hipòtesi a la nostra nota?

La resposta d'Einstein, com veurem, va ser ràpida però no prou contundent per tancar el tema. De fet, arran d'aquestes noves hipòtesis, la discussió es va complicar més encara, endarrerint la publicació de la nota —teòricament gairebé enllestida— més de dos mesos. La discreta nota que els autors s'havien plantejat inicialment estava a punt de transformar-se en quelcom molt més complex i profund.

5.4.2 Dues noves hipòtesis

En la carta tot just esmentada, Ehrenfest planteja dues hipòtesis: en primer lloc, tenim una hipòtesi proposada per Gregory Breit en un col·loqui de Leiden:⁷²[T126]

Els àtoms de plata es troben sempre *en algun tipus* de camp magnètic (fins i tot en el forn) i allà ja estan orientats segons el camp magnètic *local*. — En el procés d'evaporar-se i dirigir-se vers el camp magnètic intens, es veuen sotmesos només a canvis adiabàtics (sense radiació).

Ehrenfest immediatament descarta aquesta hipòtesi com una absurditat. Més endavant en discutirem els possibles motius (veure 5.4.3). A partir d'aquesta hipòtesi, però, en proposa una segona:⁷³[T127]

A l'instant de vaporització!! [sic] els àtoms s'ajusten *inadiabàticament* al *camp magnètic a A* (camp terminal + camp dispersiu dels imants), és a dir gairebé un 50% positivament 50% negativament. – Durant el trajecte d'A a B tots dos grups s'ajusten *adiabàticament* a l'*orientació* del camp de l'imant.

⁷⁰Carta d'Ehrenfest a Einstein, 16 de maig del 1922, Buchwald et al. 2012, doc. 191, pp. 306–307 (pp. 166–167 de la traducció a l'anglès).

⁷¹Ibid.

⁷²Ibid.

⁷³Ibid.

Ehrenfest bateja aquestes dues hipòtesis com a **hipòtesi de Breit** i **hipòtesi d'Ehrenfest**,⁷⁴ respectivament. A aquestes alçades, la diferència entre les dues hipòtesis és encara subtil: el mecanisme pel qual els àtoms s'orienten segons el camp magnètic, el qual Breit no especifica perquè afirma que *mai* deixen d'estar orientats, mentre que Ehrenfest especifica un mecanisme desconegut però altament ràpid d'orientació dels àtoms un cop aquests abandonen el sòlid des del qual s'estan evaporant. Tant l'un com l'altre consideren que, una vegada establerta l'orientació de l'àtom en un camp magnètic local a dins del forn, aquesta es conserva i es va adaptant constantment mitjançant transformacions adiabàtiques al llarg de tot el trajecte.

Les diferències entre les dues hipòtesis s'aniran fent més grans a mesura que els autors aprofundeixin més en les respectives problemàtiques que se'n deriven, i els refinaments per resoldre-les. La resposta d'Einstein, pràcticament instantània, jugarà un paper decisiu en aquest sentit: el 18 de maig li escriu descartant les dues hipòtesis. Comença desqualificant implacablement la de Breit:⁷⁵[T128]

La hipòtesi de Breit no és acceptable perquè les fortes interaccions elèctriques moleculars superen amb total seguretat els camps magnètics febles i produeixen desordre estadístic.

És a dir: en presència de camps elèctrics d'intensitat alta, provocats pels xocs entre àtoms a dins del forn, ràpidament canviants, és impossible —diu Einstein— que el camp magnètic feble jugui un rol destacable en definir la quantització dels àtoms de plata.

Tot seguit, ataca la *hipòtesi d'Ehrenfest*:⁷⁶[T129]

Si dius que els àtoms s'ajusten inadiabàticament al camp magnètic *a l'instant de vaporització*, això és una hipòtesi sense cap tipus de legitimitat.

En aquest cas, la crítica és més desglossada, malgrat no entra en detalls elaborats: al·ludeix novament al desordre estadístic com un problema per explicar la quantització, així com també les proporcions entre el nombre d'àtoms paral·lels i antiparal·lels. Finalment, esmenta de passada que considerar un ajustament no-adiabàtic representa “quedar-se sense teoria”.

⁷⁴A vegades també s'abrevia així la “hipòtesi adiabàtica d'Ehrenfest”. Per evitar confusions hem adoptat el vocabulari de Bohr i parlarem sempre de “principi adiabàtic”, quedant el terme “hipòtesi d'Ehrenfest” pel significat que acabem de definir.

⁷⁵Carta d'Einstein a Ehrenfest, 18 de maig del 1922. Buchwald et al. 2012, doc. 193.

⁷⁶Ibid.

És en una nova carta, només cinc dies després, que Einstein reconsidera la qüestió i planteja una nova hipòtesi.⁷⁷[T130]

Cada àtom està sempre quantitzat direccionalment —sense importar on estigui. En trànsit d'un camp a un altre (fins i tot d'un camp elèctric a un de magnètic), cada estat quàntic es transforma adiabàticament en un altre estat però en un que de nou obeeix la condició quàntica espacial. De manera que cada àtom en el cos sòlid ja es troba direccionalment quantitzat o unit amb altres àtoms de tal manera que després de la vaporització en el si d'un camp estigui direccionalment quantitzat.

Malgrat que Einstein no s'hi refereix explícitament, aquesta hipòtesi té la mateixa essència que l'originalment presentada per Breit (nosaltres ens hi referirem com a **hipòtesi d'Einstein-Breit**). De fet, en aquesta segona carta Einstein es respon —o soluciona— les seves pròpies objeccions de la primera carta, i acaba reformulant la *hipòtesi de Breit*, si bé més refinadament o sofisticada.

No hi ha cap indicatiu que sembli indicar l'existència de cap carta d'Ehrenfest a Einstein entre aquestes dues: ni es troba en els arxius, ni el contingut de les cartes s'hi intueix. Més aviat, sembla que la primera carta d'Einstein (18 de maig) és una resposta ràpida, pràcticament un buidatge d'idees en resposta a les propostes d'Ehrenfest. La segona carta (23 de maig), d'altra banda, sembla ser fruit d'una reflexió més profunda i elaborada, en què de fet Einstein ha aconseguit solucionar la majoria de problemes plantejats a la primera carta (novament, veure 5.4.3 per més detalls).

Com a simple curiositat, al principi d'aquesta segona carta, Einstein esmenta la *hipòtesi d'Ehrenfest* anomenant-la “shock hypothesis”⁷⁸, i admet trobar-li sentit.

Precisament, en les notes d'Ehrenfest d'aquestes dates trobem un aclariment referent a la seva hipòtesi. Aquí, rep encara un tercer nom: “Flucht-Hypothese”, que podem traduir per “hipòtesi d'escapada”.⁷⁹[T131]

Quan un sistema quàntic es deixa en una situació anti-quàntica, aleshores aquest fuig “enormement més ràpid” cap a una situació quàntica que quan és excitat a una òrbita quàntica inestable — en aquest últim cas decau amb velocitat “clàssica”.

⁷⁷Carta d'Einstein a Ehrenfest, 23 de maig del 1922, Buchwald et al. 2012, doc. 200.

⁷⁸En sinonímia, segurament, al terme “unadiabatic”, és a dir, *no-adiabàtic* o *ràpid*.

⁷⁹Entrada 5712, ENB1-27, AHQP/EHR04. Datada del 20 de maig del 1922.

Ehrenfest es seguirà refererint a la seva hipòtesi com a “Flucht-Hypothese” a les seves notes.

Però tornem a la carta d'Einstein del 23 de maig. Davant el batibull d'hipòtesis i contrahipòtesis que estan considerant, cap al final de la carta, Einstein insta Ehrenfest a ser cautelosos i no publicar la nota fins que no hagin aconseguit arribar a un consens entre ells dos. Aquest consens, però, encara havia de trigar a arribar. No és fins després d'un interludi epistolar de gairebé dos mesos que les cartes entre Einstein i Ehrenfest tornen a tractar el tema d'Stern-Gerlach. A aquestes alçades, però, el contingut de la nota ja estava pràcticament tancat, gràcies sobretot a una visita que Ehrenfest va fer a Einstein, a Berlin.

Entre el 12 i el 22 de juny del 1922, va tenir lloc a Göttingen l'anomenat “Festival de Bohr” (*Bohrs Festspiele*), que va ser l'última de les *Conferències Wolfskehl*. Finançades amb els interessos d'un premi establert pel físic i matemàtic alemany Paul Wolfskehl (1856–1906), la *Fundació Wolfskehl* convidava periòdicament científics de primera línia a Göttingen: començant per Poincaré el 1909, van assistir-hi també Lorentz, Sommerfeld, Einstein, von Schmoluchowski, Mie i Planck.⁸⁰ El *Festival de Bohr* s'acostuma a marcar com una fita històrica per l'impacte que va tenir sobre els físics de Göttingen i d'Alemanya en general: Bohr era el primer científic estranger que visitava Alemanya després de la derrota d'aquesta en la Primera Guerra Mundial i el conseqüent blocatge internacional. Entre l'audiència de més de cent persones podem ressaltar, entre d'altres, noms com Sommerfeld, Minkowski i Frank, i els joves Heisenberg, Hund i Pauli.⁸¹ Les set conferències oferides per Bohr⁸² van tenir un impacte especial en aquests últims, que enlluernats per la nova teoria van abocar-s'hi, desfermant durant la dècada dels 1920 una autèntica revolució dins de la física teòrica que acabaria desembocant en la Mecànica Quàntica d'avui en dia.

Lògicament, entre l'audiència del *Festival de Bohr* també hi podem comptar el seu amic Paul Ehrenfest. Aquesta nova impregnació de la teoria de Bohr per part d'Ehrenfest no passarà desaparebuda en la discussió de l'Stern-Gerlach. De moment, però, només ens interessa el viatge que Ehrenfest va fer a Göttingen entre el 12 i el 22 de juny; amb una agenda una mica peculiar, les conferències de Bohr van tenir lloc de dilluns 12 a dimecres 14, la primera setmana, i de dilluns 19 a dijous 22, la segona. És en aquest descans de quatre dies que Ehrenfest aprofita per viatjar a Berlin i trobar-se amb Einstein.

⁸⁰Jammer 1966, pp. 24–25; Longair 2013, pp. 157–164.

⁸¹Mehra & Rechenberg 1982a, pp. 344–358.

⁸²Minkowski i Hückel van prendre notes de les conferències. Es poden trobar traduïdes a l'anglès a Nielsen 1977, pp. 341–419.

Les entrades d'aquesta breu visita, que va tenir lloc el 16 i el 17 de juny del 1922,⁸³ ens aclareixen el ventall d'hipòtesis que Einstein i Ehrenfest van considerar, i ens donen pistes dels motius pels quals van acabar decidint-se pel contingut de la nota finalment publicada.

5732 13 VI 1922 Berlin.

Zu Stern Gerlach

I Einstellung im Strahl. Raum

a.) 300 Jahre

b.) Schock $\rightarrow$ Auto-Schock !!!
Strahl-Schock !!!

II Breit: Silberofen! Setzte zuerst na!

a.) Einstellung mit Strahl.

b.) " ohne Strahl (rasch adaptiert)

5732 Zu Stern-Gerlach

I. Einstellung im Strahl. Raum

a.) 300 Jahre

b.) Schreck

- Auto-Schreck [...]
- Strahl-Schreck [...]

II. Breit: Silberofen! Letzte Zus[ammen]stösse

a.) Einstell[ung] mit Strahl[ung]

b.) " ohne Strahl[ung] (rasch adiabat[isch])

Figura 5.6: Manuscrits d'Ehrenfest. Entrada 5732 llistant les diverses hipòtesis per a l'orientació dels àtoms de plata. A la part inferior, transcripció corresponent. ENB1-27, AHQP/EHR04.

L'entrada 5732, que reproduïm a la figura 5.6, ens mostra un llistat de totes les possibles hipòtesis d'alineament considerades. Analitzem detalladament aquestes quatre opcions:

- En primer lloc, trobem la hipòtesi de l'orientació en l'espai, és a dir, els àtoms de plata assoleixen les seves orientacions finals fora del forn. En aquest cas, es presenten dues opcions:

⁸³L'entrada 5732, a la figura 5.6, apareix datada com a 13 de juny. Presumptament, aquesta data és errònia, tal i com es pot deduir d'una lectura atenta de l'agenda d'Ehrenfest (ENB5-11, AHQP/EHR15) i de la carta a Einstein del 17 de juny (Buchwald et al. 2012, doc. 238).

- o bé els àtoms segueixen una orientació lenta, que com hem vist necessita uns 300 anys (I-a);
- o bé pateixen una orientació sobtada a l'espai (I-b), orientació que pot estar mediada per radiació (*Strahl-Schreck*) o no estar-ho (*Auto-Schreck*).

Els dibuixos que apareixen al costat de cadascuna d'aquestes possibilitats, creiem que indiquen el nombre de taques que apareixerien a la pantalla de l'experiment d'Stern-Gerlach: en el cas d'orientació mitjançant intercanvi de radiació (tant absorció com emissió) esperaríem dues taques; mentre que en el cas que només pugui tenir lloc la desexcitació espontània, esperaríem una única taca corresponent al mínim d'energia (seria impossible que els moments magnètics s'alineessin contra el camp magnètic, maximitzant la seva energia).

- En segon lloc, trobem la hipòtesi d'alineament a dins del forn, immediatament després de l'última col·lisió. És curiós que recuperi la nomenclatura en referència a Breit, que va ser el primer a proposar aquesta hipòtesi. En aquest cas, la dificultat no es trobaria l'alineament vers el camp magnètic, sinó la perpetuació d'aquesta orientació durant tot el trajecte de l'àtom des del forn fins la pantalla, amb tots els canvis sobtats de canvi magnètic a què l'àtom viatger es pot veure sotmès. Novament, se'ns plantegen dues possibilitats:

- o bé el procés té lloc mitjançant intercanvi de radiació (II-a);
- o bé té lloc sense aquest intercanvi (II-b). Volem fer notar que a aquesta última possibilitat, Ehrenfest li assigna l'etiqueta “adiabàtic ràpid” (*rasch adiabatisch*), un oxímoron que emfatitza el seu caràcter nefast pels fonaments de la teoria quàntica.

Aquesta és la primera vegada que trobem una exposició explícita i sistematitzada de les diferents opcions disponibles per explicar l'orientació dels àtoms de plata. I és de fet un pas essencial per treure'n l'entrellat, ja que és en les anotacions posteriors on les discussions condensaran en l'elecció final que els autors van publicar. No demorem més aquesta anàlisi, i vegem tot seguit quins són els múltiples problemes a què s'ha d'enfrontar cadascuna de les hipòtesis i quines solucions parcials proposen els dos físics teòrics.

5.4.3 Problemes, objeccions, solucions

Durant els mesos de gestació de l'article d'Einstein i Ehrenfest, els dos autors discuteixen llargament sobre alguns entrebancs: en alguns casos els aconsegueixen superar,

però en d'altres casos aquestes dificultats s'estableixen com a autèntics problemes amb conseqüències teòriques molt importants. Vegem-ho.

Proporcions La proporció entre el nombre d'àtoms paral·lels i antiparal·lels al camp magnètic és de les primeres objeccions que Einstein planteja.⁸⁴ Sigui on sigui que l'orientació té lloc, la proporció hauria de seguir el factor de Boltzmann $e^{-\frac{E}{k_B T}}$, que si es considera una orientació fora del forn presenta una gran asimetria (excepte per temperatures molt altes, que lògicament no es poden atènyer fora del forn). És això el que el porta a afirmar, en una carta posterior, que aquesta dificultat es veu resolta si es considera que l'orientació té lloc dins del forn, ja que en aquest cas.⁸⁵[T132]

La distribució estadística entre els estats quàntics està determinada per la distribució en el cos sòlid i correspon a la seva temperatura, tenint en compte que només en l'estat sòlid poden tenir lloc salts entre estats quàntics prou freqüentment.

Per posar a prova aquesta hipòtesi, a la mateixa carta proposa un mètode experimental (irrealitzable a la pràctica): es pot modificar la proporció 50–50 entre els àtoms paral·lels i antiparal·lels tot aplicant dins del forn un camp magnètic de prou intensitat, de manera que el terme E sigui dominant respecte $k_B T$ al factor de Boltzmann.

Desordre estadístic El desordre estadístic és presentat pels autors com un problema, si bé a en certa manera pot ser un candidat a solució del punt anterior (les proporcions). Amb desordre estadístic fem referència a les múltiples col·lisions que pateix un àtom dins del forn i que, pressumptament, poden trencar o pertorbar el seu estat de quantització. Apareix ben d'hora en les discussions entre els autors —l'hem vist abans a la primera carta d'Einstein del 18 de maig. Einstein comença dient que “mentre la interacció amb els altres àtoms persisteix, aquesta causa desordre.”⁸⁶[T133] Aquest desordre no permetria entendre que hi hagi dues orientacions ben definides, a menys que es trobi un mecanisme pel qual l'àtom recuperi ràpidament la seva quantització espacial.

Pel que fa a la solució de les proporcions, Einstein també rebutja el soroll estadístic com a solució, precisament per aquest mecanisme que ha de garantir

⁸⁴Carta d'Einstein a Ehrenfest, 18 de maig del 1922. Buchwald et al. 2012, doc. 193.

⁸⁵Carta d'Einstein a Ehrenfest, 23 de maig del 1922. Buchwald et al. 2012, doc. 200.

⁸⁶Carta d'Einstein a Ehrenfest, 18 de maig del 1922. Buchwald et al. 2012, doc. 193.

la quantització espacial *després* de cada col·lisió. En paraules d'Einstein: “un cop la interacció ha cessat, el problema de la orientació és el mateix que en qualsevol altre [instant de] temps.”⁸⁷[T134]

En la carta que envia cinc dies més tard aquesta dificultat hi apareix novament, però Einstein aclareix que amb la seva nova hipòtesi (*hipòtesi d'Einstein-Breit*) la problemàtica queda automàticament solucionada:⁸⁸[T135]

Com que el camp magnètic és arbitràriament feble comparat amb les forces exercides durant la col·lisió entre àtoms, és difícil de creure que la no-quantització no interfereix i crea desordre en el procés. En aquest punt només puc dir: la quantització direccional [espacial] d'una molècula individual durant una col·lisió està definida per les forces fortes, però la transició a la llibertat té lloc com si passés infinitament lenta.

Aquest últim punt és delicat, ja que Einstein resol una problemàtica però paga el preu de crear-ne una altra de molt més greu: la violació del principi adiabàtic (veure punt següent).

En les versions finals de les hipòtesis exposades a l'article, els autors superen l'objecció del desordre estadístic: per la hipòtesi A (Einstein-Breit), els àtoms no deixen mai d'estar orientats quànticament, de manera que el desordre estadístic de les col·lisions només pot alterar-ne l'orientació per deixar-los en un nou estat quantitzat; per la hipòtesi B (Ehrenfest), els àtoms després de l'última col·lisió es queden en un estat no-quàntic, però *cauen* ràpidament a un estat quàntic mitjançant un mecanisme nou i no explicat.

Principi adiabàtic Inicialment una problemàtica de la *hipòtesi d'Ehrenfest*, acabem de veure que de seguida passa a ser també una problemàtica d'Einstein-Breit —i en canvi, en l'exposició sintètica final que els autors li donen a l'article, aquesta problemàtica deixa d'afectar la *hipòtesi d'Ehrenfest*. Si el principi adiabàtic regeix la conservació de certes quantitats (anomenades invariants adiabàtics, en el problema que ens ocupa: nombres quàntics i pesos estadístics) sota transformacions amb unes condicions restringides (transformacions lentes), el conflicte emergeix quan Einstein i Ehrenfest proposen que aquestes quantitats siguin també conservades en transformacions arbitràriament ràpides.

⁸⁷Ibid.

⁸⁸Carta d'Einstein a Ehrenfest, 23 de maig del 1922. Buchwald et al. 2012, doc. 200.

Ja hem vist anteriorment l'enunciat del principi adiabàtic i, especialment, el seu rol i importància cabdal en la teoria de Bohr —i més tard adoptat també per Sommerfeld. Una violació del principi adiabàtic tindria, doncs, greus conseqüències pels fonaments de la teoria bohriana, ja que és un dels pilars sobre els quals descansa tot l'edifici de la seva teoria.

En realitat aquí no ens trobem estrictament davant d'una violació del principi adiabàtic, una violació que podríem considerar en una situació en què apliquem una transformació *lenta* i malgrat tot els invariants adiabàtics no es conserven.⁸⁹ Aquí la violació és en el sentit contrari: ens trobem davant la validesa permanent dels invariants adiabàtics, és a dir, una generalització del principi adiabàtic que donaria estabilitat als invariants davant qualsevol circumstància —i en particular, davant transformacions arbitràriament ràpides.

El caràcter del principi adiabàtic a la teoria és tan fonamental, i les conseqüències d'aquesta violació (o generalització) tan nefastes, que Einstein i Ehrenfest ni tan sols s'aventuren a buscar una restricció que permeti entendre en quins àmbits seria aplicable el principi adiabàtic tradicional, i en quins es regeix per la nova norma. Per deixar-ho ben clar: si no es restringeix l'aplicabilitat del principi adiabàtic a les transformacions lentes, fins i tot en les transicions entre estats estacionaris es conservaria el nombre quàntic i s'esquivaria l'emissió o absorció de radiació electromagnètica. És a dir: estaríem davant d'un àtom amb una estabilitat impertorbable, i incapaç d'absorbir o emetre espectres electromagnètics. La teoria quàntica perd tota la seva essència o, citant textualment les paraules d'Einstein, aquestes conseqüències representen “quedar-se sense teoria”.⁹⁰[T136]

Els autors no troben solució a aquesta dificultat, que deixen oberta i recalquen com una de les majors dificultats a què s'enfronta la justificació teòrica dels resultats obtinguts per Stern i Gerlach. En la hipòtesi alternativa aconseguixen evitar aquest problema imposant un mecanisme d'adaptació mitjançant intercanvi de radiació (veure punt següent), però això provoca al seu torn altres problemes igualment nefastos.

⁸⁹El 1918 Bohr va trobar una instància d'aquesta violació en les *pertorbacions seculars*, perturbacions proporcionals a una força externa que canvien el grau de degeneració/periodicitat del moviment periòdic i introdueixen un nou nombre quàntic (o n'eliminen un), fent impossible l'aplicació del principi adiabàtic. Bohr ho soluciona excloent aquests casos de l'àmbit d'aplicabilitat del principi adiabàtic, ja que la transformació en realitat no es pot definir com a *lenta* en comparació amb les noves freqüències que apareixen (els nous nombres quàntics).

⁹⁰Carta d'Einstein a Ehrenfest, 18 de maig del 1922. Buchwald et al. 2012, doc. 193.

Càrrega–Quantització Aquesta problemàtica, associada a la *hipòtesi d'Ehrenfest*, apareix per primera vegada a les notes d'Ehrenfest en el si de les discussions a Berlin, just després del resum que hem vist a la figura 5.6. L'entrada 5733 discuteix obertament la relació entre la càrrega elèctrica i el mecanisme de quantització:⁹¹[T137]

Quan es posa un sistema en un estat “d'emergència” (per exemple, quan el portem adiabàticament a un estat degenerat), aquest s'ajusta mitjançant emissió espontània [de radiació] quan està elèctricament carregat (quan està acoblat amb l'eter). D'altra manera simplement no es pot quantitzar a si mateix (veure, per exemple, un àtom no magnètic en un camp magnètic)

A la figura 5.6 havíem mostrat l'entrada 5732, que precedeix la cita que acabem de transcriure. El comentari d'Ehrenfest d'aquesta cita faria referència als punts I-b i II-a, és a dir, els casos en què es considera que la radiació emesa o absorbida juga un paper crucial en l'alineament (o la preservació d'aquest alineament).

Malgrat inicialment apareix com un comentari independent de quina de les dues hipòtesis considerem, de seguida trobem que aquesta discussió queda associada exclusivament a la *Fluchthypothese* (*hipòtesi d'Ehrenfest*), convergint cap al format final de l'article, sintètic. Així, més endavant, a l'entrada 5737, trobem una protesta greu:⁹²[T138] “Només s'alinea mitjançant intercanvi de radiació.” És a dir: per atènyer un estat quantitzat, necessitem sempre un intercanvi de radiació electromagnètica que faci de mitjancer.

Adscrita a Einstein, trobem al costat una altra anotació que ens porta definitivament al carreró sense sortida:⁹³[T139]

Els sistemes no carregats elèctricament, com el diamant o l' H_2 , també atenyen la quantització!

Així com havia passat amb el problema adiabàtic en la *hipòtesi d'Einstein-Breit*, aquest és el problema culminant de la *hipòtesi d'Ehrenfest*: els autors no hi troben solució, i la deixen com una qüestió oberta.

⁹¹ENB1-27, AHQP/EHR04.

⁹²ENB1-27, AHQP/EHR04.

⁹³Ibid.

Moment angular En el context de la *hipòtesi d'Ehrenfest*, durant la discussió del procés de quantització dels sistemes elèctricament carregats (veure punt anterior), sorgeix un altre problema: si l'alineament té lloc mitjançant intercanvi de radiació electromagnètica, l'absorció o emissió d'aquesta ha de ser responsable de les variacions en el moment angular. Fent esment de Rubinowicz,⁹⁴ Ehrenfest arriba a afirmar que cal que la radiació emesa o absorbida sigui de molt baixa freqüència, ja que ens interessa una transmissió gran de moment angular —per aconseguir alinear el moment de l'àtom segons la quantització espacial— però no ens podem permetre una gran variació d'energia —ja que ens trobem fora del forn.⁹⁵

Aquesta puntualització es veurà reflectida a l'article en el punt 3 de la discussió de l'alternativa B, quan Einstein i Ehrenfest insinuen que, amb un camp magnètic adequat, s'haurien de poder detectar ones de ràdio de longitud d'ona llarga —associades a les petites reorientacions quasi-adiabàtiques a què es veuen sotmesos els àtoms quan atravesen diferents zones del muntatge experimental.

Principi de correspondència A l'article publicat no hi apareix cap menció explícita al principi de correspondència, ni sembla jugar cap paper destacat en les discussions plantejades a la publicació. Tot i això, a les notes d'Ehrenfest hi apareix sovint esmentat. De fet, des de ben al principi: a l'entrada 5708, del 13 de maig, una de les primeres anotacions d'Ehrenfest en relació a l'Stern-Gerlach és:⁹⁶[T140] “Conflicte entre el principi de correspondència i la precessió del moviment en un camp magnètic i els salts del cap als peus”

Cal anar amb compte a l'hora d'interpretar aquesta frase. És evident que el conflicte existeix entre l'orientació dels àtoms de plata i la teoria de Bohr com un tot. Sovint, però, el principi de correspondència pren el rol protagonista d'aquesta teoria, pel fet de permetre trobar les freqüències característiques de cada transició (o indicar transicions prohibides). Recordem, per contra, que l'estabilitat dels estats estacionaris és responsabilitat del principi adiabàtic. Ehrenfest aquí podria estar fent referència indirecta a la teoria de Bohr com un tot.

En tot cas, i una vegada matisat el possible significat de l'anotació, és lògic que Ehrenfest es preguntí com, fent ús del principi de correspondència, es

⁹⁴Veure pàgina ?? de la secció ??.

⁹⁵Entrada 5735, ENB1-27, AHQP/EHR04.

⁹⁶ENB1-27, AHQP/EHR04.

poden calcular les probabilitats de transició d'un àtom paral·lel a antiparal·lel (o viceversa). En aquesta anotació tan primerenca no ho desenvolupa més. I ja hem vist que el camí que decideixen prendre amb Einstein és aproximar el càlcul quàntic mitjançant analogies clàssiques.

Més endavant, la preocupació pel principi de correspondència segueix apareixent regularment a les notes d'Ehrenfest. Quan Ehrenfest introdueix la puntualització de Rubinowicz (moment angular transmès per la radiació emesa o absorbida), no es pot estar de preguntar-se:⁹⁷[T141] “Què hi diu el Principi de Correspondència?” La resposta —almenys qualitativa— la trobem a l'entrada següent:⁹⁸[T142]

Mitjançant un intercanvi sobtat del camp de forces, el desenvolupament de Fourier ajuda a un canvi més ràpid (irracional?) d'alineament?

Ehrenfest no anava pel mal camí: tot i que no ho desenvolupa més en aquestes notes manuscrites, ho farà uns mesos més tard en una carta a Bohr i Kramers (veure secció 5.5.1).

Malgrat aquestes aparicions el protagonisme del principi de correspondència en aquestes discussions és més aviat limitat.

Radioactivitat En un parell d'ocasions apareixen a les notes d'Ehrenfest mencions a la radioactivitat, però no ho desenvolupa ni problematitza. Just després d'enunciar per primera vegada (als manuscrits) la seva “Fluchthypothese” escriu:⁹⁹[T143] “Connexió entre ritme de desintegració radioactiu i la [freqüència] ν del raig- γ considerat.” Més desconnectadament, potser, a l'entrada següent trobem una menció semblant immersa enmig dels interessantíssims càlculs de la figura 5.5:¹⁰⁰[T144] “De què depèn la baixa productivitat [eficiència] de la producció de raigs-X[?]”

Seria excessiu especular a partir de dues pistes tan minses, però les trobem interessants en relació amb la discontinuïtat temporal que introdueix la teoria quàntica. De fet, la naturalesa abrupta i estocàstica que s'atribueix a les desintegracions radioactives no difereix gaire de la solució que finalment s'adoptarà per l'orientació dels moments magnètics a l'experiment d'Stern-Gerlach.

⁹⁷Entrada 5735, ENB1-27, AHQP/EHR04.

⁹⁸Entrada 5736, ENB1-27, AHQP/EHR04.

⁹⁹Entrada 5712, ENB1-27, AHQP/EHR04.

¹⁰⁰Entrada 5712, ENB1-27, AHQP/EHR04.

És impossible conèixer si Ehrenfest havia entrevist algun tipus de connexió entre aquests dos fenòmens, pels quals l'explicació escapava a la intuïció física (o almenys clàssica). O potser simplement aquestes anotacions són casuais i desconnectades del nostre fil argumental.

5.4.4 Versió final de l'article: una escletxa en la teoria quàntica

A finals de juliol, Ehrenfest escriu una nova carta a Einstein: adjunta li envia la versió definitiva del seu article conjunt.¹⁰¹ Li indica, també, que ha fet un afegitó al final: es tracta del paràgraf §7 de l'article, que fa al·lusió a la teoria de Bohr i una possible solució que se'n deriva. És d'esperar que, amb la discussió sobre l'Stern-Gerlach ben viva després de la visita a Berlin, Ehrenfest i Bohr tinguessin algun intercanvi referent a aquest tema.

Als manuscrits d'Ehrenfest, enmig de pàgines i pàgines d'anotacions sobre les conferències de Bohr, hi trobem la pista que buscàvem: “Sobre Bohr contra el període condicional” es titula l'entrada 5743,¹⁰²[T145] amb una llista d'idees malauradament no desenvolupades, només enunciades. Sense entrar en detalls, hi trobem uns quants arguments que semblen marcar el camí vers la solució que Bohr proposarà pocs mesos després (veure apartat 5.5.1).

La resposta d'Einstein es va fer esperar gairebé un mes. El 21 d'agost li indica que ja ha fet arribar l'article a Karl Scheel, editor de la revista *Zeitschrift für Physik*. En referència a les línies afegides per Ehrenfest, diu haver-les respectat però “no puc entendre per què l'ajustament al camp magnètic hauria de ser més comprensible assumint en principi que la quantització es realitza imprecisament. Estaria bé si et poguessis estendre en aquest punt per satisfer la meva consciència literària.”¹⁰³[T146] No hem trobat cap constància documental que Ehrenfest accedís a aquesta petició. De fet, l'activitat als seus quaderns manuscrits decreix considerablement a partir de les últimes setmanes de juny, i en poques pàgines trobem ja entrades corresponents al setembre. Sembla ser que durant l'estiu del 1922 Ehrenfest va estar ocupat amb diversos afers de caire personal.¹⁰⁴

L'article d'Einstein i Ehrenfest va veure la llum el 16 de setembre del 1922, en el

¹⁰¹Carta d'Ehrenfest a Einstein, 30 de juliol del 1922. Buchwald et al. 2012, doc. 316.

¹⁰²Entrada datada del 24 de juny del 1922. ENB1-27, AHQP/EHR04.

¹⁰³Carta d'Einstein a Ehrenfest, 21 d'agost del 1919. Buchwald et al. 2012, doc. 329.

¹⁰⁴Ehrenfest va estar ocupat gran part de juliol i agost amb afers familiars, primer amb la visita d'un germà, i després amb un retrobament familiar amb tots els germans. Veure la correspondència d'aquest període, així com l'agenda personal ENB5-11 (AHQP/EHR15).

volum 11 del *Zeitschrift für Physik*. Tal i com acabem de veure la seva gestació va ser convulsa i, malgrat les aparences, els seus continguts finals eren inconclusius. Els autors volien expressar que hi havia un problema a l'hora de justificar els resultats experimentals des del marc teòric acceptat en aquell moment. I així ho van fer: de les quatre opcions que veiem desglossades a la figura 5.6, només dues són presentades en aquesta versió final de l'article (correspondrien a I-b i II-b; veure pàgina 179). Aquesta limitació de la discussió per part d'Einstein i Ehrenfest segurament obeïa a criteris d'extensió i claredat: l'elecció d'aquestes opcions és la mínima —però suficient— per exposar sintèticament la totalitat dels problemes i aclariments a què s'havien hagut d'enfrontar durant els gairebé tres mesos de gestació de l'article.

Així, tenim d'una banda la *hipòtesi d'Einstein-Breit*, que localitza l'alineament dels àtoms a l'interior del forn just després de cada col·lisió. Com hem vist anteriorment, això resol diversos problemes, però en queda un per resoldre: com es conserva l'orientació de cada àtom en el camí vers la pantalla? Per aconseguir-ho, han d'afegir-hi una assumpció extra que altera nefastament el rol del principi adiabàtic en la teoria de Bohr.

D'altra banda, la *hipòtesi d'Ehrenfest* posa èmfasi en el pas per un estat intermedi no-quantitzat, la velocitat de transició del qual seria ordres de magnitud més ràpida que una transició normal quàntic-quàntic. Per tal de conservar l'estat quàntic de l'àtom al llarg de la seva trajectòria, proposen com a mecanisme fonamental un ajustament continuu mitjançant intercanvi de radiació electromagnètica de baixa freqüència. Això planteja dues qüestions: en primer lloc, aquesta radiació hauria de ser detectable; en segon lloc, l'existència d'aquest mecanisme fonamental projecta una ombra de dubte sobre l'explicació de la quantització dels sistemes neutres (ja que si no poden emetre o absorbir radiació, no haurien de ser capaços de comportar-se quànticament).

Intentant adoptar un punt de vista crític, i malgrat el biaix que la perspectiva històrica ens atorga inevitablement, hem de dir que tant una hipòtesi com l'altra representen un sever trencament amb la teoria. La *hipòtesi d'Ehrenfest* —ajustament quàntic de sistemes carregats— xoca frontalment amb múltiples resultats experimentals ja ben establerts a principis dels anys 20, i per tant exigiria un reajustament de la teoria amb nous supòsits o assumpcions que permetessin explicar aquesta quantització dels sistemes neutres.

Pel que fa a la *hipòtesi d'Einstein-Breit*, com hem anticipat unes pàgines més amunt, desposseeix la teoria quàntica antiga d'un dels seus dos pilars fonamentals: el principi adiabàtic, encarregat de dotar d'estabilitat els estats estacionaris, així com de definir les diferències d'energia, els pesos estadístics dels estats estacionaris (a partir de la degeneració), etc. Malgrat que, com hem vist, el 1922 era ja era un

principi mig eclipsat pel principi de correspondència, Bohr l'aclamava sovint com una de les bases fonamentals i intocables de la teoria. La seva absència significava haver de justificar *ad hoc* un grapat de característiques imprescindibles de la teoria. O, alternativament, la violació dels límits d'aplicabilitat del principi adiabàtic significava conferir als estats estacionaris una excessiva estabilitat, pràcticament prohibint la possibilitat de transicions entre estats o permetent que els sistemes atòmics residissin en posicions intermitges (per exemple, en òrbites perturbades clàssicament —i quàntica— inestables). Si la teoria havia de sobreviure sense canvis profunds, el principi adiabàtic era intocable.

Hem dit que Einstein i Ehrenfest, amb aquest article, estaven assenyalant una desavinença entre teoria i experiment. Una desavinença preludi d'una crisi que estava a punt d'esclatar. Com veurem tot seguit, però, l'article no va ser suficient per conscienciar la comunitat de la incipient problemàtica, tot i la reconeguda fama dels seus dos autors (Einstein era ja una figura de reconeguda fama internacional; Ehrenfest era molt apreciat en alguns cercles físics pel seu esmolat esperit crític). La tragèdia de l'article d'Einstein i Ehrenfest no és tant l'existència d'un problema en la connexió teoria-experiment, sinó més aviat la impossibilitat d'entendre l'origen d'aquest problema i atacar-lo amb les eines habituals de la teoria quàntica. Les hipòtesis que Einstein i Ehrenfest proposen a l'article —o les que havíem vist a les llibretes de notes— no són vàlides, i no sembla degut a alguna petita correcció que els manca, sinó més aviat a una falla fonamental, profunda. No podem fer res més que especular sobre com de conscients eren els autors de l'article de tota aquesta problemàtica: potser només ho intuïen indirectament, o potser n'eren realment conscients i no es van atrevir a expressar-ho obertament; però sens dubte Einstein i Ehrenfest s'acabaven de topar amb la punta de l'iceberg d'un problema molt més gran, molt més profund, de la teoria quàntica antiga.

5.5 Respostes

5.5.1 Bohr: un peu de pàgina

Per conèixer amb detall la resposta de Bohr que Ehrenfest esmentava a les últimes línies de l'article, hem d'esperar uns quants mesos: ni les notes d'Ehrenfest del “Festival de Bohr” són suficients per treure l'entrellat de què pensava Bohr, ni tenim constància de cap altra referència documental. Bohr resoldrà, en part, els nostres dubtes amb el seu article de principis del 1923 (*Grundpostulate*, veure 2.4). Ens podem considerar afortunats: Einstein no va poder resoldre els *seus* dubtes fins el setembre del 1923, que després d'una visita a Copenhagen aquell juliol, escriu a

Data (1922)	Descripció: esdeveniments, fonts primàries
4 febrer – 24 abril	Intercanvi de cartes: preparació de la visita d'Einstein a Leiden
29 abril – 13 maig	Einstein visita Ehrenfest a Leiden. Notes escasses, continguts poc rellevants
13 – 14 maig	Primeres anotacions d'Ehrenfest en relació a l'Stern-Gerlach: equacions cinemàtiques de la rotació de Larmor
16 maig	Carta d'Ehrenfest a Einstein: enuncia les <i>hipòtesi de Breit</i> i <i>hipòtesi d'Ehrenfest</i>
18 maig	Carta d'Einstein a Ehrenfest: rebutja les hipòtesis; primeres problemàtiques
20 maig	Anotacions d'Ehrenfest: “Flucht-Hypothese”; càlcul “clàssic” del temps d'orientació
23 maig	Carta d'Einstein a Ehrenfest: accepta la <i>hipòtesi d'Ehrenfest</i> , reformula la de Breit (<i>Breit-Einstein</i>)
12 – 22 juny	Festival de Bohr a Göttingen. Notes de les conferències, sense continguts rellevants per a l'Stern-Gerlach
16 – 17 juny	Ehrenfest visita Einstein a Berlín: esquema amb les diferents possibilitats d'alineament. Avenços significatius
24 juny	Anotacions d'Ehrenfest: llistat d'idees de Bohr sobre la quantització
30 juliol	Carta d'Ehrenfest a Einstein: envia la versió definitiva de l'article. Paràgraf afegit
21 agost	Carta d'Einstein a Ehrenfest: article enviat a publicar a <i>Zeitschrift für Physik</i>
16 setembre	L'article d'Einstein i Ehrenfest apareix publicat a <i>Zeitschrift für Physik</i> , volum 11
31 gener 1923	Es publica l'article de Bohr “Sobre l'aplicació de la teoria quàntica a l'estructura atòmica. Part I: Els postulats fonamentals” (<i>Grundpostulate</i>)
12 febrer 1923	Carta d'Ehrenfest a Bohr, amb elogis per l'article i un comentari crític
23 febrer 1923	Resposta de Bohr, retractant-se de la seva solució
juliol 1923	Einstein visita Bohr a Copenhagen
setembre 1923	Carta d'Einstein a Ehrenfest, fent referència a la solució de Bohr

Taula 5.2: Resum esquemàtic dels principals esdeveniments per a entendre el desenvolupament de l'article d'Einstein i Ehrenfest, així com el seu context històric.

Ehrenfest:¹⁰⁵[T147] “Ara ja entenc, també, què volia dir [Bohr] en el seu comentari a la nostra nota.” Però no avancem esdeveniments.

La tardor del 1922 Bohr finalitzava la redacció d'un article que havia de condensar els principis fonamentals de l'última versió de la seva teoria atòmica, el qual va ser publicat en alemany el 31 de gener del 1923.¹⁰⁶bohr-A1924 Els seus continguts ja havien estat exposats anteriorment en diverses conferències (per exemple, al “Festival de Bohr”) i el seu potencial havia quedat reflectit en alguns articles breus; però seguint la seva forma habitual de procedir, Bohr es va proposar de publicar novament una col·lecció d'extensos articles que establissin sòlidament la seva teoria. Aquesta primera part estava destinada a definir els *postulats fonamentals*, discutint només les qüestions de principis bàsics i deixant les aplicacions o els detalls tècnics per publicacions posteriors (que de fet mai van arribar a veure la llum).

En aquest article trobem una referència explícita als resultats experimentals d'Stern i Gerlach, que de fet constitueix la principal reacció en resposta a l'article d'Einstein i Ehrenfest. La menció apareix en una secció titulada “El Principi de Correspondència i la Naturalesa de la Radiació” (*The Correspondence Principle and the Nature of the Radiation*), la qual tracta de la necessitat d'estar preparats per trobar desviacions abruptes respecte les prediccions clàssiques malgrat la connexió establerta pel principi de correspondència.¹⁰⁷[T148]

En aquesta connexió pot ser interessant cridar l'atenció sobre el fet que, malgrat l'estreta connexió entre radiació i moviment fins i tot en la qüestió de la polarització, hem d'estar preparats en certs aspectes per trobar desviacions pronunciades de la teoria clàssica.

La més important d'aquestes desviacions que esmenta Bohr és, precisament, l'existència d'orientacions privilegiades en un àtom immers en un camp extern, però també fa referència al recent descobriment de canvis en la polarització de l'espectre d'emissió de l'hidrogen, observats per Voigt.¹⁰⁸ De fet, aquesta és una de les novetats que trobem en aquesta teoria de Bohr respecte l'anterior del 1918.

Però tornem a l'Stern-Gerlach. Segons Bohr, els resultats experimentals s'expliquen sense problemes en el marc de la seva teoria si s'assumeix que en el si d'un camp magnètic (o elèctric) extern el sistema atòmic adquireix nous períodes (o noves freqüències), que anomena “perturbacions seculars” (*secular perturbations*), i aquestes

¹⁰⁵Carta d'Einstein a Ehrenfest, 12 de setembre del 1923. Citada a Buchwald et al. 2012, p. 446.

¹⁰⁶Bohr 1923a.

¹⁰⁷Bohr 1924, pp. 27–28; Nielsen 1976, pp. 484–485.

¹⁰⁸La seva cita és: Handbuch der Elektrizität, IV, p. 624; també von Traubenverg, Naturwissenschaften, 10, 791 (1922).

atenyen una quantització que es manifesta mitjançant la preferència d'orientacions característiques respecte la direcció establerta pel camp extern. Fidel a la naturalesa del seu article, però, Bohr evita fer referència directa a l'orientació del moment angular (o magnètic) o a la *quantització espacial*; d'acord amb el títol del capítol (*The process of radiation*) en el text principal es refereix només als canvis en la polarització causats per un camp extern. És en una nota al peu de pàgina on esmenta obertament l'Stern-Gerlach,¹⁰⁹[T149]

Una prova directa, no-espectroscòpica de l'existència d'aquestes condicions d'orientació ha estat, òbviament, obtinguda per O. Stern i W. Gerlach [...] en la seva bonica i important investigació de la deflexió d'àtoms de plata en moviment en un camp magnètic no homogeni.

i on cita l'article d'Einstein i Ehrenfest, per rebatre'l tot seguit:¹¹⁰[T150]

En connexió amb les dificultats fonamentals que trobem a l'hora de descriure detalladament aquest ajustament, les quals són discutides en la nota anterior [d'Einstein i Ehrenfest], cal assenyalar que l'efecte del camp en les components harmòniques, en les quals el moviment de l'àtom pot ser descomposat, consisteix no només en l'addició de noves vibracions, les freqüències de les quals són proporcionals a les forces externes, sinó també en la introducció d'un canvi en les components harmòniques del moviment, ja presents en l'àtom no pertorbat. Així doncs, la velocitat de reajustament de l'àtom en el camp pot ser amb prou feines estimada a partir de la vida dels estats estacionaris de l'àtom imaginari, en el moviment del qual només les primeres vibracions esmentades hi eren presents, tal i com intenten en la nota esmentada.

Una interpretació intuïtiva d'aquestes noves vibracions —per si no estem suficientment acostumats a la terminologia de Bohr—, estaria estretament relacionada amb la freqüència de precessió de Larmor: ja hem vist que per Sommerfeld aquesta precessió constitueix un nou moviment periòdic que, una vegada quantitzat segons la teoria de Bohr, és la causa la *quantització espacial*. Però Bohr argüeix que no només apareix aquesta nova periodicitat intrínseca a l'àtom, sinó que les altres components periòdiques intrínseques a l'àtom ja existents prèviament també es veuen modificades per la presència del camp extern. L'error del càlcul aproximat d'Einstein i Ehrenfest és —sempre segons Bohr— calcular el temps d'orientació com si aquesta quantització

¹⁰⁹Bohr 1924, pp. 27–28; Nielsen 1976, pp. 484–485.

¹¹⁰Ibid.

es tractés d'una transició entre estats estacionaris de l'àtom pertorbat. Bohr proposa que “la vida dels estats estacionaris de l'àtom no-pertorbat excitat, es pot considerar que determina aquesta velocitat d'ajustament.”¹¹¹[T151]

Aquest ús dels estats excitats de l'àtom fora del camp magnètic per calcular el temps d'orientació de l'àtom en l'estat fonamental en el si d'un camp magnètic, el justifica *formalment*, en un estil molt *bohrià*:¹¹²[T152]

Que, en els experiments mencionats, haguem de tractar el moviment no-pertorbat, no dels àtoms excitats, sinó només dels àtoms en l'estat normal [fonamental], no s'interposa en el camí d'aquesta concepció. Al contrari, és justament la natura formal de la teoria quàntica en la seva actual forma [...] que destaca aquí amb particular claredat.

Deixant de banda justificacions esotèriques de la conveniència d'aquest tractament, és clar que la proposta de Bohr és considerar que el temps d'orientació està determinat pel temps de vida dels estats excitats del mateix àtom no pertorbat, malgrat l'aparent contradicció amb l'estat en què es troba l'àtom mentre atravesava el camp magnètic.

Aquest embolic queda una mica més clar a la segona part d'aquest article — recordem-ho, originalment no publicada —, on Bohr ens ofereix amb una mica més de detall què vol dir quan esmenta l'aparició de noves vibracions. Si prenem ξ com a coordenada representativa del moviment d'un electró en un àtom, Bohr escrivia a la primera part que aquest moviment es podia expressar

$$\xi = \sum_{\tau_1, \dots, \tau_u} C_{\tau_1, \dots, \tau_u} \cos 2\pi ([\tau_1 \omega_1 + \dots + \tau_u \omega_u] t + \gamma_{\tau_1, \dots, \tau_u}), \quad (5.3)$$

on u és el grau de periodicitat del moviment, $\omega_1, \dots, \omega_u$ són les freqüències fonamentals d'aquest moviment, $\tau_1, \dots, \tau_u$ són nombres enters —els índexs que recorre el sumatori—, i γ és una fase arbitrària. Per aprofundir més en el protagonisme d'aquesta fórmula en la teoria de Bohr, vegeu l'apartat sobre el principi de correspondència (secció 2.4.2); aquí ens serà suficient recordar que:

- les freqüències $\omega_1, \dots, \omega_u$ estan fixades per les condicions del sistema (externes i internes);
- una transició entre dos estats estacionaris implica una diferència entre dues sèries dels nombres quàntics codificada per $\tau_1 = n'_1 - n_1, \dots, \tau_u = n'_u - n_u$;

¹¹¹Ibid.

¹¹²Ibid.

- d'acord amb el principi de correspondència, els coeficients $C_{\tau_1 \dots \tau_u}$ es relacionen amb —o més ben dit regulen— la probabilitat de cada transició esmentada.

Ara, amb l'aplicació d'un camp elèctric o magnètic extern ε , el qual considerem suficientment petit per poder aplicar teoria de pertorbacions, l'equació que regeix la coordenada ξ s'expressa (hem unificat les mínimes diferències de notació entre les dues expressions):

$$\begin{aligned} \xi = & \sum_{\tau_1, \dots, \tau_u} C_{\tau_1, \dots, \tau_u} \cos 2\pi ([\tau_1 \omega_1 + \dots + \tau_u \omega_u] t + \gamma_{\tau_1, \dots, \tau_u}) \\ & + \varepsilon \sum_{\tau_1, \dots, \tau_u} \sum_{\tau'_1, \dots, \tau'_u} D_{\tau_1, \dots, \tau_u}^{\tau'_1, \dots, \tau'_u} \frac{\cos}{\sin} 2\pi [\tau_1 \omega_1 + \dots + \tau_u \omega_u] t \frac{\cos}{\sin} 2\pi [\tau'_1 \omega_1 + \dots + \tau'_u \omega_u] t. \end{aligned} \quad (5.4)$$

La primera part de l'expressió es manté inalterada, però apareix un segon terme associat al camp extern. Aquest terme conté les noves vibracions —la perturbació secular, en terminologia de Bohr— de què parlàvem abans:^{113[T153]}

En una primera aproximació, la influència de les forces pertorbatives es manifesta bàsicament en l'aparició de noves components de vibració en el moviment de l'electró més extern, les freqüències de les quals són sumes i diferències de les components de vibracions que tenien lloc en el moviment no pertorbat.

És a dir, les úniques vibracions que apareixen (les τ del segon terme de l'equació 5.4) són combinacions de les que eren presents a l'equació 5.3:^{114[T154]}

En el segon terme, només tenen lloc aquelles combinacions de les $\tau_1, \dots, \tau_u$ i les $\tau'_1, \dots, \tau'_u$ que també tenien lloc a la fórmula [5.3] pel moviment no pertorbat. [...] per tant aquest terme només contindrà aquelles freqüències que siguin sumes o diferències de dues freqüències presents en el moviment no pertorbat.

I acaba:^{115[T155]}

¹¹³Bohr 1923e, p. 550.

¹¹⁴Ibid.

¹¹⁵Ibid.

D'acord amb el principi de correspondència, l'aparició d'aquestes noves freqüències en el moviment pertorbat tindrà la conseqüència que certes transicions entre estats estacionaris, les quals no podien tenir lloc en l'àtom no pertorbat, adquiriran una probabilitat finita en presència del camp elèctric [o magnètic], i donaran lloc a noves línies espectrals amb una intensitat proporcional al quadrat de la força d'aquest camp [...]

Així, l'orientació dels àtoms de plata dins de l'aparell experimental passa a tenir una categoria equivalent a les transicions entre estats estacionaris. Si bé Bohr no resol detalladament el problema d'Einstein i Ehrenfest, aquest argument té prou força per criticar el tractament d'aquells dos i afirmar *qualitativament* que l'orientació dels àtoms de plata en el camp magnètic d'Stern i Gerlach pot tenir lloc sense problema en un rang de temps molt petit. A un altre nivell —i potser des d'una perspectiva moderna—, això no resol realment el problema, però almenys li confereix una importància menor: per molt que en aquell moment el mecanisme exacte de transicions atòmiques no es pogués explicar amb la teoria vigent, aquest problema semblava ocupar un segon pla, tal i com demostra l'adopció generalitzada de probabilitats per caracteritzar *temporalment* aquestes transicions desconegudes.

Aquest punt de vista ens crida especialment l'atenció: tornem a trobar-nos amb la divisió entre els fenòmens que sabem explicar (i que confirmen la teoria experimentalment) i els fenòmens que no podem explicar, els quals apartem a un segon pla amb l'expectativa de poder-los explicar en un futur, quan la teoria sigui prou madura per atacar aquestes transicions “instantànies”. I és que ja hem vist que és típic de l'estil bohrià deixar la porta oberta a futurs progressos que permetran entendre millor el mecanisme exacte de transició (o, en aquest cas, d'orientació).¹¹⁶

Com hem dit, la primera part d'aquest article va ser publicada el 31 de gener del 1923. Dues setmanes més tard, Ehrenfest escrivia al seu amic danès amb paraules de felicitació i, fins i tot, devoció. La felicitació era per un dels èxits més grans de la teoria de Bohr fins al moment: la correcta predicció d'un nou element de la taula periòdica, el hafni.¹¹⁷ La devoció, en canvi, estava dedicada a l'article tot just publicat:¹¹⁸[T156]

¹¹⁶Curiosament, amb l'adveniment de la Mecànica Quàntica algunes d'aquestes qüestions no es van resoldre, sinó que simplement se'n va postular la irresolubilitat. A Pié i Valls & Pérez 2014 tractem el cas d'Erwin Schrödinger, un dels pares de la teoria que durant els anys 1940 i 1950 —l'època de consolidació de la Mecànica Quàntica— va intentar alçar la veu per protestar davant del que ell considerava una irresponsabilitat filosòfica.

¹¹⁷Veure 2.4.

¹¹⁸Carta d'Ehrenfest a Bohr, 13 de febrer del 1923. AHQP/BSC10, sec. 1.

Ahir vaig llegir amb gran plaer la seva publicació a *Zeitschrift für Physik* (Quantentheorie → Atombau). És com si hom es banyés en aigua pura de brollador després d'haver caminat lentament, suat i enganxós, pel pantà del disgustant vagarejar i l'apedaçament d'hipòtesis. No es pot imaginar quant de valor per a la reflexió profunda obtinc d'aquest treball seu, mentre que la majoria d'altres treballs només em desanimen.

Ehrenfest prossegueix aquests elogis referint-se, precisament, al peu de pàgina sobre l'Stern-Gerlach:¹¹⁹[T157]

Per exemple, el seu comentari crític sobre el càlcul d'Einstein i meu del temps d'orientació en l'experiment d'Stern-Gerlach, és per mi un autèntic plaer: aquí hi ha encara quelcom molt bonic i general per a aclarir. Jo havia pensat ja en aquesta possibilitat abans de la publicació, però de manera ambigua i poc substancial. El seu comentari ara m'impulsa a pensar en això molt més profundament. Aquest punt de vista inadvertit és molt apetitós per a la reflexió. M'agradaria poder-vos mostrar que encara queda un trumfo a la màniga.¹²⁰

El *trumfo a la màniga* de què parla Ehrenfest¹²¹ no és més que una crítica a la solució proposada per Bohr a les orientacions dels àtoms de plata. Aquesta reflexió no la trobem directament a la carta, sinó a unes fulles soltes annexes a aquesta; pel contingut és fàcil deduir que guarden una estreta relació amb la carta i, segurament, constitueixen la reflexió que Ehrenfest esmenta.

En aquestes notes Ehrenfest parteix de l'expressió del moment elèctric d'un àtom, i afirma que un àtom que en l'estat fonamental tingui un moment elèctric mitjà nul no podrà ajustar la seva orientació en un camp magnètic: "Així, per exemple, l'àtom normal d'heli no podria orientar el seu moment magnètic en la direcció del camp magnètic a través d'absorció i emissió espontànies, ja que no posseeix cap moment elèctric mitjà – [contràriament a] l'àtom de sodi en l'estat fonamental o l'heli excitat."¹²²[T158]

¹¹⁹Ibid.

¹²⁰És una traducció figurativa de *Ich hoffe Ihnen zeigen zu können, dass doch noch ein kleiner Teufel in dieser Ecke sitzt*. Fent al·lusió a un refrany tradicional alemany (*Wenn Frauen sich unterhalten sitzt der Teufel in der Ecke und lernt*), interpretem que Ehrenfest vol dir que hi ha un petit detall que se li ha escapat a Bohr. Agraïm a Leo Neuhaus la seva ajuda en aquesta interpretació.

¹²¹asdf

¹²²Papers adjunts a la carta d'Ehrenfest a Bohr del 13 de febrer del 1923, AHQP/BSC10, sec. 1.

La demostració segueix a la pàgina següent:¹²³ si en absència de camp magnètic el moment elèctric de l'àtom es pot expressar

$$\begin{aligned} P_x + iP_y &= \sum C_{\tau_1 \dots \tau_s} e^{2\pi i(\tau_1 \omega_1 + \dots \tau_s \omega_s)t} \\ P_z &= \sum D_{\tau_1 \dots \tau_s} e^{2\pi i(\tau_1 \omega_1 + \dots \tau_s \omega_s)t}, \end{aligned}$$

amb l'aplicació del camp magnètic passa a ser

$$\begin{aligned} P'_x + iP'_y &= \sum C'_{\tau_1 \tau_2 \dots} e^{2\pi i(\tau_1 \omega_1 + \dots \tau_s \omega_s + 1 \cdot \omega_0)t} \\ P'_z &= \sum D_{\tau_1 \tau_2} e^{2\pi i(\tau_1 \omega_1 + \dots \tau_s \omega_s)t}. \end{aligned}$$

Fixem-nos que només ha aparegut una nova freqüència, ω_0 , als moments X i Y. En conseqüència, les constants corresponents s'han redefinit. En la component Z, res ha canviat.

Ara, seguint l'argumentació de Bohr, aquesta freqüència ω_0 només pot ser rellevant en l'àtom pertorbat si el coeficient de Fourier que li correspon estava ja present en l'expressió *abans* de l'aplicació del camp magnètic. O en paraules d'Ehrenfest, “només quan $C_{00\dots 0} \neq 0$, és a dir, només quan l'àtom en l'estat fonamental posseeixi moment elèctric mitjà, apareix una component de Fourier de freqüència ω_0 que d'altra manera seria absent.”¹²⁴[T159]

El trumfo a la màniga que Ehrenfest esperava poder mostrar a Bohr, doncs, era ni més ni menys que una connexió entre la *hipòtesi d'Ehrenfest* (hipòtesi B a l'article d'Einstein i Ehrenfest) i la solució que Bohr esbossa a la nota al peu de pàgina de la primera part de l'article. Si bé Bohr passava tota la responsabilitat de l'orientació a un mecanisme semblant al de les transicions entre estats atòmics, Ehrenfest li acabava de fer notar que sense un moment dipolar elèctric en l'estat fonamental de l'àtom, la quantització de l'orientació no podia tenir lloc. En definitiva, el problema que ell i Einstein ja havien exposat com a principal dificultat de la hipòtesi B.

Val a dir que aquestes argumentacions d'Ehrenfest demostren un grau de familiaritat amb la teoria de Bohr considerable —recordem que Ehrenfest només havia pogut llegir la primera part de l'article, ja que la segona va ser inèdita fins a la publicació de les obres completes de Bohr—, i l'austriac és capaç de resseguir un recorregut lògic que no dista gaire dels que hem vist amb Bohr entorn de l'expressió 5.4.

Malgrat les súplices d'Ehrenfest que no es molestés en respondre-li, Bohr envia una carta a Ehrenfest pocs dies més tard. Li parla dels plans de futur de cara a

¹²³Ibid.Reproduim intacta una inconsistència de notació en els subíndexs de les constants, ja que considerem que no afecta els raonaments exposats.

¹²⁴Papers adjunts a la carta d'Ehrenfest a Bohr del 13 de febrer del 1923, AHQP/BSC10, sec. 1.

poder acomodar una nova visita d'Ehrenfest, entre altres temes, i ataca finalment també el tema de l'orientació dels moments magnètics:¹²⁵[T160]

En relació a la qüestió del mecanisme d'orientació dels àtoms en un camp magnètic, sobre la qual ens heu escrit a Kramers i a mi, el pensament en el meu article era tal que el fenomen de dispersió en un camp magnètic ja ens mostra que per tal de tenir una orientació forçada no només l'estat fonamental dels àtoms ha de ser considerat, sinó també els nivells superiors.

D'entrada sembla que Bohr defensa la viabilitat de l'orientació fins i tot per àtoms en què l'estat fonamental no tingui un moment elèctric diferent de zero. Això semblaria invalidar els comentaris d'Ehrenfest, però Bohr prossegueix:¹²⁶[T161]

La meva opinió no és que l'orientació té lloc mitjançant radiació, sinó que és causada pel mateix mecanisme electrodinàmicament indescriptible que governa el fenomen de radiació i l'estabilitat dels estats estacionaris, i així doncs, que una discussió de la qüestió del balanç detallat dels intercanvis d'energia i moment no té sentit. Amb el seu aclariment en la carta a Kramers sobre la presència o absència d'una freqüència lenta en el canvi del moment elèctric, naturalment teniu raó. En un col·loqui aquí ja havíem estat d'acord en què el comentari del meu article no era completament apropiat, ja que en la meva opinió cap àtom en l'estat fonamental pot tenir un moment elèctric resultant, i que per tant les condicions per a l'intercanvi de radiació són encara més desfavorables que les estimades per vós i Einstein.

El significat d'aquest fragment és confús. D'una banda, Bohr havia assegurat unes línies més amunt que no només les freqüències de l'estat fonamental jugaven un paper crucial, però aquí sembla admetre que una orientació mitjançant intercanvi de radiació no podria retre compte de la velocitat observada —i arriba a afirmar que, tenint en compte les hipòtesis de la seva teoria, el temps d'orientació seria encara més lent que el proposat per Einstein i Ehrenfest. L'única sortida a aquest atzucac que sembla oferir Bohr, és el misteriós “mecanisme electrodinàmicament indescriptible” que s'encarrega també de governar “el fenomen de radiació i l'estabilitat dels estats estacionaris”. D'altra banda, la menció explícita de la violació del balanç detallat d'energia i moment (veure fragment anterior) ens fa pensar en el tercer capítol de la primera part d'aquest article (veure 2.4), on en una espècie de preludi del BKS¹²⁷

¹²⁵Carta de Bohr a Ehrenfest, 23 de febrer del 1922. ESC1, sec. 6, AHQP/EHR17.

¹²⁶Ibid.

¹²⁷Bohr et al. 1924.

Bohr proposa un major distanciament de les lleis mecàniques i electrodinàmiques clàssiques, mantenint els rols dels principis adiabàtic i de correspondència, però amb la necessitat d'un nou *principi d'existència i permanència dels nombres quàntics*.

Analitzem-lo amb més calma, perquè aquest paràgraf està ple de contingut. D'una banda, Bohr es retracta completament de l'afirmació del peu de pàgina del seu article, sense donar en canvi una justificació alternativa del mecanisme d'orientació dels àtoms de plata: arriba a afirmar que segons la seva teoria, l'orientació dels àtoms en el camp magnètic és inclús més difícil que en el càlcul d'Einstein i Ehrenfest. D'altra banda, veiem que parla d'un “mecanisme electrodinàmicament indescriptible” encarregat de governar “l'ocurrència de radiació i l'estabilitat dels estats estacionaris”. Sens dubte Bohr fa referència aquí al *principi de permanència i invariància dels nombres quàntics*, que havíem esmentat a la secció 2.4 tot esbossant la seva teoria del 1922. Podríem estar davant d'una disminució de responsabilitats atorgades al principi adiabàtic? Bohr mai va arribar a afirmar-ho explícitament, però sens dubte trobem aquí que un dels rols essencials del principi adiabàtic és ara transferit a aquest nou i misteriós principi de permanència i invariància dels nombres quàntics, que sembla recollir tot el pes explicatiu d'aquelles parts de la teoria que *de moment* no es podien justificar.

El més sorprenent de la situació és que, poques setmanes després de la publicació de l'article que ha d'establir sòlidament les bases de la teoria de Bohr, ja hi ha hagut canvis fonamentals en la seva interpretació que fan trontollar algunes de les conseqüències que se'n deriven.

Capítol 6

Comentaris finals

Aquesta tesi doctoral consisteix en l'estudi i la reconstrucció detallada de la història de l'experiment d'Stern i Gerlach. En línies generals hem vist que l'Stern-Gerlach va tenir molt menys impacte que el que normalment se li atribueix. Podríem dir que els seus resultats van causar sensació per un instant, però després van ser oblidats ràpidament. Al cap i a la fi, es podien entendre com una confirmació més d'una teoria ja ben acceptada —la quàntica— i alhora com la verificació d'una de les seves prediccions més atrevides —la quantització espacial. Una verificació que, per molt que elevés a *real* una eina matemàtica —per alguns—, tampoc significava un gran canvi dins de la teoria o els seus elements ontològics. En aquest sentit és potser comprensible que després de la reacció inicial arran de la seva verificació no se li donés més importància. En aquest últim capítol pretenem fer una lectura condensada de les conclusions d'aquesta tesi.

§1 Ens ha semblat estrany que ni tan sols Bohr, les prediccions del qual l'experiment d'Stern-Gerlach va verificar irrefutablement, fes gala d'aquest encert. Però no és un cas aïllat: després de l'eufòria inicial, l'Stern-Gerlach sembla passar en general a un segon pla dels interessos dels físics teòrics i, fins i tot, els experimentals. Els dos protagonistes en aquest camp, per exemple, van diversificar les seves vies d'investigació: Gerlach va seguir dedicant uns anys a l'estudi de la quantització espacial, i va dirigir un parell de tesis relacionades amb aquest tema, però pocs anys després els seus interessos van desviar-se cap a d'altres camins; Stern, d'altra banda, va crear un laboratori experimental de primera línia a Hamburg, però el seu principal interès no va ser la quantització espacial, sinó més aviat el mètode dels feixos moleculars. Conscient que aquest era un camp emergent amb un gran potencial, Stern va dedicar molts esforços a construir una metodologia experimental de gran precisió, i

va explotar-ho per fer tot tipus de mesures sobre partícules individuals —ja fossin àtoms, molècules o fins i tot partícules subatòmiques. Sí que hi ha, entre els seus treballs o el dels seus deixebles, algunes investigacions relacionades amb la quantització espacial, però és fàcil veure que es tracta d'un interès secundari.

§2 A l'esfera teòrica trobem més sorprenent encara la poca atenció que es va dedicar a l'article d'Einstein i Ehrenfest. No hem pogut trobar una justificació d'aquesta manca d'atenció cap al que semblava ser un problema seriós de la teoria. Sospitem que la creixent sensació de crisi hi va jugar un paper important. En concret, ja el 1923 es qüestionava fortament la vigència o, almenys, l'àmbit d'aplicació del principi adiabàtic. El més curiós és que la problemàtica de l'Stern-Gerlach no exclouïa necessàriament l'estudi simultani d'altres problemàtiques; ans al contrari, el cop de gràcia de la Teoria Quàntica Antiga va arribar, entre d'altres, per culpa de l'efecte Zeeman anòmal i de l'aplicació del principi adiabàtic a l'espectre sota l'efecte de camps creuats. La connexió d'aquests dos fenòmens amb l'Stern-Gerlach és inqüestionable —un per l'estreta relació entre l'efecte Zeeman i la quantització espacial, i l'altre perquè l'article d'Einstein i Ehrenfest qüestionava principalment el principi adiabàtic, el qual es posava també en dubte a partir dels camps creuats. Si s'hagués donat a l'article d'Einstein i Ehrenfest el pes que, amb perspectiva, *es mereixeria*, possiblement no se'l consideraria com el principal detonant de la crisi quàntica, però sens dubte se l'afegiria a la llista de causes d'esfondrament de l'edifici de la Teoria Quàntica Antiga.

El motiu pel qual els físics de primera línia de l'època van decidir donar més pes a d'altres inconsistències de la teoria ens queda com un misteri. Simplement, l'Stern-Gerlach no apareix entre els principals motius de preocupació dels físics del moment (amb comptades excepcions que ja hem exposat amb suficient detall), i per tant no disposem de material necessari —cartes, articles, manuscrits— sobre el qual treballar les nostres hipòtesis.

Que l'Stern-Gerlach no ocupava un primer pla entre les preocupacions del moment, però, queda confirmat una vegada més si ens fixem en el temps que es va trigar a modelitzar-lo dins de la nova Mecànica Quàntica: no és fins dos anys després de l'aparició del concepte d'espín que Phipps i Taylor estableixen la connexió entre aquesta propietat quàntica i els antics resultats d'Stern i Gerlach. No hem trobat cap evidència que, abans d'això ningú s'hagués adonat que la separació del feix en dues taques (en comptes de tres) constituís un fet inexplicable amb la teoria vigent. És a dir: la connexió entre l'experiment d'Stern-Gerlach i l'espín mai va ser degudament problematitzada, tal i com semblaria destil·lar-se d'alguns fragments citats a la introducció d'aquesta tesi.

En conclusió, si ens permetem per un moment el luxe (o la irresponsabilitat) de fer *història contrafactual*, podríem dir que l'Stern-Gerlach no va ser un catalitzador de la crisi quàntica però ho hauria pogut ser. I més encara: ens atrevim a dir que es mereixeria aquest rol històric, precisament per ser un dels experiments clau de la física quàntica. El que sens dubte l'experiment d'Stern i Gerlach no es mereix és l'atribució de rols històrics que realment no va jugar, com el descobriment o la verificació de l'espín electrònic.

§3 Una altra conclusió històricament rellevant que volem remarcar —i que no hem trobat en d'altres obres historiogràfiques— és la precarietat teòrica que constantment acompanya la Teoria Quàntica Antiga, que es trobava en una espècie de crisi permanent. La versió oficial és que la crisi quàntica va esclatar entre 1923 i 1925, quan els teòrics de l'època es van adonar que els conceptes amb què treballaven (avui en diríem *semiclàssics*) no eren suficients per retre compte de tots els fenòmens observats. Però el nivell de profundització en la Teoria Quàntica Antiga que hem assolit en aquesta tesi ens ha permès veure que la crisi quàntica s'inicia molt abans: de fet, des de ben al principi els èxits de la teoria en l'àmbit espectral i atòmic són molt limitats. Sorprenentment limitats. Creiem, doncs, que més que arribar la teoria a una crisi el 1923, el que hi va haver va ser una crisi constant dissimulada per un inicial estat col·lectiu d'eufòria entre els físics causada per l'aparició de les primeres teories que permetien explicar una *petita* part dels fenòmens observats. Una eufòria comprensible si tenim en compte que abans de la teoria quàntica de Bohr (i les successives extensions) les teories del moment tenien un poder explicatiu pràcticament nul. Reciclant un conegut eslògan polític-econòmic, podríem dir que “Teoria Quàntica Antiga és crisi permanent”.

Com a mostra exemplar del poder explicatiu de les teories clàssiques, el 1902 es va atorgar el Premi Nobel de Física a mitges a Zeeman i Lorentz; al primer per haver descobert experimentalment el desdoblament de les línies espectrals sota efecte de camps magnètics, al segon per haver trobat una explicació teòrica del fenomen. Una explicació, però, que tan sols era aplicable a una part ínfima de les observacions experimentals, ja que l'efecte Zeeman anòmal (el més freqüent) quedava fora del seu àmbit. Malgrat feia cinc anys que es coneixien aquests fenòmens anòmals, Lorentz va rebre igualment el premi perquè almenys n'havia explicat una part —i es donava per suposat que la seva explicació era el primer pas vers una comprensió més completa del fenomen en general.

Hem de suposar que aquest pragmatisme és el mateix que va aclamar la teoria de Bohr com un gran èxit. És important recordar, per exemple, que l'estructura fina de les línies espectrals de l'hidrogen (així com d'altres elements) es coneixia des

del 1892. En una teoria nova com la de Bohr, però, se li perdonava que no pogués explicar aquests fenòmens de segon ordre, ja que era la primera explicació raonable de l'estructura *gruixuda* de les línies espectrals. Segurament l'eufòria (o la condescendència) va durar una dècada gràcies als èxits parcials que petites modificacions de la teoria van anar aconseguint: Sommerfeld el 1915 amb l'estructura fina, Epstein i Schwarzschild amb l'efecte Stark el 1916, de seguida també Sommerfeld i Debye amb l'efecte Zeeman normal, altres nombroses contribucions de Kramers, Burgers, Rubinowicz, etc. que van ajudar a solidificar les bases teòriques, i l'exitosa explicació de la taula periòdica per part de Bohr són els principals èxits, però segurament ens n'estem deixant un bon grapat que van contribuir el seu granet de sorra a mantenir l'esperança envers la nova teoria.

Però el 1923 la teoria ja no era tan nova. Ni Bohr un jove i agosarat físic: amb només una dècada, el danès havia esdevingut un autèntic paladí de la teoria quàntica, no només per les seves contribucions imprescindibles, sinó sobretot per la seva capacitat de veure-hi sempre més enllà. La seva autoritat en el camp de la quàntica era inqüestionable, i la seva figura era comparable a la de *gegants* de la física com Max Planck o Albert Einstein. La mateixa preponderància s'atorgava a la seva teoria: la que inicialment era una teoria revolucionària amb cert poder explicatiu, deu anys més tard havia esdevingut la base, no només dels àtoms i els espectres, sinó de pràcticament tota la quàntica. La teoria de Bohr va ser la primera candidata a oferir una explicació fonamentada que englobés tots els fenòmens quàntics; o almenys podríem dir la primera candidata *prometedora*. El rol i, sobretot, les expectatives que s'assignaven a la teoria als anys 20 s'havien multiplicat: al cap i a la fi, si la teoria de Bohr havia de ser la teoria *última* de la naturalesa, era normal exigir-li que expliqués amb precisió tots els fenòmens observats. Incloent estructura fina, efecte Zeeman, els multiplets descoberts per Catalán, etc.

Curiosament, Bohr és qui més conscient havia estat, des de bon principi, de la provisionalitat de la seva pròpia teoria. En la seva recerca d'una teoria fonamental, completa i consistent, Bohr es va situar sempre en una altra esfera. Mentre la resta de físics interpretaven la seva teoria fil per randa i l'adoptaven per calcular prediccions particulars, Bohr sempre s'havia mogut més en un àmbit conceptual, aprofitant els resultats de la teoria —les prediccions particulars— per intentar endevinar les característiques de la nova teoria que havia de substituir la mecànica clàssica. Fins a quin punt hauríem d'estar disposats a renunciar als conceptes antics (*clàssics*) era, per Bohr, la qüestió principal. Heisenberg explicava anys després que quan va conèixer Bohr per primera vegada, es va adonar que¹[T162]

¹Nielsen 1977, p. 92.

[...] la visió de Bohr de la seva teoria era molt més escèptica que la de molts altres físics —per exemple, Sommerfeld— en aquella època, i la seva visió de l'estructura de la teoria no era resultat d'una anàlisi matemàtica de les assumpcions bàsiques, sinó d'una intensa reflexió sobre els fenòmens reals, de manera que per a ell era possible detectar les relacions intuïtivament més que derivar-les formalment.

I és que Bohr no estava realment interessat en els detalls matemàtics, sinó en els principis fonamentals, en els principis més profunds i primitius de la teoria. No ho podem expressar millor que Jammer:²[T163]

Veiem que, contràriament a Planck i Einstein, Bohr no tractava de salvar l'abisme entre la física clàssica i la quàntica, sinó que des del principi dels seus treballs va buscar un esquema de conceptes quàntics que constituís un sistema tan coherent en un costat de l'abisme, com les nocions clàssiques ho eren a l'altre costat de l'abisme.

De fet, les renúncies són sempre una constant en la trajectòria de Bohr durant aquesta època. El 1913 Bohr va renunciar ni més ni menys que a les explicacions causals d'un fenomen temporalment inexplicable. Segurament ho va fer sense ser plenament conscient de les conseqüències de llarg abast de la seva proposta i pensant que era una renúncia provisional. Els intents dels anys posteriors de formalitzar més fidedignament la seva teoria no són més que una lluita per aconseguir encasellar aquesta renúncia i tenir-la controlada. Durant uns anys l'estratègia va funcionar parcialment, però ja el 1919 Bohr es preguntava sobre la possibilitat de modelitzar la física del món microscòpic en un marc espai-temporal. A principis dels anys vint els desajustos de la teoria es fan més i més evidents, i Bohr comença a sospitar que cal abandonar alguns conceptes *heredats* de les teories clàssiques. És ben sabut que la primera aposta de Bohr va ser la renúncia a la conservació d'energia-moment a canvi de preservar el caràcter *clàssic* de la radiació electromagnètica. Davant la derrota d'aquest plantejament Bohr encara va influir significativament en la decisió de les renúncies incorporades a la Mecànica Quàntica. Renúncies que hem acabat acceptant, malgrat ser altament contradictòries amb la nostra experiència quotidiana i la nostra intuïció, i no necessàriament menys xocants que la renúncia a la conservació de l'energia-moment: Principi d'Incertesa de Heisenberg, superposició de les funcions d'ona o estats quàntics, postulat de la mesura, *entrellaçament*, etc.

²Jammer 1966, p. 88.

§4 Una altra idea que es destil·la de la nostra tesi i ens sembla digna d'esmentar és la possibilitat de construir una història de la Teoria Quàntica Antiga seguint exclusivament el fil conductor de l'efecte Zeeman. Com hem dit al capítol 3, l'efecte Zeeman va ser durant anys un dels principals motors dels desenvolupaments teòrics (i també d'algunes mesures experimentals). Lògicament una història escrita en clau Zeeman seria només una història parcial, però segurament seria un bon complement als relats històrics *típics* de la Teoria Quàntica Antiga. El que volem remarcar amb aquesta peculiar idea és que sovint es dona molt de pes a l'efecte Zeeman com un catalitzador de la crisi quàntica; esperem haver fet palès, al llarg de tota la tesi però especialment al capítol 3, que l'efecte Zeeman va ser també una important força motriu dels desenvolupaments més primerencs de la Teoria Quàntica Antiga. Ja abans de la teoria quàntica de Bohr, de fet, l'efecte Zeeman havia servit com una guia empírica per classificar els espectres atòmics, permetent establir algunes relacions a partir de les regularitats observades. Durant l'adveniment de la teoria de Bohr, a mitjan 1913, trobem una carta de Sommerfeld a Bohr on l'alemany cita el seu interès per buscar una teoria quàntica de l'efecte Zeeman. Aquest desig inicial de Sommerfeld es va materialitzar parcialment per primera vegada el 1916, quan Sommerfeld va aconseguir trobar una explicació quàntica de l'efecte Zeeman normal, però va ser incapaç de trobar una explicació per l'homòleg anòmal. Les seves esperances albergades en les correccions relativistes aquesta vegada van fracassar. L'efecte Zeeman —o més ben dit, la lluita *contra* l'efecte Zeeman— seguiria sent fructífer dins la teoria quàntica encara durant uns quants anys: regles de selecció de Rubinowicz, quantització espacial (i Stern-Gerlach!), magnetisme i nombre quàntic intern són només alguns dels aspectes de la Teoria Quàntica Antiga influenciats per la frustració del Zeeman anòmal, un os dur de rosegar. Tan dur de rosegar, de fet, que se'l considera un dels principals detonants de la crisi de la Teoria Quàntica Antiga i l'esfondrament de tot l'edifici construït amb molts esforços durant aproximadament una dècada.

Una aportació històrica indirecta d'aquesta tesi, encara que menor, ha estat aclarir el rol que la birefringència va jugar en l'experiment d'Stern-Gerlach. Totes les fonts secundàries consultades afirmen que la birefringència magnètica no havia estat observada experimentalment en gasos abans de l'experiment d'Stern i Gerlach. No hem aprofundit en la investigació d'aquest tema, però hem vist que a l'època es coneixia experimentalment la birefringència magnètica, i en canvi el que no s'havia pogut observar era el que nosaltres hem anomenat birefringència magnètica *quàntica* en gasos. Aquesta mancança experimental va constituir una part de la motivació del projecte d'Stern i Gerlach.

§5 Aquesta tesi no s'ha plantejat com una anàlisi filosòfica, però la història i la filosofia són dues disciplines entre les quals es poden establir vincles fàcilment —i de fet establir-los pot ajudar a entendre millor el funcionament de cadascuna de les disciplines per separat. Més enllà de les implicacions històriques, doncs, considerem que indirectament podem extreure d'aquesta tesi algunes conclusions filosòfiques interessants.

L'estudi detallat que hem fet de l'Stern-Gerlach ens permet analitzar, per aquest cas concret, el diàleg entre teoria i experiment. És en la discussió d'aquest diàleg que s'acostumen a fer afirmacions com que la Mecànica Quàntica és una conseqüència del positivisme que —voluntàriament o involuntària— es va apoderar dels teòrics quàntics de l'època, o almenys d'alguns d'ells. En aquesta mateixa línia, una primera reflexió que volem fer constar és la necessitat que hem tingut, al llarg de tota la tesi, de clarificar les diferències entre les interpretacions empírica i teòrica. A principis del segle XX, per exemple, trobem una emergència de models que permeten explicar parcialment algunes mesures espectrals, com ara certes regularitats que regeixen l'efecte Zeeman anòmal. El valor atorgat a aquests models *empírics*, però, era sempre provisional: no eren capaços de conferir una comprensió de la física que resideix darrere els fenòmens observats. Per contra, altres aproximacions sí que posseïen aquestes aspiracions: els models de Voigt i Sommerfeld, en primera instància, i posteriorment els models quàntics tenien pretensions d'explicar el que *realment* passava a la naturalesa. Com totes les línies divisòries, la demarcació entre la interpretació empírica i la interpretació teòrica, però, no és clara ni única. Tot model empíric es basa en certes pressuposicions (una ontologia primitiva), i alhora tota teoria necessita cert èxit empíric per poder ser considerada vàlida.

En la història del naixement i desenvolupament de la Teoria Quàntica Antiga, els exemples d'aquesta retroalimentació empírica entre teoria i experiment són freqüents: idealment l'experiment ofereix noves dades que d'una banda posen a prova la teoria i de l'altra li donen una primera indicació de la direcció a seguir; la teoria al seu torn ofereix un marc (teòric, ontològic) a partir del qual interpretar les dades obtingudes, o a vegades fins i tot és la motivació de noves mesures experimentals. Fins a cert punt, aquest diàleg existeix i és essencial per marcar la trajectòria dels desenvolupaments científics, però no és tan perfecte com se l'acostuma a postular. Unes línies més amunt hem parlat de l'exemple de l'estructura fina, en què el diàleg entre teoria i experiment no funciona d'aquesta manera tan ideal: tot i que els resultats experimentals estaven allà per *falsar* la teoria de Bohr, es va decidir obviar-los temporalment per emfatitzar les parts positives —predictives— de la nova teoria.

L'Stern-Gerlach constitueix un cas més extrem de la ruptura d'aquest diàleg: del nostre estudi se'n dedueix que en una de les direccions va ser pràcticament inexis-

tent. El diàleg previ a l'experiment és evident i ha quedat llargament demostrat: l'Stern-Gerlach segueix el patró d'experiment crucial en el sentit que els seus autors el van plantejar com la resposta final a una pregunta naturalment sorgida de les prediccions de la teoria: existeix o no la quantització espacial? La teoria com a motor de l'experiment. Poques setmanes després dels resultats experimentals, però, el diàleg en l'altre direcció es va interrompre completament. L'única resposta teòrica és l'article d'Einstein i Ehrenfest, i els seus efectes a mig termini són evanescents. Així doncs, podem considerar l'Stern-Gerlach com un experiment crucial? En el seu plantejament es pot argumentar que ho és, ja que es tracta d'un experiment amb uns objectius prefixats per una controvèrsia teòrica. Una vegada obtingut l'èxit experimental, però, seria erroni classificar l'Stern-Gerlach com un experiment crucial; de les diverses lectures que es poden fer dels resultats, cap dóna gaire força a la categoria d'*experimentum crucis*:

- De la motivació inicial de l'experiment —distingir entre clàssica i quàntica en l'orientació dels moments magnètics— clarament l'Stern-Gerlach triomfa en la seva verificació de la quàntica; una verificació que si bé celebrada breument no va tenir *cap* impacte conceptual en la teoria.
- Una segona motivació dialèctica de l'experiment, la distinció entre les prediccions de Bohr i Sommerfeld, es podria llegir novament en clau d'*experimentum crucis*. Hem vist, però, que pocs mesos abans Sommerfeld ja havia rendit la seva teoria als peus de Bohr per altres arguments més abstractes. Si bé es va celebrar la victòria de Bohr, novament, no hi ha impactes conceptuals en la teoria.
- A vegades també s'assigna a l'Stern-Gerlach el rol de confirmar l'existència dels estats estacionaris de Bohr. Si bé és una possible lectura de les conseqüències de l'experiment,³ podem considerar que el 1922 els estats estacionaris de Bohr estaven més que acceptats i verificats, fins i tot a partir de mètodes experimentals no espectrals (experiment de Franck-Hertz). L'Stern-Gerlach s'afegeix a la llista de confirmacions, i d'alguna manera engrandeix una mica més l'abast de la quantització, però considerem que aquests motius no són suficients per coronar-lo com a experiment crucial.

³Recordem la cita d'Albert Einstein ([T32], a la pàgina 57), que citava l'Stern-Gerlach precisament amb aquest sentit: “D’entre els resultats experimentals dels últims anys només són significants l'experiment d'Stern-Gerlach i l'experiment de Compton (dispersió de raigs X amb canvi de freqüència); el primer mostra l'existència dels estats quàntics, i el segon la realitat de l'impuls dels quanta de llum.”

- En canvi, un aspecte en el qual l'Stern-Gerlach *hauria d'haver* constituït un autèntic experiment crucial —el col·lapse de la Teoria Quàntica Antiga—, els físics teòrics no el van reconèixer com un indicador més dels problemes de la teoria. Atorgar-li a posteriori la medalla de l'*experimentum crucis* per aquest motiu, no només seria fal·laç, sinó que constituïria una flagrant alteració de l'esdevenir històric.

Considerem que si s'atorga sovint aquest qualificatiu —*experimentum crucis*!— a l'Stern-Gerlach és per la reconstrucció heroica que es tendeix a fer de la història, especialment quan es fa a mitges. Per exemple, és normal que es qualifiqui l'Stern-Gerlach d'experiment crucial quan es cau en la trampa d'afirmar que va servir per descobrir l'espín electrònic, o d'afirmar que els dos experimentals van quedar bocabadats davant de les dues (en comptes de tres) taques de la placa col·lectora. És normal però, reiterem, totalment erroni.

Una altra raó per qualificar l'Stern-Gerlach de crucial és la *crucial* importància que ha adquirit amb el temps. Una importància didàctica, com hem vist, però que nogensmenys el situa com un dels experiments més reconeguts de la història de la quàntica. De fet, pedagògicament parlant, l'Stern-Gerlach és sens dubte un experiment crucial: és crucial per entendre el concepte d'espín i, fins i tot a vegades, crucial per il·lustrar els postulats mateixos de la Mecànica Quàntica. Però res més allunyat de l'*experimentum crucis* de Francis Bacon.⁴

En termes més generals es podria qüestionar la vigència del concepte d'*experimentum crucis*, tal i com han fet múltiples autors, entre els quals són destacables els importants precedents establerts per Duhem i Quine. En un context de discussions filosòfiques com les esmentades, l'Stern-Gerlach podria constituir un cas d'estudi molt interessant i il·lustratiu, i aquesta tesi en podria marcar un inici.⁵

§6 Certament, el treball desenvolupat aquí ens obre la porta un ampli ventall de futures investigacions complementàries. En primer lloc, hi ha un bon grapat de petites extensions que aportarien matisos interessants a la nostra investigació. Per exemple, s'hauria pogut estudiar més a fons el descobriment experimental de l'efecte Stark, així com la seva justificació teòrica des de la teoria de Bohr-Sommerfeld; la quasi-solució a l'efecte Zeeman anòmal que es va plantejar a principis de la dècada dels 1920s ha estat poc més que esmentada en aquesta tesi, i constituïria una interessant aplicació que hi encaixaria perfectament; o també ens hauríem pogut estendre més

⁴Bacon 2000.

⁵Harding 1976; Gillies 1993.

en el temps, incorporant per complet la crisi de la Teoria Quàntica Antiga, ajudant a crear una millor contextualització històrica.

A part d'aquestes petites extensions complementàries, alguns estudis més complets (en el sentit d'autocontinguts) es presenten de manera natural com projectes que es podrien desenvolupar a partir d'aquesta tesi. El primer ja el vam anticipar a la introducció: es tracta de l'estudi de la justificació microscòpica del magnetisme, la qual discorre paral·lelament a la narrativa que acabem de presentar i amb la qual trobaríem múltiples influències mútues; sense anar més lluny, l'Stern-Gerlach representa un punt culminant de totes dues narratives. En comptes d'ampliar l'estudi del mateix període històric, però, es podria resseguir el mateix fil argumental fins uns anys més enllà, i estudiar l'entrada en escena de l'espín i la incorporació de l'Stern-Gerlach en el nou context teòric de la Mecànica Quàntica. Si bé n'hem donat quatre pinzellades, no dubtem de la vàlua que tindria un estudi detallat i rigorós d'aquests aspectes fins —per exemple— l'any 1927. O anant més enllà encara —i potser insinuant un estudi de caire didàctic—, es podrien resseguir les aparicions de l'Stern-Gerlach més enllà, durant els anys de consolidació de la Mecànica Quàntica (1930s, 1940s i potseriors).

Finalment, la identificació d'un preludi del “problema de la mesura” en l'article d'Einstein i Ehrenfest (1922), ens fa pensar que seria molt interessant traçar aquesta *discontinuitat temporal* —el col·lapse de la funció d'ona— enrere en el temps, i investigar-ne els orígens en el si de la Teoria Quàntica Antiga, en el que vindria a ser un estudi històrico-filosòfic.

§7 Per acabar, i en un to més personal, creiem que la història no és la cerca de la *veritat* (com a concepte oposat a la *mentida*); incapaç d'assolir un relat verídric del passat, la *veritat històrica* es contraposa principalment a l'oblivió i les seves nefastes conseqüències. Aquesta tesi, doncs, no preten rescatar res més que una versió assintòticament veraç dels fets que, fa gairebé un segle, van contribuir a donar forma a la física tal i com la coneixem avui dia. Esperem que la nostra investigació aportï un gra de sorra —el nostre granet de sorra!— a la restitució dels rols que originalment va jugar l'Stern-Gerlach, i ajudi a entendre —o almenys a no oblidar— com hem arribat fins on som avui.

Chapter 7

Summary and Conclusions

7.1 Summary

The Stern-Gerlach experiment (SGE) is one of the most celebrated experiments in the history of the quantum theory. Used thoroughly in modern textbooks on Quantum Mechanics, this experiment is usually posed as one of the cornerstones upon which the theory developed. Most of these books use the SGE to illustrate the concept of spin and, sometimes, even the whole set of Quantum Mechanics postulates. This educational use has led to a misunderstanding of the role that the SGE played in the development of the quantum theory. It is not a rarity to find sources (most of them informal, but also formal ones) that state that the SGE results were interpreted as a puzzle or even led to the discovery of spin.

When looking for historical studies that explain in detail the episode of the SGE, we found a complete lack of specialized sources. Most publications are brief collections of anecdotes surrounding the experiment, and some of them even include wrong or misleading interpretations from the theoretical point of view. Perhaps the only complete historiographical study of the SGE can be found in the recent thesis of Wolfgang Trageser (“Der Stern-Gerlach-Effekt. Genese, Entwicklung und Rekonstruktion eines Grundexperimentes der Quantentheorie 1916 bis 1926”) presented in 2011 in the Johann Wolfgang Goethe-Universität at Frankfurt am Main.¹ In this thesis the author addresses the experimental work of Otto Stern and Walther Gerlach in detail, but leaves out any elaborated comment on the theoretical motivation of the experiment, as well as its theoretical consequences.

By looking more closely at the theoretical context surrounding the SGE, we intend to restore the right interpretation of its role in the development of quantum

¹Trageser 2011.

theory; it is not surprising that we end up finding a completely novel account. The new contextualized interpretation of the SGE has far reaching consequences in the educational scope. We found that most references misguide their readers, either by giving a wrong account of the events, either because they elude to give the correct interpretation of a crucial episode as the SGE is.

We start this thesis with a synthetic state-of-the-art review of the OQT in the 1910's (chapter 2). The two main characters of this episode are Niels Bohr and Arnold Sommerfeld. Rather than an exhaustive chronological account of the development of their respective theories, we tackle their main postulates and principles, and give a general picture of the mathematical machinery that each author uses. The aim of this first chapter is to clearly provide the reader with enough knowledge of the two main approaches of the OQT, in order to understand the motivations that lead to the SGE.

The main motivation is treated in chapter 3, dedicated to the Zeeman effect and space quantization. The Zeeman effect was indeed one of the main guiding lines of the developments of Bohr and Sommerfeld (although in the end the same Zeeman effect turned out to be one of the executioners of the OQT, leading to the quantum crisis and the birth of Quantum Mechanics). The Zeeman effect is very important for our historical narrative, because it leads to the formulation of "space quantization" by Sommerfeld in 1916. This space quantization succeeded in explaining for the first time the normal Zeeman effect within a quantum framework, and was quickly adopted by Bohr. Even if in general terms we could say that both Bohr and Sommerfeld used the same concept of space quantization, when looking closer at their respective formulations we found that they differed in certain details. These two versions of space quantization influenced each other along the years. Space quantization was not a static concept in time: it rather evolved.

Despite its partial successes, space quantization remained for some physicists a purely speculative assumption which lacked reality: many believed it was only a mathematical tool to explain certain features of the Zeeman effect. This was the main motivation that led Stern to propose his experiment in 1921: to elucidate once and for all if space quantization did take place inside the atom or not.

The SGE details are tackled in chapter 4, with a retrospective approach to trace the origins of the experimental methods adopted by Stern and Gerlach. Special attention has been paid to Stern's motivations to consider this experiment. The result unfolded by his colleague, Gerlach, not only confirmed a discrete outcome—thus ruling out the classical prediction and strengthening spatial quantization—, but also (and especially) validated Bohr's prediction to the detriment of Sommerfeld's.

The main chapter of this thesis is chapter 5, where we present a detailed study of

the theoretical reception of the SGE. It could be expected that these experimental results would have been highly celebrated, but by looking at Bohr's works in the subsequent years we found almost a complete lack of references to this "victory" of the Dane. More intriguingly, the only theoretical response to SGE's results was a paper by Einstein and Ehrenfest published shortly after. In this paper, the two theoreticians point out serious problems that current quantum theory faced in order to account for the SGE results. According to them, the SGE rather than a success and confirmation of quantum theory, reveals a deep flaw in one of its most fundamental principles: the adiabatic principle.

The discussion following this paper was scarce and discontinuous. Even though it should have called the attention of many physicists at the time, it went almost unnoticed. A few short and inconclusive answers were given by Bohr a few months later, but even though it didn't settle the question, it seems to have received no further discussion than another very brief note by Adolf Smekal. Born and Heisenberg commented on the problem too, in a short paragraph at the end of a long paper tackling other issues. Recently, Isachar Unna and Tilman Sauer have published a paper stating that the problem faced by Einstein and Ehrenfest constitutes, indeed, a very primitive acknowledgement of the "problem of the measure". Too primitive to be correctly interpreted at that time, apparently.

Ironically enough, at the same time the quantum crisis unfolded itself: only two years after the SGE, the anomalous Zeeman effect, the spectral multiplets, the helium ionization potential and the effect of crossed magnetic and electric fields put the theory on the ropes. In 1923 and 1924 a majority of the contributors to the Old Quantum Theory were aware that a deep change was needed to explain all the experimental data in a theoretically consistent way. This perhaps diluted the perception of the SGE results as a problem within the theory.

However, the main reason why all this theoretical challenge posed by the SGE went unnoticed can be found in the birth of Quantum Mechanics. The explosion that followed Heisenberg's and Schrödinger's creation of Quantum Mechanics somehow overshadowed these considerations by Einstein and Ehrenfest, and even the SGE itself. In fact, it took two years after the appearance of the concept of spin, before anybody realized the connection between this rather elusive concept and the results obtained by Stern and Gerlach some five years before. It was 1927, and a very powerful educational tool was indeed born with this connection: as we said at the beginning of this summary, the SGE has been vastly used to illustrate some features of this new theory. The oversimplified history that accompanies these uses, however, tends to elevate the SGE to an *experimentum crucis*, a role that it indeed never played. We can (and should) continue using it as a very powerful educational

example, but at least we ought to restore its original meaning within its historical context.

7.2 Conclusions

This Ph.D. dissertation consists in a study and detailed reconstruction of the Stern-Gerlach experiment history. In general lines, we have seen that the Stern-Gerlach had much less impact than it is usually attributed to it. We could say that its results caused sensation for a little while, but then were quickly forgotten. All in all, they could be understood as a further confirmation of an already well accepted theory—old quantum theory—and at the same time as a verification of one of its most bold predictions—space quantization. A verification that, despite raising a mathematical tool to *reality*—for some—, it didn't mean a huge change within the theory or its ontological elements. In this sense it is understandable that, after an initial reaction to this verification, it went out of fashion. We will now offer a condensed reading of the conclusions of this dissertation.

§1 It is strange that not even Bohr, whose predictions were irrefutably confirmed by the Stern-Gerlach experiment, would flaunt this success. However, it is not the only case: after the initial euphoria, the Stern-Gerlach experiment seems to fall out of interest for theoreticians and, even, experimenters. The two main characters of this experiment, for instance, moved away from this field: Gerlach spent a few years studying space quantization, and he even supervised a couple of theses related to the topic, but a few years later his interests took other paths; Stern, on the other hand, in Hamburg created a first line experimental laboratory, but his main focus was not space quantization but rather the method of molecular beams. Aware that this was a growing discipline with a huge potential, he dedicated all his efforts to work out a highly precise experimental methodology, and he exploited it extensively to perform measures on different kinds of individual particles—either atoms or molecules, or even subatomic particles. There actually is, among his works and those of his disciples, a few investigations related to space quantization, but it is straightforward to see that for him it was secondary.

§2 On a theoretical level we find even more surprising the poor attention that was dedicated to the paper by Einstein and Ehrenfest. We have not been able to find a justification of this lack of attention towards what seemed to be a very serious problem of the theory. We suspect that the ever-growing sentiment of crisis played

an important role. In particular, by 1923 the validity (or at least the relevance) of the adiabatic principle was already in doubt. It is most shocking the fact that the Stern-Gerlach problem didn't actually exclude the simultaneous consideration of other problems; quite the opposite: the death blow to the Old Quantum Theory was brought mainly by the anomalous Zeeman effect and the application of the adiabatic principle to the spectrum under the influence of crossed fields. The connection of these two phenomena and the Stern-Gerlach is unquestionable—one because of the tight relation between the Zeeman effect and space quantization, and the other because the Einstein-Ehrenfest paper raised doubts about the adiabatic principle, which was also challenged by the crossed fields. If a *rightful* amount of relevance would had been attributed to the Einstein-Ehrenfest paper, most likely it wouldn't be considered the main trigger of the quantum crisis, but without doubt it would be included in the list of causes of the collapse of the Old Quantum Theory building.

The reason why first line physicists of that time decided to give more importance to other inconsistencies of the theory is for us a mystery. Simply put, the Stern-Gerlach doesn't appear among the main worries of physicists of the time (with a few exceptions that we have treated in enough detail), and thus we don't have the necessary material—letters, papers, manuscripts—to work out our hypotheses.

That the Stern-Gerlach wasn't among the main worries at the moment, however, is clearly confirmed if we take a look at the time it took to model the experiment within the new Quantum Mechanics: it is not until two years after the appearance of the concept of spin that Phipps and Taylor established a connection between this quantum property and the old results of Stern and Gerlach. We haven't found any evidence that, before them, anybody had realized that the twofold beam splitting (instead of three-fold) was unexplainable with the valid theory. Or to put it another way: the connection between the Stern-Gerlach experiment and spin was never actually problematized, contrary to what seems to stem from some fragments we quoted at the introduction of this thesis.

In conclusion, if we allow ourselves the luxury (or the irresponsability) of doing *counterfactual history*, we could say that the Stern-Gerlach wasn't a catalyst of the quantum crisis, but it could have been. And even more: we dare to say that it deserves this historical role, precisely because it was one of the key experiments of quantum physics. Without doubt, what the Stern-Gerlach doesn't deserve is to be attributed with historical roles that it didn't actually play, like the discovery or verification of electronic spin.

§3 Another remarkable conclusion, that we haven't found in other historiographical works, is the theoretical precariousness that constantly affects the Old Quantum

Theory, which actually was in a kind of permanent crisis. The official version is usually that the quantum crisis unfolded between 1923 and 1925, when the theoreticians of the time realized that the concepts they were working with (today we could call it *semiclassical* approach) weren't enough to account for all the observed phenomena. But the depth we have reached with this study of the Old Quantum Theory has revealed that the quantum crisis starts much before: from the very beginning the successes of the theory in the spectral and atomic scopes were quite limited. Shockingly limited. We believe, thus, that rather than arriving at a crisis in 1923, what happened was a permanent crisis disguised by an initial collective state of euphoria among the physicists. An euphoria caused by the appearance of the first theories that could explain a *small* part of the observed phenomena. It is an understandable behavior if we take into account that before Bohr's quantum theory (and its successive extensions) the current theories had a very limited explaining power, almost non-existent. Recovering a well-known economic-political slogan we could state that "the Old Quantum Theory is a permanent crisis."

As an example of the limited explanatory power of classical theories, in 1902 the Physics Nobel Prize was awarded jointly to Zeeman and Lorentz; to the first one for the experimental discovery of the splitting of spectral lines under the effects of magnetic fields, and to the second one for finding the theoretical explanation of the phenomenon. An explanation, however that was only valid for a small part of the experimental observations, as the anomalous Zeeman effect (the most frequent) fell out of its scope. Despite this had been known for five years, Lorentz received nevertheless the prize because at least he had explained a fraction of the observations—and it was taken for granted that his explanation was the first step towards a more complete understanding of the phenomenon in general.

We have to suppose that this pragmatism is the same that proclaimed Bohr's theory as a big success. For example, we ought to remember that the fine structure of hydrogen spectral lines (as well as other elements) was well known from 1892. In a new theory such as Bohr's, however, the lack of explanation for these phenomena was somehow excused, as it was indeed the first reasonable explanation of the *gross/coarse* structure of spectral lines. Most likely the euphoria (or condescendence) lasted for a decade thanks to the partial successes that small modifications of the theory brought: Sommerfeld in 1915 with the fine structure, Epstein and Schwarzschild with the Stark effect in 1916, right away also Sommerfeld and Debye with the normal Zeeman effect, multiple contributions by Kramers, Burgers, Rubinowicz, etc. that helped to solidify the theoretical grounds, and the successful explanation of the periodic table of elements by Bohr are probably the main successes, even if we are forgetting a whole lot that contributed their small grain to maintain the hope towards the new

theory.

But in 1923 the theory was no longer new. Nor was Bohr a young and dareful physicist: after only a decade, the Dane had become a real champion of the quantum theory, not only for his essential contributions, but specially because of his ability to always see further away. His authority in the quantum discipline was out of question, and his figure was comparable to that of *giants* of physics such as Max Planck or Albert Einstein. The same prevalence was attributed to his theory: what initially had been a revolutionary theory with a little explanatory power, ten years later had become the grounds, not only of atoms and spectra, but of almost all that was quantum. Bohr's theory was the first candidate to offer a well founded explanation for all the quantum phenomena; or at least we could say that it was the first *promising* candidate. The role and, especially, the expectations that were attributed to that theory in the 1920's had grown out of scale: all in all, if Bohr's had to be the *ultimate* theory of nature, it was only normal to demand from it explanations for all observed phenomena. Including fine structure, Zeeman effect, the spectral multipletes discovered by Catalán, etc.

Oddly enough, Bohr was all along the most aware of the temporarility of his own theory. In his search for a fundamental, complete and consistent theory, Bohr was always at another level. While the rest of physicists interpreted his theory strictly and adopted it to calculate particular predictions, Bohr always moved in a conceptual layer, taking advantage of new developments of the theory—the particular predictions—to try to guess the main features of the new theory that had to replace classical mechanics. To which level should we be prepared to give up ancient concepts (*classical ones*) was, for Bohr, the main question. Heisenberg recalled, years later, that this was shocking when he first met Bohr:²

For the first time I understood that Bohr's view of his theory was much more sceptical than that of many other physicists—e.g., Sommerfeld—at that time, and that his insight into the structure of the theory was not a result of a mathematical analysis of the basic assumptions, but rather of an intense occupation with the actual phenomena, such that it was possible for him to sense the relationships intuitively rather than derive them formally.

Indeed Bohr was not really interested in mathematical details, but in fundamental principles, in the deepest and most primitive principles of the theory. We couldn't find better words than Jammer to express this:³

²Nielsen 1977, p. 92.

³Jammer 1966, p. 88.

We thus see that, contrary to Planck and Einstein, Bohr did not try to bridge the abyss between classical and quantum physics, but from the very beginning of his work, searched for a scheme of quantum conceptions which would form a system just as coherent, on the one side of the abyss, as that of the classical notions on the other side of the abyss.

Renounces are a constant during Bohr's trajectory of that time. In 1913 he gave up no less than to causal explanations of a phenomenon temporarily inexplicable. Most likely he did it without being totally conscious of the far-seeing consequences of his proposal, and surely thinking that it was some provisional renounce. The attempts of the following years to better formulate his theory are nothing else than a fight to try to cage this renounce and have it under control. During a few years this strategy worked partially, but already in 1919 Bohr asked himself about the possibility of modelling microscopic physics in a space-time framework. In early 1920's the disadjustments of the theory were increasingly more self-evident, and Bohr started to suspect the need to abandon some *inherited* concepts from classical theories. It is well known that his first bet was the renounce to the energy-momentum conservation, in exchange to retain the *classical* character of electromagnetic radiation. After the defeat of this approach, Bohr still significantly influenced the choice of further renounces incorporated in Quantum Mechanics. Renounces that we have accepted nowadays, even if they really contradict our daily experience and our intuition; and they are not necessarily less shocking than the renounce of the energy-momentum conservation: Heisenberg's Uncertainty Principle, the superposition of the wavefunction or quantum states, the measure postulate, *entanglement*, etc.

§4 Another idea that follows from our thesis and that is worth mentioning is the possibility of building a history of the Old Quantum Theory following only the path of Zeeman effect. As we said in chapter 3, the Zeeman effect was for a long time one of the main driving force of the theoretical developments (and also of experimental measurements). It is obvious that a history written around the Zeeman effect would be biased and partial, but it would be a good complement of other more typical historical accounts of the Old Quantum Theory. What we want to stress with this peculiar idea is that usually a lot of protagonism is given to the Zeeman effect as a catalyst of the quantum crisis; we hope to have shown, along the thesis but specially in chapter 3, that the Zeeman effect was also an important driving force of the early developments of the Old Quantum Theory. Even before Bohr's theory the Zeeman effect was useful as an empirical guide to classify atomic spectra, allowing to establish certain relations from observed regularities. During the birth of Bohr's theory, in

mid 1913, we find a letter from Sommerfeld to Bohr where the German mentions his interest to find a quantum theory of the Zeeman effect. This initial wish of Sommerfeld materialized partially in 1916, when he himself could find a quantum explanation of the normal Zeeman effect, but was unable to find any explanation for the anomalous one. This time, his hopes held in relativistic corrections failed. The Zeeman effect—or better said, the fight *against* the Zeeman effect—would be very fruitful in the quantum theory still during a few years: selection rules by Rubinowicz, space quantization (and Stern-Gerlach!), magnetism and inner quantum number are just a few steps of the Old Quantum Theory that were influenced by the anomalous Zeeman frustration. A frustration that indeed ended up detonating the Old Quantum Theory crisis, with the collapsing of a building built with a lot of effort during about a decade.

An indirect finding of this thesis, even if of minor importance, has been to clarify the role that birefringence played in the Stern-Gerlach experiment. All secondary sources we could find state that magnetic birefringence had not been experimentally observed in gases before the Stern-Gerlach experiment. We couldn't dedicate much effort to this investigation, but we have clearly seen that at that time magnetic birefringence was well known, and what had not been observed is what we have called *quantum* magnetic birefringence in gases. This experimental shortcoming constituted part of the motivation of the project of Stern and Gerlach.

§5 We have explicitly not taken a philosophical approach in this thesis. However, history and philosophy can be easily linked, and these links can help to better grasp each of these disciplines. Further than historical implications, thus, we consider that we can infer a few interesting philosophical conclusions from this thesis.

The detailed study we have performed of the Stern-Gerlach experiment allows us to analyze, for this particular case, the dialog between theory and experiment. In the discussion of this dialog it is usually stated that Quantum Mechanics is a consequence of positivism that—knowingly or not—took over of the quantum theoreticians of the time, or at least of some of them. In the same line, we would like to reflect that along all this thesis we have needed to often clarify the differences between empirical and theoretical interpretations. In the early 20th century, for example, we find a constant growth of models that allow to partially explain some of the spectral measures, like some regularities that rule the anomalous Zeeman effect. The value attributed to these *empirical* models, however, was always temporary: they were unable to give a comprehension of the physics underlying the observed phenomena. On the contrary other approaches did have these intentions: Voigt's and Sommerfeld's models, on the one hand, and the quantum models, on the other, pretended to explain what *really*

was going on in nature. Like all dividing lines, the demarcation between empirical interpretation and theoretical interpretation is not clear or unique. All empirical model is based in certain assumptions (a primitive ontology), and at the same time, all theory needs of a certain empirical support to be considered successful.

In the history of the birth and development of the Old Quantum Theory, the examples of this empirical feedback between theory and experiment are frequent: ideally the experiment offers new data that, on the one hand challenge the theory, and on the other point towards the path to follow; the theory, on its turn, offers a framework (theoretical, ontological) within which to interpret the obtained data, and sometimes even motivates new experimental measurements. To a certain leel, this dialogue exists and is essential to understand the scientific developments, but it is never as perfect as is usually depicted. A few lines above we have given the example of fine structure, where the dialog between theory and experiment didn't work in such an idealized way: even if the experimental results were there to *prove wrong* Bohr's theory, it was decided to ignore them temporarily and put the emphasis in positive—predictive—parts of the new theory.

The Stern-Gerlach experiment constitutes an even more extreme case of the breakdown of this dialogue: from our study can be inferred that in one of the directions it was almost absent. The dialogue prior to experiment is obvious and has been long proved: the Stern-Gerlach falls in the pattern of crucial experiment in the sense that its authors proposed it as the final answer to an answer naturally posed from the theoretical predictions: does it exist (or does it not) space quantization? The theory as an engine for experiment. A few weeks after the experimental results, however, the dialogue in the other direction was cut. The only theoretical response to the results is the paper by Einstein and Ehrenfest, and still the impact of this paper in short or mid term are evanescent. Thus, can we consider the Stern-Gerlach as a crucial experiment? It could be argued that its proposal is indeed set up by a theoretical controversy. Once obtained the experimental success, however, it would be wrong to classify the Stern-Gerlach as a crucial experiment; out of the main readings that can be done from its results, none of them strengthens the Stern-Gerlach as an *experimentum crucis*:

- The initial motivation of the experiment—distinguishing between classical and quantum in the orientation of magnetic moments—showed clearly that quantum prevails in front of classical; a verification that was shortly celebrated but that didn't have *any* further conceptual impact in the theory.
- The second dialectic motivation of the experiment, the distinction between Bohr's and Sommerfeld's predictions, could be again read in terms of *experi-*

mentum crucis. However, we have seen that a few months before, Sommerfeld had already surrendered his theory to Bohr for other more abstract reasons. Even if Bohr's victory was celebrated, again, there are no conceptual impacts on the theory.

- Sometimes the role of confirming the existence of Bohr's stationary states is attributed to the Stern-Gerlach. It is a possible reading of the consequences of the experiment, but we consider that in 1922 the stationary states of Bohr were more than accepted and verified, even by non-spectral methods (Frank-Hertz experiment). The Stern-Gerlach adds up to this list of confirmations, and somehow it grows the reach of the quantum, but we believe that these are not strong enough reasons to crown it as a crucial experiment.
- On the contrary, one reason why the Stern-Gerlach *should have* been considered a real crucial experiment—the collapse of the Old Quantum Theory—the theoreticians of the time failed to recognize it as an extra indicator of the problems that were plaguing the theory. Award it the medal of *experimentum crucis* a posteriori for this reason, would not only be fake, but it would constitute a flagrant alteration of the historical become.

We believe that if it is often qualified an *experimentum crucis* is because of some heroic reconstruction of history, a tendency specially dangerous when history is done badly. For example, it is only normal that the Stern-Gerlach is attributed as a crucial experiment when falling into the trap of stating that it discovered the electronic spin, or that Stern and Gerlach were shocked by the appearance of two (instead of three) spots on the screen. It is only normal, but completely wrong.

Another reason to qualify the Stern-Gerlach of crucial is the *crucial* importance that it has gained in time. Mostly a pedagogical importance, as we have seen, but nevertheless it is one of the most renowned experiments of the history of quantum physics. Indeed, educationally speaking, the Stern-Gerlach is without doubt a crucial experiment: it is crucial to understand the concept of spin and sometimes even crucial to illustrate the postulates of Quantum Mechanics. But absolutely nothing to do with Francis Bacon's *experimentum crucis*.⁴

More generally speaking, we could challenge the validity of the concept of *experimentum crucis*, as multiple authors have done in the last decades, among which is remarkable the precedent established by Duhem and Quine. In a philosophical discussion as such, the Stern-Gerlach could constitute a very interesting and illustrative

⁴Bacon 2000.

case study, and this thesis could be a starting point.⁵

§6 Without doubt, the work here developed leaves the door open to a wide range of future complementary investigations. First of all, there is a whole bunch of little extensions that would add up to our investigation. For example, we could have studied more deeply the experimental discovery of the Stark effect, as well as its theoretical justification from the Bohr-Sommerfeld theory; the almost-solution to the anomalous Zeeman effect from early 1920's has been mentioned in this thesis, but it would be a very interesting extension; or we could have extended further in time, incorporating to our discourse the crisis of the Old Quantum Theory, aiding at a better historical contextualization.

Apart from these little complementary extensions, some other more complete studies (in the sense of self-contained) present themselves as projects that could be developed from this thesis. A first one was already anticipated in the introduction: the study of the microscopical justification of magnetism, a timeline that runs parallel to the narrative that we just presented, and with which we would find multiple influences; actually the Stern-Gerlach represents a culminating point for both narratives. Instead of deepening the study of the same historical time, we could follow the same topic along wider temporal scopes, for example following the appearance of spin and the inclusion of the Stern-Gerlach experiment within the new theoretical context of Quantum Mechanics. Even if we have sketched it, it would have undoubtedly great value to perform a detailed and rigorous study of such topics until—for example—1927. Or even further, we could follow the appearance of the Stern-Gerlach into the consolidation years of Quantum Mechanics (1930's, 1940's and further).

Finally, the identification of a prelude of the “problem of the measure” in the paper of Einstein and Ehrenfest (1922) opens the door to a study of this *temporal discontinuity*—the wave-function collapse—back in time, and investigate its origins within the Old Quantum Theory, in a rather historico-philosophical study.

⁵Harding 1976; Gillies 1993.

traduccions

- [T1] In an experiment proposed by O. Stern in 1921, and performed by Stern and Gerlach in 1922, a beam of neutral Ag atoms was observed to split into two distinct beams due, in this case, to the intrinsic electron-spin angular momentum and the associated magnetic moment. **p. 4**
- [T2] [...] the results of the Stern-Gerlach experiment are not *quantitatively* in agreement with [...] the equations summarizing the predictions of the theory we have developed. [...] the fact that the beam of silver atoms is split into only two components, both of which are deflected, indicates either that something is wrong with the Schrodinger theory of the atom, or that the theory is incomplete. **p. 5**
- [T3] To account for situations in which even numbers of z states appear, the bold suggestion was made that the z component of angular momentum can exist also in *half*-integer multiples of $\hbar$ [...]. Specifically, it was postulated in 1925 by Uhlenbeck and Goudsmit [...]. **p. 5**
- [T4] In the original Stern–Gerlach experiment, the atoms in question were of silver, with angular momentum $j = 1/2$ arising from the spin of a single electron (though this was not known at the time) [...]. **p. 5**
- [T5] In the subsequent sections the basic formalism of quantum mechanics is presented in a somewhat axiomatic manner but always with the example of the Stern-Gerlach experiment in the back of our minds. In a certain sense, a two-state system of the Stern-Gerlach type is the least classical, most quantum-mechanical system. A solid understanding of problems involving two-state systems will turn out to be rewarding to any serious student of quantum mechanics. **p. 6**
- [T6] [W]e start with an example that illustrates, perhaps more than any other example, the inadequacy of classical concepts in a fundamental way. We hope that, exposing readers to a “shock treatment” at the onset will result in their becoming attuned to what we might call the “quantum-mechanical way of thinking” at a very early stage. **p. 7**
- [T7] Our approach emphasizes the fundamental assumptions we make about nature, upon which we have come to base all of our physical laws, and which aim to accommodate profoundly quantum-mechanical observations at the outset. **p. 7**
- [T8] Das Magnetfeld war so beschaffen, dass eine Ablenkung der Atome proportional zur z -Komponente ihres magnetischen Momentes stattfand. Es zeigte sich eine Aufspaltung des Strahls in 2 Teilstrahlen. Unter der Annahme, dass das magnetische Moment proportional zum Drehimpuls ist, kann die z -Komponente des Drehimpulses in dem Experiment also nur 2 mögliche Werte zeigen. Dies deutet auf einen Drehimpuls mit $l = 1/2$ hin. **p. 7**

- [T9] Sommerfeld was the engineer of the quantum; Bohr was its philosopher. **p. 18**
- [T10] [...] the states of the systems considered by Nicholson are, contrary, of a less stable character; they are states passed during the formation of the atoms [...] **p. 23**
- [T11] [...] the states in which the energy corresponding to the lines in the spectrum characteristic for the element in question is radiated out. **p. 23**
- [T12] I must however remark that the considerations sketched here play no essential part of the investigation in my paper. I do not at all deal with the question of calculation of the frequencies corresponding to the lines in the visible spectrum. **p. 23**
- [T13] I thank you very much for sending me your highly interesting paper, which I had already read in the Phil. Mag. The problem of expressing the Rydberg-Ritz constant by Planck's h has for a long time been in my mind. Some years ago I told Debye about it. Though for the present I am still rather sceptical about atomic models in general, calculating this constant is undoubtedly a great feat. By the way, the numerical agreement becomes even better with Planck's recent value $h = 6,4 \cdot 10^{-27}$. Will you also apply your atom model to the Zeeman effect? I had intended to deal with the latter. From Mr. Rutherford, whom I hope to see in October, I may perhaps learn more details about your plans. **p. 29 i p. 87**
- [T14] I have lectured this semester on relativity as presented by Einstein in his recent Berlin communication and am enthusiastic about it, almost as much as about Bohr in the preceeding semester. **p. 30**
- [T15] What I have printed recently is of course no longer up-to-date. **p. 31**
- [T16] He had experimented upon various substances—hydrogen, oxygen, sodium, zinc, cadmium and mercury—and in almost all cases he had found that the lines which appeared in the most powerful spectroscopes to be single, were doublets or triplets, and in some cases very much more complex. **p. 35**
- [T17] [...] the countless variants of the quantum theory that the many theorists set up, usually without any attempt to clarify which of the assumptions of the older theory they accept as valid and which should be abandoned. Of such theories (of which Sommerfeld's is a typical example) I am tired. **p. 39**
- [T18] What I demand first from a quantum theorist is clear logic which always remembers what the basic assumptions are, and which never combines them with opposite assumptions for the sake of accidental progress[...] **p. 39**
- [T19] Das Solvay-Buch *muss* endlich erscheinen – dass ein Stück Bohr darin steht ist nötig dass der ganze Bohr darin steht ist überflüssig. **p. 43**
- [T20] [...] the Adiabatic Principle as well as the Correspondence Principle, occupy a different position, because of their more general range of applicability. They appear, as we

shall see, suited, in a higher degree, to point out new ways for further extensions of the quantum theory of atomic structure. **p. 45**

[T21] [...] are to be regarded purely as laws of the quantum theory [...] **p. 45**

[T22] [...] can be regarded as a rational generalisation of classical electrodynamics. **p. 45**

[T23] [...] it may be pointed out that the principle of the mechanical transformability of the stationary states allows us to overcome a fundamental difficulty which at first sight would seem to be involved in the definition of the energy difference between two stationary states which enters in relation (1) $[E' - E'' = h\nu]$. In fact we have assumed that the direct transition between two such states cannot be described by ordinary mechanics, while on the other hand we possess no means of defining an energy difference between two states if there exists no possibility for a continuous mechanical connection between them. It is clear, however, that such a connection is just afforded by Ehrenfest's principle which allows us to transform mechanically the stationary states of a given system into those of another, because for the latter system we may take one in which the forces which act on the particles are very small and where we may assume that the values of the energy in all the stationary states will tend to coincide. **p. 49**

[T24] Dear Bohr—I know very, very well how much deeper you immediately see through all this than I do—you, for example, immediately formulated so clearly what the position of the degenerate systems for all these questions is, while I stood helpless before it. **p. 50**

[T25] As far as I understand, however, I consider the problem from a point of view which differs somewhat from yours, and I have therefore not made use of the same terminology as in your original papers. In my opinion the condition of the continuous transformability of motion in the stationary states may be considered as a direct consequence of the necessary stability of these states and to my eyes the main problem consists therefore in the justification of the application of ordinary “mechanics” in calculating the effect of a continuous transformation of the system. **p. 51**

[T26] Das Wort „adiabatisch“ meinte ich vor allen Anfang nicht im thermodynamischen Sinn sondern so wie es Helmholtz u[nd] Boltzmann zuerst in ihren Monocykeln-Arbeiten gebrauchten: Beeinflussung eines mechanischen Systems durch unendlich langsame Veränderung der „langsamveränderl[ich] Parameter“ des Systemes. Und in der That irgendwie muss man doch wirklich das Wort „mechanische Transformation“ beschränken sonst kann ja die Transformation jede Beweg in jede überführen und es kann keine Rede mehr von Invarianten sein. **p. 51**

[T27] You know how much word expression means to me, and I cannot give you the facts described better than saying that I have felt compelled by the things myself, resuming the name Adiabatic Principle, and that I even have capitulated to the extent that I

speak only of statistical weight, and here I have even fought against the use of a priori probability with the people. **p. 52**

[T28] Ferner, obgleich es unmöglich ist, den Strahlungsvorgang, mit welchem ein Übergang zwischen zwei stationären Zuständen verbunden ist, in Einzelheiten zu verfolgen mit Hilfe der gewöhnlichen elektromagnetischen Vorstellungen, nach welchen die Beschaffenheit einer von einem Atom ausgestrahlten Strahlung direkt von der Bewegung des Systems und von ihrer Auflösung in harmonische Komponenten bedingt ist, hat es sich nichtdestoweniger gezeigt, daß zwischen den verschiedenen Typen der möglichen Übergänge zwischen diesen Zuständen einerseits und den verschiedenen harmonischen Komponenten, in welche die Bewegung des Systems zerlegbar ist, andererseits eine weitgehende *Korrespondenz* stattfindet; und zwar so, daß die Frage stehende Spektraltheorie gewissermaßen als eine rationelle Verallgemeinerung der Vorstellungen der gewöhnlichen Strahlungstheorie anzusehen ist. **p. 2.4.2**

[T29] [F]rom the fact that it has been possible by means of ordinary mechanics and electrodynamics to account for the phenomenon of temperature-radiation in the limiting region of slow vibrations, we may expect that any theory capable of describing this phenomenon in accordance with observations will form some sort of natural generalisation of the ordinary theory of radiation. **p. 55**

[T30] If the Correspondence Principle cannot instruct us in a direct manner concerning the nature of the process of radiation and the cause of the stability of the stationary states, it does elucidate the application of the quantum theory in such a way that one can anticipate an inner consistency for this theory of a kind similar to the formal consistency of the classical theory. **p. 56**

[T31] We shall particularly try to show that the [correspondence] principle offers a point of attack on the problem of the stability of the normal states of the atom, fundamental to the discussion of the properties of elements. **p. 57**

[T32] Among the experimental results of recent years are only really significant both Stern-Gerlach experiment and Compton experiment (X-ray scattering with frequency change), the first of which shows the only existence of quantum states, and the second the reality of the impulse of light quanta. **p. 57**

[T33] Zweifellos gehört diese räumliche Quantelung der Keplerbahnen zu den überraschenden Ergebnissen der Quantentheorie. Sie mutet uns nach der Einfachheit der Ableitung und des Ergebnisses fast wie Zauberei an. **p. 59** (Sommerfeld 1921a, p. 412)

[T34] If a Faraday thought of the possibility of the above-mentioned relation [between magnetism and light], perhaps it might be yet worth while to try the experiment again with the excellent auxiliaries of spectroscopy of the present time [...] **p. 62**

[T35] Possibly the observed phenomena [...] will be regarded as nothing of any consequence.

One may reason in this manner: widening of the lines of the spectrum of an incandescent vapor is caused by increasing the density of the radiating substance and by increasing the temperature. Now, under the influence of the magnet, the outline of the flame is undoubtedly changed (as is easily seen), hence the temperature and possibly also the density of the vapor is changed. **p. 63**

[T36] Jetzt hat auch die Stunde für eine wirkliche Theorie des Zeeman-Effektes geschlagen, nachdem die Natur der Dublette als verschiedener Bahnen erkannt ist. **p. 69** (Carta d'Arnold Sommerfeld a Wilhelm Wien, 31 de desembre del 1915. Eckert 2013c)

[T37] If one applies this procedure to the relativistic Kepler motion one obtains straightforwardly the results of your appendix which thereby becomes for me really compelling [...] **p. 70**

[T38] Furthermore this procedure provides a compelling approach for the Stark and Zeeman effects. **p. 70**

[T39] [...] die Theorie der Zerlegung der Spektrallinien im magnetischen Felde und im elektrischen Felde, [...] **p. 71**

[T40] Von unseren beiden Quantenzahlen n und n' bestimmt n die *Größe* der Bahn (genauer gesagt: die in der Zeiteinheit vom Radiusvektor überstrichene Fläche, vgl. Gl. (1)), n' die *Gestalt* der Bahn (vgl. Gl. (11), wo die Exzentrizität durch das Verhältnis n/n' dargestellt wird). Es entsteht die Frage, ob sich auch die *Lage* der Bahn „Quanteln“ läßt. **p. 73**

[T41] Well, I had the feeling that Sommerfeld did not like it at all, that I was doing things on quantum theory at the time when I was in Göttingen... I was talking about Zeeman effect and such things. He did not like that. He wanted to have that for himself. So I decided well all right, I won't do that anymore. [...] why do anything against him? I really owed him so much. **p. 73**

[T42] Ich habe gerade einen Aufsatz über Zeeman-Effekt beendet, in dem wenigstens das normale Triplet auf Ihrem allgemeinen Wege $h\nu = W_2 - W_1$ (entgegen Ihren Erwartungen) abgeleitet wird. **p. 74**

[T43] Der Zeemaneffekt wird durch die aus der Relativitätstheorie folgende Feinstruktur der Wasserstofflinien nicht beeinflusst. **p. 75**

[T44] Sie [die Bohrsche Frequenzgleichung] ist aus verschiedenen Gründen unzureichend: als skalare Gleichung kann sie niemals die Polarisierungen erklären; da sie nur die Anfangs- und Endbahn berücksichtigt, nicht aber die näheren Umstände des Überganges, verzichtet sie auf den Schwingungscharakter der Spektrallinien; ihr Ursprung aus der Vorstellung der Energiequanten steht mit der neueren Entwicklung der Quantentheorie im Widerspruch, welche nur mehr Wirkungsquanten kennt. **p. 75**

- [T45] Wir wollen zeigen, daß die Quanten noch mehr können: Sie bestimmen auch die Lage im Raume, d. h. sie heben aus der kontinuierlichen Mannigfaltigkeit aller möglichen Raumlagen eine diskrete Anzahl quantenhaft ausgezeichnete Bahnen heraus. **p. 77**
- [T46] [Wir] haben $n+1$ quantenmäßig ausgezeichnete Werte von $\cos a$, unter denen sich stets die Werte 0 und 1 befinden (für $n_1 = 0$ bzw. $n_2 = 0$). Die Anzahl der ausgezeichneten Werte von a beträgt demnach $2n$, da die Werte $a = 0$ und $a = \pi/2$ einfach, alle übrigen Werte doppelt zu rechnen sind. **p. 80**
- [T47] Für $n = 2$ gibt es vier Lagen, die senkrechte ($n_1 = 0, n_2 = 2$), die parallele ($n_1 = 2, n_2 = 0$) oder die beiden unter 60° geneigten Lagen ($n_1 = 1, n_2 = 1, \cos \alpha = 1/2, \alpha = \pm\pi/3$). **p. 81**
- [T48] Bei beliebigem n hat man $n + 1$ ganzzahlig bestimmte gequantelte Lagen, die durch Teilung eines Äquatorradius in n gleiche Teile zu konstruieren sind und unter denen im besonderen stets die äquatoriale und meridionale Lage ($\cos \alpha = 1$ und 0 enthalten ist). **p. 81**
- [T49] [...] in der Figur ist dies dadurch angedeutet, daß zu der einen die spiegelbildliche Lage eingezeichnet ist **p. 82**
- [T50] Nach Erwägungen von Bohr, die wir hier nicht wiedergeben können, wäre auch jedesmal der Fall $n_1 = 0$, den wir in unserer Übersicht eingeklammert haben, in gewissem Sinne dynamisch unmöglich. Er entspricht dem Werte $\cos \alpha = 0$ und wird in der Reihe der Fig. 90 [figura 3.1] jedesmal durch die vertikal gezeichnete Bahnebene dargestellt. Die Anzahl der Möglichkeiten vermindert sich auf diese Weise nach Bohr je um eine Einheit, wie in unserer Übersicht rechts angedeutet ist. **p. 82**
- [T51] Er übertägt sodann diese Unmöglichkeit durch eine etwas abstrakte, aber zwingende Schlußweise auf beliebige Felder. **p. 83**
- [T52] [...] eine mißglückte Vorbereitung zur Theorie des Zemaneffektes [...] **p. 83**
- [T53] Bei beliebiger azimuthaler Quantenzahl n hat man genau n ganzzahlig bestimmte gequantelte Lagen der Bahnebene. Sie entsprechen allen Zerlegungen der Zahl n in $n_1 + n_2$, unter Einschluß von $n_2 = 0$ (äquatoriale Lage der Bahnebene) und unter Ausschluß von $n_1 = 0$ (meridionale Lage). **p. 84**
- [T54] Wir machen eine zweite Anwendung der Adiabatenhypothese. Im Falle eines elektrischen Feldes (Starkeffekt) zeigten wir, daß die Bahnen von der äquatorialen Quantenzahl Null verboten sind, weil sie schließlich dem Kern beliebig nahe kommen würden. Wir wollen daraus mit Bohr schließen, daß dann auch im Falle eines magnetischen Feldes (Zeemaneffekt) die Bahnen von der äquatorialen Quantenzahl Null unzulässig sind, trotzdem hier von einer Kollision mit dem Kern keine Rede ist. **p. 85**
- [T55] Zum Beweise denken wir uns dem ursprünglichen elektrischen Felde ein von Null

an adiabatisch anwachsendes magnetisches Kraftfeld von gleicher Kraftlinienrichtung überlagert. Dabei geschieht nichts anderes, als daß die Starkeffektbahnen im Präzession versetzt werden, unter Aufrechthaltung ihrer Form und ihrer Durchlaufungsgeschwindigkeit. [...] Wir können nun das magnetische Kraftfeld bis zu einem gewünschten Betrage anwachsen und das elektrische Kraftfeld nachher adiabatisch zu Null abnehmen lassen. Wir führen dann in völlig kontinuierlicher Weise die Bahnen des Starkeffektes in die präzessierenden Bahnen des Zeemaneffektes über. **p. 86**

[T56] Gequantelte Bahnen bleiben dabei gequantelt, erlaubte erlaubt und verbotene verboten. Also ist im *Zeemaneffekt die äquatoriale Quantenzahl Null verboten, weil sie es im Starkeffekt ist.* **p. 86**

[T57] Für Wasserstoff wurde S. 303 und S. 383 nach Bohr bewiesen, daß das Nullniveau verboten ist. Auf andere Modelle überträgt sich dies Verbot im allgemeinen nicht. In der Tat werden wir bei den Triplettermen für schwache Felder und durchweg für starke Felder das Nullniveau zulassen müssen. **p. 86**

[T58] [...] since on the ordinary electrodynamics the magnetic moment due to an electron rotating in a circular orbit is proportional to the angular momentum, we shall expect a close relation to the theory of magnetons proposed by Weiss. The development of a detailed theory of heat radiation and of magnetism on the basis of the present theory claims, however, the introduction of additional assumptions about the behaviour of bound electrons in an electromagnetic field. The writer hopes to return to these questions later. **p. 87**

[T59] [...] this assumption is equivalent to supposing that the energy of the hydrogen atom in its stationary states is not altered by the presence of the field” **p. 90**

[T60] In this way it has been possible f.inst. to obtain an immediate interpretation of the apparently capricious law which governs the intensities and polarisations of the large number of components into which each of the hydrogen lines are split up in the presence of an electric field, and of which hitherto no explanation has been offered. **p. 91**

[T61] The theory allows also to explain in details the Zeeman-effect on the hydrogen lines, which has hitherto given rise to so much difficulty for the quantum theory, and to throw a good deal of light on the general structure of the spectra of other elements and on the way in which the lines in these spectra are influenced by external electric or magnetic fields. **p. 91**

[T62] [...] and which for the system considered in the spectral problems must be assumed to be different from zero. **p. 92**

[T63] The assumption just mentioned that the angular momentum round the axis of the field cannot be equal to zero is deduced from considerations of a system for which the motion [...] would become physically impossible due to some singularity in its character.

p. 92

[T64] Since, if there is no magnetic field, the orientation of the orbit in space is arbitrary, we shall therefore, in complete analogy with the considerations in the preceeding problems, conclude that during the establishment of this [magnetic] field the orbit will in general adjust itself, until the angular momentum has one of these values, in a way that cannot be described on ordinary mechanics including the action of the electric forces accompanying the change of the magnetic force. **p. 93**

[T65] [...] in order to fix these states we must consider more closely the relation between the additional energy of the system due to the presence of the magnetic field and the character of the secular perturbations produced by this field on the orbit of the electron. **p. 94**

[T66] [...] in the presence of the magnetic field, only two types of transitions between stationary states are possible. For both types of transitions the integer n may change by any number of units, but in transitions of the first type the integer n will remain constant and the emitted radiation will be polarised parallel to the direction of the field, while in transitions of the second type n will decrease or increase by one unit and the emitted radiation will be circularly polarised in a plane perpendicular to the field [...]
p. 95

[T67] Ein lehrreiches Beispiel, wo diese Forderung erfüllt ist, bekommt man im Falle eines Systems, das aus einem Elektron besteht, das sich in einem axial-symmetrischen Felde bewegt. In diesem Falle kann die Bewegung, wenn man überhaupt stationäre Zustände festlegen kann, immer als eine Superposition von einer Anzahl linearer Schwingungen parallel der Achse und einer Anzahl zirkularer Rotationen um dieselbe betrachtet werden, und aus dem Korrespondenzprinzip mag daher gefolgert werden, daß die den erstgenannten Schwingungen entsprechenden Übergänge zu einer Strahlung linearer Polarisation, die den letztgenannten entsprechenden Übergänge zu einer Strahlung zirkularer Polarisation Anlaß geben werden, eine Folgerung, die bekanntlich mit den Beobachtungen über den Zeeman- und Starkeffekt der Wasserstofflinien vollständig übereinstimmt. **p. 98**

[T68] According to the classical theory [...] the orientation of the atom in the field is not subject to any limitations. On the quantum-theory [...] the existence of such limitations is an absolutely essential feature [...] **p. 100**

[T69] [...] produces alterations in the orientation of the orbit in space [...] **p. 100**

[T70] Sie glauben doch nicht, daß die Einstellung der Atome etwas physikalisch Reelles ist; das ist eine Rechenvorschrift — Kursbuch der Elektronen. **p. 102**

[T71] Die Sektion wird es ja ergeben. **p. 102**

[T72] [...] it took me quite a time before I took this [the Stern-Gerlach experiment] seriously;

I thought always that this direction quantization was a kind of symbolic expression of something which you don't understand. [...] I tried to persuade Stern that there was no sense, but then he told me that it was worth a try. **p. 103**

[T73] No, he did not. I think from what he told me in those days — he said that he had a perfectly open mind, but he thought he had an experiment here that would give a yes or no answer. At that time, nobody really believed in the Sommerfeld space quantization, I think. **p. 103**

[T74] The Stern-Gerlach experiment had the effect of convincing people that the Sommerfeld space quantization was not completely crazy. **p. 104**

[T75] I think he did, yes. He was convinced that this was not only a formula [...]. And I think nobody among us would have believed him. But I encouraged him because I thought the idea was worth trying. **p. 104**

[T76] He wanted to prove that the whole concept was flawed. **p. 104**

[T77] [...] Sommerfeld wrote in his book long chapters about space quantization. He loved space quantization. **p. 104**

[T78] However, magnetically induced birefringence of gases had never been observed. **p. 107**

[T79] Magnetically induced birefringence in gases, known as the Voigt [sic] or Cotton-Mouton effect, does in fact occur. **p. 107**

[T80] Wir erblicken in diesen Ergebnissen den direkten experimentellen Nachweis der Richtungsquantelung im Magnetfeld. **p. 113**

[T81] The first thing I noticed, was his habit of calculating everything amenable to calculation, of measuring everything he could, and of not proceeding unless theory and experiment agreed or he had found the reason for the disagreement. He was most systematic and meticulous; for example, he never relented until the shape and intensity of a molecular beam were those he had calculated before starting the experiment. He was interested in minute technical details and showed me how to hunt for leaks in an apparatus, but otherwise left me pretty much to my own resources. **p. 116**

[T82] The work in my department was guided by an idea of Stern's. He wanted to measure the properties of single atoms and molecules in gases by making use of molecular beams [...]. Stern's first apparatus was designed to produce direct evidence for the velocity distribution law of Maxwell and to measure the mean velocity. I was so fascinated by the idea that I put all the means of my laboratory, workshop and mechanic at his disposal. **p. 119**

[T83] Cette expérience me paraît rendre à peu près évidente l'existence des molécules et de leurs trajectoires rectilignes entre deux chocs mutuels. Une objection apparente peut

se présenter à l'esprit: le phénomène ne serait-il pas dû à un jet de vapeur s'échappant en ligne droite à travers les diaphragmes sous l'effet de la différence de pression (très faible, à la vérité) qui existe entre le compartiment inférieur, plein de vapeur, et le compartiment supérieur vide? Il est facile de voir que ce serait là jouer sur les mots. Ce que l'expérience prouve, c'est *la propagation rectiligne* de quelque chose de matériel s'échappant du volume de vapeur, propagation rectiligne que des obstacles suppriment mais ne font pas dévier. Or ce que l'on appelle *jet de gaz* est quelque chose d'essenntiellement tourbillonnaire après la rencontre d'un obstacle. **p. 124**

[T84] La possibilité d'observer un rayonnement matériel dont l'énergie est d'origine entièrement thermique ouvre la voie à un assez grand nombre de recherche, dont l'ensemble pourrait porter le nom de *cinétique expérimentale*; par exemple la mesure simultanée de l'énergie cinétique que transporte ce rayonnement et de sa quantité de mouvement donnera, je l'espère, le moyen de mesurer directement la vitesse moyenne d'agitation thermique. **p. 124**

[T85] [...] il fournit un moyen remarquablement commode pour recouvrir une électrode isolée d'un dépôt métallique parfaitement pur, [...] **p. 125**

[T86] Tout en remerciant M. Wood de l'intérêt qu'il a bien voulu prendre à mes expériences, je regrette qu'il n'en ait pas cité la référence bibliographique. **p. 126**

[T87] It must be realized that vacuum techniques in 1919 were still primitive, compared with present ones, and that the simple generation of a molecular beam was a major achievement. The vacuum was often obtained by a diffusion pump, but coconut charcoal cooled by liquid air was still the most efficient pump. Ramsey grease was extensively used on ground joints and elsewhere. The final vacuum was tested by observing the aspect of a discharge in a Geissler tube. The estimated pressure achieved was 10^{-4} mm of Hg. **p. 127**

[T88] As soon as Stern arrived at Frankfurt he started experiments using the new technique. **p. 127**

[T89] My length-of-path measurements still aren't satisfactory. I now have a way to keep the pressure constant within a few percentages during the silver irradiation, and I can also measure the thickness of the layer deposits accurately to a few percentages; nonetheless, it still doesn't work altogether. **p. 128**

[T90] We now have Gerlach here, who certainly is great: energetic, knowledgeable, skilled, ready to help. **p. 133**

[T91] One only needs to investigate the deflection which a beam of atoms experiences in an appropriate inhomogeneous magnetic field. **p. 136**

[T92] Der Fleck auf der Auffangplatte wird im Magnetfeld nur verbreitert, behält aber stets das Maximum der Intensität an der Stelle des ursprünglichen Fleckes. **p. 136**

[T93] Wer es nicht miterlebt hat, kann sich gar nicht vorstellen, wie groß die Schwierigkeiten damals waren, in einer nicht ausheizbaren Apparatur mit verhältnismäßig viel nichtvakuumgeschmolzenem Metall und einem Öfchen zum Erhitzen des Sibers auf ca. 1300°K ein Vakuum von 10^{-5} Torr herzustellen und stundenlang aufrecht zu erhalten. Gekühlt wurde mit Kohlensäureschnee und Azeton oder mit flüssiger Luft. Die Sauggeschwindigkeit der Gaedeschen Hg-Vorvakuumumpen und der Volmerschen Hg-Diffusionspumpen war lächerlich gering im Vergleich zur Leistungsfähigkeit moderner Pumpen. Und dann ihre Zerbrechlichkeit; die Pumpen bestanden aus Glas, und nicht selten ging eine durch Stoßen des siedenden Quecksilbers —trotz Bleizugabe— oder durch Auftropfen von Kondenswasser zu Bruch. Dann war der Erfolg tagelangen Auspumpens zwecks Ausheizung des Öfchens vertan. Man war aber auch keineswegs sicher, daß das Öfchen nicht schließlich doch noch während der vier- bzw. achtestündigen Belichtungszeiten durchbrannte. Dann fing die Pumperei mit dem Ausheizen eines neuen Öfchens von vorne an. **p. 138**

[T94] What would be today a suitable experiment for a student in an advanced laboratory was just then at the borderline of the possible. **p. 139**

[T95] he [Stern] did not touch it [the apparatus] at all, for he is also just like me, not very good with his hands. **p. 140**

[T96] Stern's abilities were more in the direction of planning and evaluating experiments than in executing them [...] **p. 140**

[T97] Es war eine Sisyphusarbeit, deren Hauptlast und Verantwortung auf den breiten Schultern von Prof. Gerlach lag. Insbesondere die Nachtwachen übernahm W. Gerlach. Er kam dann gegen 21 Uhr mit einem Packen von Sonderdrucken und Büchern. In der Nacht wurden die Korrekturen durchgelesen, Rezesionn und Aufsätze geschrieben, Vorlesungen vorbereitet, viel Kakao oder Tee getrunken und sehr viel geraucht. Wenn ich dann morgens wieder in das Institut kam, das vertraute Geräusch laufender Pumpen hörte und Gerlach noch da war, war das ein gutes Zeichen: Es war über Nacht nichts zu Bruch gegangen. **p. 140**

[T98] Es geht: statt des runden Silberniederschlags ein im Magnetfeld wesentlich verbreiteter — also Sommerfeld. **p. 140**

[T99] Die übrigen vier Versuche ohne Feld ergaben einen der geometrischen Dimensionen der Anordnung entsprechenden runden Fleck von etwa 1/10 mm Durchmesser. Die drei Versuche mit Magnetfeld ergaben einen in Richtung $\frac{\partial H}{\partial z}$ auseinandergezogener Fleck von 1/10 mm Höhe und 0,25 bis 0,3 mm Länge. Intensitätsstruktur innerhalb dieses Bandes ist noch nicht mit Sicherheit zu erkennen. Der Betrag der beiderseitigen Verbreiterung entspricht ungefähr einem magnetischen Moment des Silberatoms von 1 bis 2 Bohrschen Magnetonen. **p. 141**

- [T100] Das Ergebnis dieser Arbeit ist der Nachweis, daß das Silberatom ein magnetisches Moment hat. **p. 141**
- [T101] When Gerlach was ready to return to Frankfurt, a railroad strike broke out which forced him to remain one-and-a-half days in Göttingen and travel back on a freight train. During this time he pondered again about all the details and decided to try once more. This time, everything worked and he obtained some indications of possible beam splitting. **p. 142**
- [T102] Erwartungsvoll verfolgten wir den Entwicklungsprozeß und erlebten den Erfolg monatenlangen Bemühens: Die erste Aufspaltung eines Silberatomstrahls im inhomogenen Magnetfeld. **p. 142**
- [T103] Bohr hat doch recht! **p. 143**
- [T104] Wichtiger ist aber, ob wirklich nunmehr die Richtungsquantelung bewiesen ist. Schreiben Sie außer Ihrem Rebus auch mal, was nun wirklich los ist. **p. 143**
- [T105] Ihr Versuch beweist zum ersten Mal die Realität von Bohrschen Zuständen. **p. 143**
- [T106] Jetzt wird hoffentlich auch der ungläubige Stern von der Richtungsquantelung überzeugt sein. **p. 143**
- [T107] Ich danke Ihnen vielmals für die Karte mit der schönen Photographie und den bedeutsamen Resultaten ihrer Untersuchungen, die mich natürlich sehr gefreut und interessiert haben. **p. 145**
- [T108] Ich sollte sehr dankbar sein wenn Sie oder Herr Stern, den ich gleichzeitig herzlich grüße, mir mit einigen Zeilen freundlich mitteilen wollten ob Sie ihre Experimente dahin deuten dass die magnetische Achse des Silberatoms immer parallel dem Felde steht und nicht senkrecht zu diesem stehen kann, für welche letztere Behauptung man auch theoretische Gründe geben kann. **p. 145**
- [T109] Die bisherigen Versuche haben eindeutig ergeben, dass ein Silberatomstrahl in einem Feld von etwa 20000 Gauss die magnetische Achse nicht senkrecht zum Feld stehen kann. Eigentlich können wir nur sagen, dass diese Stellung, wenn sie überhaupt vorkommt, ganz außerordentlich unwahrscheinlich ist. So hat sich nämlich zu einer Andeutung von nicht abgelenkten Strahlen ergeben. **p. 145**
- [T110] [...] sobald wir auf Grund genauerer Ausmessungen der Inhomogenität des Magnetfeldes eine quantitative Angabe der Größe des Magnetons machen können. **p. 146**
- [T111] The two experimenters could not have been puzzled by the appearance of two dots because it is just what the Sommerfeld theory told them to expect. **p. 150**
- [T112] When he [Gerlach] and Stern first got the apparatus running, they got a single spot and he has a letter which he was writing to Edgar Meyer. Most of the letter was written

the afternoon before they turned on the apparatus, then they turned on the apparatus and there's a postscript written the next morning. 'One spot: Sommerfeld is right.' Then they work on the 354 apparatus. In fact Stern goes off to Rostock and Gerlach and a graduate student [Schutz] get it running. 'Two spots,' says the graduate student. Now this he reproduces from memory, but with the other—. Gerlach tells the student: 'Go send Stern a wire; Bohr is right.' **p. 151**

[T113] [T]hey felt they knew, that Bohr believed they would get a separation of the beams, and that Sommerfeld felt they would not. Sommerfeld thought they would simply get a continuous spreading out, and this letter, which begins on one day and then is continued the next day, draws a picture of their first result, which is not a separation of the beam, but is a spreading of the beam, and says, therefore, Sommerfeld is right. And when Gerlach succeeded in improving the apparatus while Stern was at Rostock, he got a splitting. He just sent the following wire: "Bohr is right." **p. 151**

[T114] [The] statement 'Sommerfeld is right' is almost in flat contradiction to what he writes in his books, [...] **p. 151**

[T115] He [Sommerfeld] loved space quantization. **p. 152**

[T116] I've learned a great deal these last days. He is inexhaustible in his ideas and more and more impressive is the uncommon *cohesiveness* of his thought. I had a completely wrong idea of his way of thinking: for him all of his thoughts are connected in an all-encompassing organic unity. And without interruption he works on this unity from every possible angle. That is why any remark I make instantly prompts uncommonly greater significance in his head than in mine. He's very happy, being able to argue with me. Argument with me really seems to mean a certain stimulus for him. It's only too bad that I'm wrong almost every time. **p. 159**

[T117] Lieber Ehrenfest, ich habe Deine Freundschaft ebenso notwendig, vielleicht notwendiger, als Du die meine; denn meine menschlichen Beziehungen sind viel dürftiger und spärlicher als die Deinen, und ich finde schwer einen menschlichen Kontakt, der mir wohlthut.

[T118] Within a few hours we were true friends—as though our dreams and aspirations were meant for each other. **p. 160**

[T119] But I am well off too, because I can travel to Leyden where I can have my share not only of Bach but also of all other choice pleasures. **p. 160**

[T120] Comet-like existence in Leyden **p. 164**

[T121] The experiment by Stern and Gerlach is the most interesting at the present time, though. The atoms' orientations without collisions cannot be explained by radiation (according to current methods of considering the problem). By rights, an orientation ought to persist longer than 100 years. Ehrenfest and I did a brief calculation on it.

- [Heinrich] Rubens considers the experimental finding absolutely secure. **p. 166**
- [T122] falls allein die Ausstrahlung der Präzessionsbewegung wirksam wäre **p. 172**
- [T123] umgebenden Zimmertemperaturstrahlung **p. 174**
- [T124] I'm afraid that I'm not going to be able to finish up our note about the Stern-Gerlach experiment by the next academy meeting. **p. 175**
- [T125] *Bitte um rasche, deutliche Antwort.*—Und wie soll ich eventuell diese Hypothese in unsere Note formulieren? **p. 175**
- [T126] Silver atoms are always *in some sort* of magnetic field (even in the melting-pot) and there are already oriented toward the *local* magnetic field.—While vaporizing and flying up to the strong magnetic field, they then undergo only adiabatic changes (no radiation). **p. 175**
- [T127] *At the instant of vaporization!!* [sic] the atoms adjust themselves *unadiabatically* to the *magnetic field at A* (terminal field + dispersive field of the magnets), namely almost 50% positively 50% negatively.—During the flight from A to B both groups adjust themselves *adiabatically* to the magnet's field *orientation*. **p. 175**
- [T128] Breit's hypothesis is not acceptable because the strong electric molecular interactions surely far outweigh the weak magnetic fields and produce statistical disorder. **p. 176**
- [T129] If you say the atoms adjust unadiabatically to the magnetic field *at the instant of vaporization*, that's a hypothesis without any sort of legitimacy. **p. 176**
- [T130] Each atom is always directionally quantized—no matter where it is. In transit from one field into another (even from an electrical one into a magnetic one), each quantum state changes adiabatically into another state but into one that again obeys the spatial quantum condition. So each atom in the solid body is already directionally quantized or bonded with other atoms in such a way that upon vaporizing within a field it is directionally quantized. **p. 177**
- [T131] Wenn ein quantises System in einer antiquantisen Situation losgelassen wird so flüchtet es „enorm viel schneller“ noch ein en Quantensituation als wenn es auf eine energet. unbequeme Quantenbahn gehoben ist – in letzten Fall geht es mit „klassischer“ geschwindigk[eit] herunter. **p. 177**
- [T132] The statistical distribution among the quantum states is determined by the distribution in the solid body and corresponds to its temperature, taking into account that only in the solid state can sufficiently frequent jumping between quantum states occur. **p. 181**
- [T133] [...] as long as the interaction with other atoms persists, it causes disorder. **p. 181**

- [T134] Once the interaction has ceased, though, the orientation problem is the same as at any other time. **p. 182**
- [T135] Because the magnetic field is arbitrarily weak compared to the forces exerted during the collision between the atoms, it is hard to believe that the nonquantization doesn't get into some disarray in the process. At this point I can just say: The dir[ectional] q[uantization] of an individual mol[ecule] during collis[ion] is defined by the strong forces, but the transition to freedom takes place as if it happened infinitely slowly. **p. 182**
- [T136] Unadiabatic adjustment means doing without theory but adds other difficulties. **p. 183**
- [T137] Wenn man ein System in „Noth“ bringt (z. B. „adiabat“ in Degeneriert Zust treiben) so hilft es sich durch Ausstrahlung wenn es elektr. geladen (mit dem Aether gekoppelt ist) ist, anderenfalls quantisiert es sich eben nicht (siehe z. B. nicht magn. Atom in Magnetfeld). **p. 184**
- [T138] Nur unter Strahlungsaussend[ung] einstellen. **p. 184**
- [T139] Nein – kann doch unelektr[isch] sein – H_2 , Diamant **p. 184**
- [T140] Conflict mit Corresp. Prinzip – Prezesions beweg[ung] in Magnetfeld und Sprung von Kopf auf Füßen. **p. 185**
- [T141] Was sagt Corresp Prinz? **p. 186**
- [T142] Bei plotzl[ich] Aend[erung] des Kraftfeldes Fourierintegral hilft das zu Flucht schneller irrotionalen[?]/irrationalen[?] Sprüngen? **p. 186**
- [T143] N. B. Zusammenhang zwischen Radioact[ive] Zerfallgeschw[indigkeit] und ν –der betreff[endes] γ –Strahlen. **p. 186**
- [T144] Worauf beruht kleine Ergibigkeit der Erzeug[ung] von Röntgenstrahlen **p. 186**
- [T145] Zu Bohr contra „Bedingt-period“ **p. 187**
- [T146] I can't understand why the adjustment to the magnetic field should be more comprehensible by assuming in principle that the quantization was imprecisely realized. It would be good if you could elaborate on this to appease my literary conscience. **p. 187**
- [T147] Ich weiss jetzt auch, wie er seine Bemerkung zu unserer Notiz gemeint hat. **p. 191**
- [T148] In this connection it might be of interest to call attention to the fact that, in spite of the close connection between radiation and motion even in the question of polarisation, still we must be prepared in certain aspects to encounter pronounced deviations from the classical theory. **p. 191**
- [T149] A direct, non-spectroscopic proof of the existence of such conditions of orientation has, of course, been obtained by O. Stern and W. Gerlach [...] in their beautiful and

important investigation on the deflection of moving atoms of silver in a non-homogeneous magnetic field. **p. 192**

[T150] In connection with the fundamental difficulties standing in the way of a detailed description of this adjustment, which are discussed in the above note [of Einstein and Ehrenfest], it may be pointed out that the effect of the field on the harmonic components, into which the motion of the atom may be resolved, consists not only in the addition of new vibrations, the frequencies of which are proportional to the external forces, but also in the introduction of a change in the harmonic components of the motion, already present in the undisturbed atom. The velocity of readjustment of the atom in the field can scarcely, therefore, be estimated from the life of the stationary states of an imaginary atom, in the motion of which only the first mentioned vibrations were present, as is attempted in the note under discussion. **p. 192**

[T151] [...] the life of the stationary states of the excited, undisturbed atom might be regarded as determining this velocity of readjustment. **p. 193**

[T152] That, in the experiments mentioned, we have to deal with the undisturbed motion, not of excited atoms, but only of atoms in the normal state, does not in principle stand in the way of such a conception. On the contrary, it is only the formal nature of the quantum theory in its present form [...] that stands out here with particular clearness. **p. 193**

[T153] To a first approximation, the influence of the perturbing forces manifests itself essentially only in the appearance of new components of vibration in the motion of the outermost electron, the frequencies of which are sums and differences of the frequencies of the components of vibrations occurring in the unperturbed motion. **p. 194**

[T154] In the second term, only such combinations of the $\tau_1, \dots, \tau_u$ and the $\tau'_1, \dots, \tau'_u$ occur which occur also in formula (2)_I for the unperturbed motion. [...] this term will therefore contain just such frequencies which are sums of differences of two frequencies present in the unperturbed motion. **p. 194**

[T155] According to the correspondence principle, the appearance of these new frequencies in the perturbed motion will have the consequence that certain transitions between stationary states, which cannot occur in the unperturbed atom, will acquire a finite probability in the presence of the electric [or magnetic] field and give rise to new spectral lines whose intensities are proportional to the square of the strength of this field [...] **p. 194**

[T156] Ich habe gestern mit enormen Genuss den ganzen Tag Ihre Abhandlung in Z. f. Phys. (Quantentheorie → Atombau) gelesen. – Es ist als ob man in reinstem Quellwasser badet nachdem man schwitzend und klebrig durch den Sumpf von geschmackloser Herumrechnerei und Hypothesen-Flickerei gewatet ist. – Sie können gar nicht ahnen,

wie viel Muth zum innigen Nachdenken ich aus dieser Ihrer Arbeit schöpfe während mich die meisten anderen Arbeiten nur entmuthigen. **p. 195**

[T157] z.B. Ihre kritische Bemerkung betreffs Einstein's u. meiner Rechnung über Einstellzeit bei Stern-Gerlach-Experiment ist für mich ein reines Vergnügen: da gibt's also noch was sehr schönes und generelles klarzustellen. Ich hatte über diese Möglichkeit auch schon vor der Publication nachgedacht – aber unklar und wenig kräftig. Ihre Bemerkung veranlasst mich nun viel eingehender darüber nachzudenken. Dieser (unsehnbare) Winkel ist sehr appetitlich [**sic**] zum Nachdenken. Ich hoffe Ihnen zeigen zu können, dass doch noch ein kleiner Teufel in dieser Ecke sitzt. **p. 196**

[T158] Also z.B. Normal-Helium-Atom würde dann sein magnet. Moment nicht durch spontane Aus-Einstrahlung in Magnetfeld-Richtung einstellen weil es kein mittleres elektrisches Moment besitzt – wohl aber Na-Atom in Normalzustand oder erregtes He. **p. 196**

[T159] Nur falls $C_{00\dots 0} \neq 0$ war – d.h. nur wem Normal-Atom in Zeitmittel elektrisches Moment besaß kommt eine Fourier ~~Coeffizient~~ Componente von der Frequenz $0 \cdot \omega_1 + 0 \cdot \omega_2 + \dots 0 \cdot \omega_s \pm 1 \cdot \omega_0$ vor sonst ist sie abwesend. **p. 197**

[T160] Was die Frage nach der [**sic**] Mechanismus der Einstellung von Atomen im Magnetfeld betrifft, über die Sie Kramers und mir geschrieben haben, war der Gedanke in meiner Abhandlung dieser, dass schon die Dispersionserscheinungen im Magnetfeld zeigen, dass wir bei einer Einstellung gezwungen sind, nicht nur den Normalzustand des Atoms zu betrachten, sondern auch die höheren Quantenstufen. **p. 198**

[T161] Meine Ansicht ist dabei nicht, dass die Einstellung durch Strahlung geschieht, sondern dass sie durch das [**sic**] elektrodynamisch unbeschreibbare [**sic**] Mechanismus, die [**sic**] die Strahlungserscheinungen und die Stabilität der stationären Zustände beherrscht, hervorgerufen wird, und dass also eine Diskussion der Frage nach genauerer Rechenschaft des Energie- und Impulsaustausches keinen Boden hat. Mit Ihrer Bemerkung in dem Brief an Kramers über die An- oder Abwesenheit einer langsamen Frequenz in der Änderung des elektrischen Momentes haben Sie natürlich Recht. Wir waren auch schon hier nach einer Colloquiumdiskussion darüber klar, dass die Bemerkung in meiner Arbeit nicht ganz zutreffend war, da meiner Ansicht nach ja bei keinem Atom im Normalzustand die Rede sein kann von einem resultierenden elektrischen Moment, und dass schon dadurch die Verhältnisse für den Strahlungsaustausch noch ungünstiger sind als von Ihnen und Einstein geschätzt. **p. 198**

[T162] For the first time I understood that Bohr's view of his theory was much more sceptical than that of many other physicists—e.g., Sommerfeld—at that time, and that his insight into the structure of the theory was not a result of a mathematical analysis of the basic assumptions, but rather of an intense occupation with the actual phenomena, such that it was possible for him to sense the relationships intuitively rather than derive them formally. **p. 204**

[T163] We thus see that, contrary to Planck and Einstein, Bohr did not try to bridge the abyss between classical and quantum physics, but from the very beginning of his work, searched for a scheme of quantum conceptions which would form a system just as coherent, on the one side of the abyss, as that of the classical notions on the other side of the abyss. **p. 205**

Referències

Abreviacions

AHQP Archive for the History of Quantum Physics

Veure Kuhn et al. 1967.

AIP American Institute of Physics – Oral Histories

Veure <http://www.aip.org/history/nbl/oralhistory.html>

EA Ehrenfest Archive, Museum Boerhaave (Leiden)

Inclòs a l’AHQP. Veure Wheaton 1977.

NBA Niels Bohr Archive, Niels Bohr Institute (Copenhagen)

Inclòs a l’AHQP.

NP Nobel Prize

Veure <http://www.nobelprize.org/>

Bibliografia

- Arabatzis, T. (2001): “The Zeeman Effect and the Discovery of the Electron”, capítol 5 de Buchwald & Warwick 2001, pp. 171–194.
- Bachmann, H.-R. & Rechenberg, H. (1989): *Walther Gerlach (1889–1979). Eine Auswahl aus seinen Schriften und Briefen*, 1a edició, Springer: Berlin.
- Bacon, F. (2000): *The New Organon*, Cambridge University Press: Cambridge. Traducció a l’anglès de l’edició original del 1620, *Novum Organum*, per I. Jardine i M. Silverthorne.
- Badino, M. & Navarro, J., eds. (2013): *Research and Pedagogy: A History of Quantum Physics through Its Textbooks*, Edition Open Access: Berlin.
- Ballentine, L. E. (1998): *Quantum Mechanics: A Modern Development*, 1a edició, World Scientific Publishing: Singapore.
- Becquerel, H. & Deslandres, H. (1898a): “Contribution a l’étude du phénomène de Zeeman”, *Comptes Rendus (Paris)* 126, pp. 997–1000.
- Becquerel, H. & Deslandres, H. (1898b): “Observations nouvelles sur le phénomène de Zeeman”, *Comptes Rendus (Paris)* 127, pp. 18–24.
- Bernstein, J. (2001): *Hitler’s Uranium Club: The Secret Recording’s at Farm Hall*, 2a edició, Copernicus: New York.
- Bes, D. R. (2004): *Quantum Mechanics. A Modern and Concise Introductory Course*, 1a edició, Springer: Berlin.
- Bohr, N. (1913a): “On the Theory of the Decrease of Velocity of Moving Electrified Particles on Passing through Matter”, *Philosophical Magazine* 25, pp. 10–31.
- Bohr, N. (1913b): “On the constitution of atoms and molecules”, *Philosophical Magazine* 26(151), pp. 1–25. Reimprès a Hoyer 1981, pp. 159–185.
- Bohr, N. (1913c): “On the constitution of atoms and molecules”, *Philosophical Magazine* 26(153), pp. 476–502. Reimprès a Hoyer 1981, pp. 187–214.
- Bohr, N. (1913d): “On the constitution of atoms and molecules”, *Philosophical Magazine* 26(155), pp. 857–875. Reimprès a Hoyer 1981, pp. 215–233.
- Bohr, N. (1913e): “The spectra of helium and hydrogen”, *Nature* 92, pp. 231–232.
- Bohr, N. (1914a): “On the effect of electric and magnetic fields on spectral lines”, *Philosophical Magazine* 27(159), pp. 506–524. Reimprès a Hoyer 1981, pp. 347–368.
- Bohr, N. (1914b): “Atomic models and X-ray spectra”, *Nature* 92, pp. 553–554.
- Bohr, N. (1915a): “On the series spectrum of hydrogen and the structure of the atom”, *Philosophical Magazine* 29(177), pp. 332–335. Reimprès a Hoyer 1981, pp. 375–380.

- Bohr, N. (1915b): “The spectra of hydrogen and helium”, *Nature* 95(177), pp. 6–7. Reimprès a Hoyer 1981, pp. 383–388.
- Bohr, N. (1915c): “On the Quantum theory of radiation and the structure of the atom”, *Philosophical Magazine* 30(177), pp. 394–415. Reimprès a Hoyer 1981, pp. 389–413.
- Bohr, N. (1916): “On the application of the quantum theory to periodic systems”, no publicat, havia d’aparèixer al *Philosophical Magazine* el 1916. Publicat a Hoyer 1981, pp. 431–461.
- Bohr, N. (1918a): “On the quantum theory of line-spectra, part I: On the general theory”, *Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskab, Matematisk-Fysiske Meddelser* 4(1), pp. 1–36. Reimprès a Nielsen 1976, pp. 65–102.
- Bohr, N. (1918b): “On the quantum theory of line-spectra, part II: On the hydrogen spectrum”, *Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskab, Matematisk-Fysiske Meddelser* 4(1), pp. 36–100. Reimprès a Nielsen 1976, pp. 103–166.
- Bohr, N. (1919): “On the model of triatomic hydrogen molecule”, *Meddelanden från K. Vetenskapsakademiens Nobelinstitut* 5 5(28). Reimprès a Hoyer 1981, pp. 471–488.
- Bohr, N. (1920): “Über die Serienspektren der Elemente”, *Zeitschrift für Physik* 2, pp. 423–469. Traduït a l’anglès a Nielsen 1976, pp. 241–282 per a. d. udden.
- Bohr, N. (1921a): “Zur Frage der Polarization der Strahlung in der Quantentheorie”, *Zeitschrift für Physik* 6, pp. 1–9. Reimprès a Nielsen 1976, 341–349, i traduït a l’anglès a ibid. pp. 350–356.
- Bohr, N. (1921b): “Atomic structure”, *Nature* 107, pp. 104–107. Reimprès a Nielsen 1977, pp. 71–82.
- Bohr, N. (1921c): “Atomic structure”, *Nature* 108, pp. 208–209. Reimprès a Nielsen 1977, pp. 175–180.
- Bohr, N. (1922a): *The Theory of Spectra and Atomic Constitution*, traducció de A. D. Udden, Cambridge University Press: Cambridge.
- Bohr, N. (1922c): *Drei Aufsätze über Spektren und Atombau*, Vieweg & Sohn: Braunschweig.
- Bohr, N. (1922b): “Der Bau der Atome und die physikalischen und chemischen Eigenschaften der Elemente”, *Zeitschrift für Physik* 9, pp. 1–67. Reimprès a Bohr 1922c; i traduït a l’anglès a Bohr 1922a.
- Bohr, N. (1922d): “The difference between the series spectra of isotopes”, *Nature* 109, p. 746. Reimprès a Nielsen 1976, p. 453.
- Bohr, N. (1922e): “On the quantum theory of line-spectra: part III: On the spectra of elements of higher atomic number”, *Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskab, Matematisk-Fysiske Meddelser* 4(1), pp. 101–108.

- Bohr, N. (1922f): “The structure of the atom”, *Nobel Lectures in Physics, vol. 2 (1922–1941)*, pp. 7–43.
- Bohr, N. (1923a): “Über die Anwendung der Quantentheorie auf den Atombau, I: Die Grundpostulate der Quantentheorie”, *Zeitschrift für Physik* 13, pp. 117–165. Traduït a l’anglès a Bohr 1924.
- Bohr, N. (1923b): “The structure of the atom”, *Nature* 112, pp. 29–44.
- Bohr, N. (1923c): “Linienpektren und Atombau”, *Annalen der Physik* 71, pp. 228–288. Traduït a l’anglès a Nielsen 1977, pp. 611–656.
- Bohr, N. (1923d): “The effect of electric and magnetic fields on spectral lines”, *Proceedings of the Physical Society of London* 35, Notes of the Seventh Guthrie Lecture, pp. 275–302. Reimprès a Nielsen 1976, pp. 415–446.
- Bohr, N. (1923e): “Über die Anwendung der Quantentheorie auf den Atombau, II: Die Grundpostulate der Quantentheorie”, no publicat. Publicat a Nielsen 1976, pp. 501–531, amb la seva traducció a l’anglès, pp. 532–558.
- Bohr, N. (1924): “On the application of the quantum theory to the atomic structure, part I: The fundamental postulates”, *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, Supplement, pp. 1–42. Traducció a l’anglès de Bohr 1923a; reimprès a Nielsen 1976, pp. 457–499.
- Bohr, N. (1963): *On the Constitution of Atoms and Molecules*, reimpressió dels articles del 1913, Copenhagen: New York.
- Bohr, N., Kramers, H. A., & Slater, J. (1924): “The quantum theory of radiation”, *Philosophical Magazine* 47(281), pp. 785–802. Reimprès a Stolzenburg 1984, pp. 99–118.
- Born, M. (1920): “Eine direkte Messung der freien Weglänge neutraler Atome”, *Physikalische Zeitschrift* 21, pp. 578–582.
- Born, M. (1975): *Mein Leben: Die Erinnerungen des Nobelpreisträgers*, 1a edició, Nymphenburger Verlagshandlung: München.
- Born, M. (1978): *My life: Recollections of a Nobel laureate*, 1a edició, Taylor & Francis: London. Traducció a l’anglès de Born 1975.
- Born, M. & Bormann, E. (1920), *Zeitschrift für Physik* 1, p. 250.
- Born, M. & Gerlach, W. (1921), *Zeitschrift für Physik* 5, p. 433.
- Born, M. & Stern, O. (1919): “Über die Oberflächenenergie der Kristalle und ihren Einfluß auf die Kristallgestalt”, *Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften* 45, pp. 901–903.
- Bransden, B. H. & Joachain, C. J. (1989): *Introduction to Quantum Mechanics*, 1a edició, Addison-Wesley: Essex.
- Buchwald, D. K., Schulmann, R., Illy, J., Kennefick, D. J., & Sauer, T., eds. (2004): *The Collected Papers of Albert Einstein, volume 9. The Berlin Years: Corres-*

- pondence January 1919–April 1920*, amb un suplement de traduccions a l'anglès realitzades per Ann M. Hentschel, Princeton University Press: Princeton.
- Buchwald, D. K., Sauer, T., Rosenkranz, Z., Illy, J., & Holmes, V. I., eds. (2006): *The Collected Papers of Albert Einstein, volume 10. The Berlin Years: Correspondence May–December 1920 / Supplementary Correspondence 1909–1920*, amb un suplement de traduccions a l'anglès realitzades per Ann M. Hentschel, Princeton University Press: Princeton.
- Buchwald, D. K., Rosenkranz, Z., Sauer, T., Illy, J., & Holmes, V. I., eds. (2009): *The Collected Papers of Albert Einstein, volume 12. The Berlin Years: Correspondence January–December 1921*, amb un suplement de traduccions a l'anglès realitzades per Ann M. Hentschel, Princeton University Press: Princeton.
- Buchwald, D. K., Illy, J., Rosenkranz, Z., & Sauer, T., eds. (2012): *The Collected Papers of Albert Einstein, volume 13. The Berlin Years: Writings & Correspondence January 1922–March 1923*, amb un suplement de traduccions a l'anglès realitzades per Ann M. Hentschel i Osik Moses, Princeton University Press: Princeton.
- Buchwald, J. Z. & Warwick, A. (2001): *Histories of the electron: the birth of microphysics*, The MIT Press: Cambridge.
- Burgers, J. M. (1918): *Het Atommmodel van Rutherford-Bohr*, Haarlem. (tesi doctoral).
- Casimir, H. B. G. & et. al, eds. (1923): *Collected scientific papers*, North-Holland: Amsterdam.
- Cassidy, D. C. (1979): “Heisenberg’s First Core Model of the Atom: The Formation of a Professional Style”, *Historical Studies in the Physical Sciences* 10, pp. 187–224.
- Catalán, M. A. (1923): “Series and other regularities in the spectrum of manganese”, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 223, pp. 127–173.
- Cattani, C. & de Maria, M. (1989): “Max Abraham and the reception of relativity in Italy: his 1912 and 1914 controversies with Einstein.”, *Einstein and the History of General Relativity*, ed. by D. Howard & J. Stachel, pp. 160–174.
- Clarke, D. & Grainger, J. F. (1971): *Polarized Light and Optical Measurement*, Pergamon Press: Oxford.
- Cornu, A. M. (1897): “Sur l’observation et l’interprétation cinématique des phénomènes découverts par Mr. le Dr. Zeeman”, *Comptes Rendus (Paris)* 125, pp. 555–561.
- Cornu, A. M. (1898): “Sur quelques résultats nouveaux relatifs au phénomène découverts par M. le Dr. Zeeman”, *Comptes Rendus (Paris)* 126, pp. 181–186.
- Coster, D. & Hevesy, G. (1923): “On the missing element of atomic number 72”, *Nature* 111, p. 79.
- Cotton, A. & Mouton, H. (1905a), *Comptes Rendus (Paris)* 141, pp. 317–319.

- Cotton, A. & Mouton, H. (1905b), *Comptes Rendus (Paris)* 141, pp. 349–351.
- Cotton, A. & Mouton, H. (1907a), *Comptes Rendus (Paris)* 145, pp. 229–230.
- Cotton, A. & Mouton, H. (1907b), *Comptes Rendus (Paris)* 145, pp. 870–872.
- Darrigol, O. (1992): *From c-numbers to q-numbers: The classical analogy in the history of quantum theory*, University of California Press: Berkeley.
- Davis, B. & Goucher, F. S. (1917): “Ionization and excitation of radiation by electron impact in mercury vapor and hydrogen”, *Physical Review* 10, pp. 101–115.
- Debye, P. (1915): “Die Konstitution des Wasserstoff-Moleküls”, *Sitzungsberichte der Bayerischen Akademie der Wissenschaften (München)*, pp. 1–26.
- Debye, P. (1916a): “Quentenhypothese und Zeeman-Effekt”, *Nachrichten von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physikalische Klasse*, pp. 142–153.
- Debye, P. (1916b): “Quentenhypothese und Zeeman-Effekt”, *Physikalische Zeitschrift* 17, pp. 507–512.
- Debye, P. (1920): “Die van der Waalsschen Kohäsionskräfte”, *Physikalische Zeitschrift* 21, pp. 178–187.
- Delft, D. van (2006): “Albert Einstein in Leiden”, *Physics Today* 59(4), pp. 57–62.
- du Bois, H. (1914): “The universality of the Zeeman-effect with respect to the Stark-effect in canal-rays”, *Verslag van den Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam* 42, pp. 873–877.
- DuMond, J. W. M. (1974): “Paul Sophus Epstein”, *Biographical Memoirs* 45, National Academy of Sciences (USA), pp. 133–160.
- Duncan, A. & Janssen, M. (2014): “The Trouble with Orbits: The Stark effect in the Old and the New Quantum Theory”, *Studies in History and Philosophy of Modern Physics* 48, pp. 68–83.
- Duncan, A. & Janssen, M. (2015): “The Stark effect in the Bohr-Sommerfeld theory and in Schrödinger’s wave mechanics”, *One hundred years of the Bohr atom: Proceedings from a conference, Scientia Danica, Series M · Mathematica et physica* 1, pp. 217–271.
- Dunoyer, L. (1911a): “Sur la théorie cinétique des gaz et la réalisation d’un rayonnement matériel d’origine thermique”, *Comptes Rendus (Paris)* 152, pp. 592–595.
- Dunoyer, L. (1911b): “Sur la réalisation d’un rayonnement matériel d’origine purement thermique. Cinétique expérimentale”, *Radium (Paris)* 8(4), pp. 142–146.
- Dunoyer, L. (1911c), *Comptes Rendus (Paris)* 153, p. 333.
- Dunoyer, L. (1913a), *Comptes Rendus (Paris)* 156, p. 136.
- Dunoyer, L. (1913b), *Comptes Rendus (Paris)* 157, p. 1068.
- Dunoyer, L. (1913c): “Sur la résonance optique des gaz et des vapeurs”, *Radium (Paris)* 10(12), pp. 400–402.

- Dunoyer, L. (1920): “A propos d’un article de M. Irving Langmuir et d’un article de M. R.-W. Wood”, *Comptes Rendus (Paris)* 171, pp. 903–904.
- Dunoyer, L. & Wood, R. W. (1914a), *Comptes Rendus (Paris)* 158, p. 1068.
- Dunoyer, L. & Wood, R. W. (1914b), *Comptes Rendus (Paris)* 158, p. 1265.
- Dunoyer, L. & Wood, R. W. (1914c), *Comptes Rendus (Paris)* 158, p. 1490.
- Eckert, M. (2013a): *Arnold Sommerfeld. Science, Life and Turbulent Times. 1868–1951*, 1a edició, Springer: New York.
- Eckert, M. (2013b): “Sommerfeld’s *Atombau und Spektrallinien*”, a Badino & Navarro 2013, pp. 117–135.
- Eckert, M., ed. (2013c): *Die Bohr-Sommerfeldsche Atomtheorie. Sommerfelds Erweiterung des Bohrschen Atommodells 1915/16*, Klassische Texte der Wissenschaft, Springer: Berlin.
- Eckert, M. (2014): “How Sommerfeld extended Bohr’s model of the atom (1913–1916)”, *The European Physical Journal H* 39(2), pp. 141–156.
- Ehrenfest, P. (1911): “Welche Züge der Lichtquantenhypothese spielen in der Theorie der Wärmestrahlung eine wesentliche Rolle?”, *Annalen der Physik* 36, pp. 91–118. Reimprès a Ehrenfest 1959, pp. 185–212.
- Ehrenfest, P. (1913): “A mechanical theorem of Boltzmann and its relation to the theory of energy quanta”, *Proceedings of the Amsterdam Academy* 16, pp. 591–597. Reimprès a Ehrenfest 1959, pp. 340–346.
- Ehrenfest, P. (1914): “Zum Boltzmannschen Entropie-Wahrscheinlichkeits-Theorem”, *Physikalische Zeitschrift* 15, pp. 657–663. Reimprès a Ehrenfest 1959, pp. 347–352.
- Ehrenfest, P. (1916a): “On adiabatic changes of a system in connection with the quantum theory”, *Proceedings of the Amsterdam Academy* 19, pp. 576–597. Reimprès a Ehrenfest 1959, pp. 378–399.
- Ehrenfest, P. (1916b): “Adiabatischen Invarianten und Quantentheorie”, *Annalen der Physik* 51, pp. 327–352. Versió alemanya de Ehrenfest 1916a, lleugerament modificada.
- Ehrenfest, P. (1917): “Adiabatic invariants and theory of quanta”, *Philosophical Magazine* 33, pp. 500–513. Versió reduïda de Ehrenfest 1916a; reimprès a van der Waerden 1968, pp. 79–93.
- Ehrenfest, P. (1923): “Le principe de correspondance”, conferència llegida al tercer Congrés Solvay. Publicada a a Solvay 1923, pp. 248–254; reimprès a Ehrenfest 1959, pp. 436–442; i a Nielsen 1976, pp. 381–387.
- Ehrenfest, P. (1959): *Paul Ehrenfest. Collected scientific papers*, 1a edició, editat per M. J. Klein i amb una introducció de H. B. G. Casimir, North-Holland: Amsterdam.

- Ehrenfest, P. & Ehrenfest, T. A. (1911): “Begriffliche Grundlagen der statistischen Auffassung in der Mechanik”, *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften* IV, pp. 91–118. Leipzig: b. g. teubner. traduït a l’anglès a Moravcsik 1959.
- Einstein, A. (1916): “Zur Quantentheorie der Strahlung”, *Mitteilungen der Physikalischen Gesellschaft (Zürich)* 18, pp. 47–62. Reimprès i ampliat a Einstein 1917.
- Einstein, A. (1917): “Zur Quantentheorie der Strahlung”, *Physikalische Zeitschrift* 18, pp. 121–135. Reimpressió i ampliació de Einstein 1916, reimprès a; van der Waerden 1968, pp. 63–77.
- Einstein, A. (1934): “Paul Ehrenfest in memoriam”. A Einstein 1950.
- Einstein, A. (1950): *Out of my later years*, Philosophical Library: New York.
- Einstein, A. & Ehrenfest, P. (1922): “Quantentheoretische Bemerkungen zum Experiment von Stern und Gerlach”, *Zeitschrift für Physik* 11(1), pp. 31–34.
- Einstein, A. & Stern, O. (1913): “Einige Argumente für die Annahme einer molekularen Agitation beim absoluten Nullpunkt”, *Annalen der Physik* 40, pp. 551–560.
- Eisberg, R. & Resnick, R. (1985): *Quantum Physics of Atoms, Molecules, Solids, Nuclei, and Particles*, 2a edició, John Wiley & Sons: New York.
- Epstein, P. S. (1916a): “Zur Theorie des Starkeffektes”, *Physikalische Zeitschrift* 17, pp. 148–150.
- Epstein, P. S. (1916b): “Zur Theorie des Starkeffektes”, *Physikalische Zeitschrift* 50(13), pp. 489–521.
- Estermann, I. (1975): “History of molecular beam research: Personal reminiscences of the important evolutionary period 1919–1933”, *American Journal of Physics* 43(8), pp. 661–671.
- Feynman, R. P., Leighton, R. B., & Sands, M. (1963): *The Feynman Lectures on Physics, vol. 1*, 1a edició, Addison-Wesley: Reading, Massachusetts.
- Feynman, R. P., Leighton, R. B., & Sands, M. (1964): *The Feynman Lectures on Physics, vol 2*, 1a edició, Addison-Wesley: Reading, Massachusetts.
- Forman, P. (1968): “The Doublet Riddle and Atomic Physics circa 1924”, *Isis* 59, pp. 156–174.
- Forman, P. (1970): “Alfred Landé and the Anomalous Zeeman Effect, 1919–1921”, *Historical Studies in the Physical Sciences* 2, pp. 153–261.
- Forman, P. (2008): *Paschen, Louis Carl Heinrich Friedrich*, Complete Dictionary of Scientific Biography, URL: <http://www.encyclopedia.com/doc/1G2-2830903302.html>. Última consulta: 18 de desembre de 2014.
- Franck, J. & Hertz, G. L. (1914a): “Über die Erregung der Quecksilberresonanzlinie 253,6 $\mu\mu$ durch Elektronenstöße”, *Berichte der Deutschen Physikalischen Gesellschaft* 16, pp. 512–517. Traduït a l’anglès a ter Haar 1967, pp. 160–166.

- Franck, J. & Hertz, G. L. (1914b): “Über Zusammenstöße zwischen Elektronen und den Molekülen des Quecksilberdampfes und die Ionisierungsspannung desselben”, *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft* 16, pp. 457–467.
- Franck, J. & Hertz, G. L. (1916): “Über Kinetik von Elektronen und Ionen in Gasen”, *Physikalische Zeitschrift* 17, pp. 409–416.
- Franck, J. & Hertz, G. L. (1919): “Die Bestätigung der Bohrschen Atomtheorie im optischen Spektrum durch Untersuchungen der unelastischen Zusammenstöße langsamer Elektronen mit Gasmolekülen”, *Physikalische Zeitschrift* 20, pp. 132–143.
- French, A. P. & Taylor, E. F. (1978): *An Introduction to Quantum Physics*, 1a edició, W. W. Norton & Company: New York.
- Friedrich, B. & Herschbach, D. (1998): “Space Quantization: Otto Stern’s Lucky Star”, *Daedalus* 127, pp. 165–191.
- Friedrich, B. & Herschbach, D. (2003): “Stern and Gerlach: How a bad cigar helped reorient atomic physics”, *Physics Today* 56(12), pp. 53–59.
- Frisch, O. (1979): *What little I remember*, Cambridge University Press: Cambridge.
- Fritzius, R. S. (1990): “The Ritz-Einstein Agreement to Disagree”, *Physics Essays* 3, pp. 371–374.
- Galindo, A. & Pascual, P. (1990): *Quantum Mechanics I*, Springer: Berlin.
- Gall, L. & Pohl, M., eds. (1999): *Die Eisenbahn in Deutschland: von der Anfängen bis zur Gegenwart*, Beck: München.
- Garrido, L. & Pons, J. M. (2007): *Mecànica Quàntica*, 2a edició, Textos docents 321, Publicacions i Edicions de la Universitat de Barcelona: Barcelona.
- Gearhart, C. A. (2014): “The Franck-Hertz Experiments, 1911–1914 Experimentalists in Search of a Theory”, *Physics in Perspective* 16(3), pp. 293–343.
- Geiger, H. & Scheel, K., eds. (1926): *Quanten*, Handbuch der Physik 23, Springer: Berlin.
- Gerlach, W. (1925): “Über die Richtungsquantelung im Magnetfeld II. Experimentelle Untersuchungen über das Verhalten normaler Atome unter magnetischer Kraftwirkung”, *Annalen der Physik* 76(2–3), pp. 163–197.
- Gerlach, W. (1969a): “Otto Stern zum Gedenken”, *Physikalische Blätter* 25(9), pp. 412–413.
- Gerlach, W. (1969b): “Zur Entdeckung des „Stern-Gerlach-Effektes“”, *Physikalische Blätter* 25(10), p. 472.
- Gerlach, W. & Cilliers, A. C. (1924): “Magnetische Atommomente”, *Zeitschrift für Physik* 26, pp. 106–109.
- Gerlach, W. & Stern, O. (1921): “Der experimentelle Nachweis des magnetischen Moments des Silberatoms”, *Zeitschrift für Physik* 8(1), pp. 110–111.

- Gerlach, W. & Stern, O. (1922a): “Das magnetische Moment des Silberatoms”, *Zeitschrift für Physik* 9(1), pp. 353–355.
- Gerlach, W. & Stern, O. (1922b): “Der experimentelle Nachweis der Richtungsquantelung im Magnetfeld”, *Zeitschrift für Physik* 9(1), pp. 349–352.
- Gerlach, W. & Stern, O. (1924): “Über die Richtungsquantelung im Magnetfeld”, *Annalen der Physik* 74(16), pp. 673–699.
- Gillies, D. (1993): *Philosophy of Science in the Twentieth Century: Four Central Themes*, Blackwell Publishers: Oxford.
- Greenspan, N. T. (2005): *The End of the Certain World: The Life and Science of Max Born*, Wiley: West Sussex.
- Griffiths, D. J. (2005): *Introduction to Quantum Mechanics*, 2a edició, Pearson Prentice Hall: Upper Saddle River, NJ.
- Harding, S. G., ed. (1976): *Can theories be refuted? Essays on the Duhem-Quine thesis*, Reidel: Dordrecht.
- Heilbron, J. L. (1968): “The scattering of α and β particles and Rutherford’s atom”, *Archive for History of Exact Sciences* 4, pp. 247–307.
- Heilbron, J. L. (1977): “J. J. Thomson and the Bohr atom”, *Physics Today* 30, pp. 23–30.
- Heisenberg, W. (1922): “Zur Quantentheorie der Linienstruktur und der anomalen Zeemaneffekte”, *Zeitschrift für Physik* 8, pp. 273–297.
- Hentschel, K. & Hentschel, A. M., eds. (1996): *Physics and National Socialism: An Antology of Primary Sources*, Birkhäuser: Basel.
- Herzfeld, K. F. (1914): “Der Zeemaneffekt in den Quantentheorien der Serienspektren”, *Physikalische Zeitschrift* 15, pp. 193–198.
- Hollestelle, M. J. (2006): “Paul Ehrenfest as a mediator”, actes del congrés The Global and the Local: The History of Science and the Cultural Integration of Europe. 2nd Proceedings of the 2 ICESHS (Cracow, Poland, September 6–9, 2006), pp. 787–792.
- Howell, D. (2012): “Strain-induced birefringence in natural diamond: a review”, *European Journal of Mineralogy* 24, pp. 575–585.
- Hoyer, U., ed. (1981): *Niels Bohr. Collected Works, volume 2. Work on atomic physics (1912–1917)*, 1a edició, North-Holland: Amsterdam, Holanda.
- Huijnen, P. & Kox, A. J. (2007): “Paul Ehrenfest’s Rough Road to Leiden: A Physicist’s Search for a Position, 1904–1912”, *Physics in Perspective* 9, pp. 186–211.
- Ishiwara, J. (1915): “Die universelle Bedeutung des Wirkungsquantums”, *Tokyo Sugaku Buturigakkaki Kizi* 8, pp. 106–116.
- Jammer, M. (1966): *The Conceptual Development of Quantum Mechanics*, 1a edició, McGraw-Hill: New York, USA.

- Johnston, S. F. (2003): “An unconvincing transformation? Michelson’s interferential spectroscopy”, *Nuncius: annali di storia della scienza* 18(2), pp. 803–823.
- Jones, H. B. (1870): *The Life and Letters of Faraday*, vol. 2, J. B. Lippincott and Company: Philadelphia.
- Jordi Taltavull, M. (2013): “Challenging the Boundaries between Classical and Quantum Physics: The Case of Optical Dispersion”, capítol 2 de Katzir, Lehner, & Renn 2013, pp. 29–59.
- Kallmann, H. & Reiche, F. (1921): “Über den Durchgang bewegter Moleküle durch inhomogene Kraftfelder”, *Zeitschrift für Physik* 6(1), pp. 352–375.
- Katzir, S., Lehner, C., & Renn, J., eds. (2013): *Traditions and Transformations in the History of Quantum Physics*, Proceedings of HQ-3: Third International Conference on the History of Quantum Physics, Berlin, June 28 – July 2, 2010, Edition Open Access: Berlin.
- Kemmer, N. & Schlapp, R. (1971): “Max Born 1882-1970”, *Biographical Memoirs of Fellows of the Royal Society* 17.
- Klein, M. J. (1963): “Einstein’s First Paper on Quanta”, *Natural Philosopher* 2, pp. 59–86.
- Klein, M. J. (1965): “Einstein, Specific Heats, and the Early Quantum Theory”, *Science* 148, pp. 173–180.
- Klein, M. J., ed. (1970): *Paul Ehrenfest. Volume I, The Making of a Theoretical Physicist*, 1a edició, North-Holland: Amsterdam.
- Klein, M. J. (1981): “Not by discoveries alone: The centennial of Paul Ehrenfest”, *Physica A* 106(1-2), pp. 3–14.
- Klein, M. J. (2010): “Paul Ehrenfest, Niels Bohr, and Albert Einstein: Colleagues and Friends”, *Physics in Perspective* 12, pp. 307–337.
- Klein, M. J., Kox, A. J., & Schulman, R., eds. (1993): *The Collected Papers of Albert Einstein, volume 5. The Swiss Years: Correspondence, 1902–1914*, amb un suplement de traduccions a l’anglès realitzades per Anna Beck, Princeton University Press: Princeton.
- Klein, M. J., Kox, A. J., Renn, J., & Schulman, R., eds. (1994): *The Collected Papers of Albert Einstein, volume 3. The Swiss Years: Writings 1909–1911*, amb un suplement de traduccions a l’anglès realitzades per Anna Beck, Princeton University Press: Princeton.
- Klein, M. J., Kox, A. J., Renn, J., & Schulman, R., eds. (1995): *The Collected Papers of Albert Einstein, volume 4. The Swiss Years: Writings, 1912–1914*, amb un suplement de traduccions a l’anglès realitzades per Anna Beck, Princeton University Press: Princeton.

- Knauer, F. & Stern, O. (1926): “Zur Methode der Molekularstrahlen. II”, *Zeitschrift für Physik* 39(10-11), pp. 764–779.
- Knudsen, M. (1916): “Die Verdichtung von Metaldämpfen an abgekühlten Körpern”, *Annalen der Physik* 355(12), pp. 472–488.
- Kox, A. J. (1997): “The discovery of the electron: II. The Zeeman effect”, *European Journal of Physics* 18, pp. 139–144.
- Kragh, H. (1985): “The fine structure of hydrogen and the gross structure of the physics community. 1916–26”, *Historical Studies in the Physical Sciences* 15, pp. 67–125.
- Kragh, H. (2010): *The Early Reception of Bohr’s Atomic Theory (1913-1915): A Preliminary Investigation*, RePoSS: Research Publications on Science Studies 9, Centre for Science Studies, University of Aarhus: Aarhus. [Http://www.css.au.dk/reposs](http://www.css.au.dk/reposs).
- Kragh, H. (2012): *Niels Bohr and the Quantum Atom. The Bohr Model of Atomic Structure 1913–1925*, 1a edició, Oxford University Press: Oxford, UK.
- Kramers, H. A. (1919): “Intensities of spectral lines. On the application of the quantum theory to the problem of the relative intensities of the components of the fine structure and of the Stark effect of the lines of the hydrogen spectrum”, *Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskab. Skrifter. Naturvidenskabelig og Matematisk Afdeling* 8(3.3), pp. 285–386. Reimprès a Casimir & et. al 1923, pp. 3–108.
- Kramers, H. A. & Holst, H. (1923): *The Atom and the Bohr Theory of its Structure: An Elementary Presentation*, 1a edició, Gyldendal: London.
- Krüger, J., Winkler, P., Lüderitz, E., Lück, M., & Wolf, H. U. (2000): *Bismuth, Bismuth Alloys, and Bismuth Compounds*, Ullmann’s Encyclopedia of Industrial Chemistry, Wiley.
- Kuhn, T. S. (1987): *Black-Body Theory and the Quantum Discontinuity, 1984-1912*, 2a edició, University of Chicago Press: Chicago.
- Kuhn, T. S., Heilbron, J. L., Forman, P., & Allen, L. (1967): *Sources for history of quantum physics. An inventory and report*, The American Philosophical Society: Philadelphia.
- König, C. G. W. (1897): “Beobachtung des Zeeman’schen Phänomens”, *Annalen der Physik* 62, pp. 240–248.
- Landé, A. (1921a): “Über den anomalen Zeemaneffekt”, *Zeitschrift für Physik* 5, pp. 231–241.
- Landé, A. (1921b): “Über den anomalen Zeemaneffekt (II. Teil)”, *Zeitschrift für Physik* 5, pp. 398–405.
- Landé, A. (1922): “Zur Theorie der anomalen Zeeman- und magneto-mechanischen Effekte”, *Zeitschrift für Physik* 11(1), pp. 353–363.

- Langmuir, I. (1916): “The evaporation condensation and reflection of molecules and the mechanism of adsorption”, *Physical Review* 8, pp. 149–176.
- Larmor, J. (1897): “On the theory of the magnetic influence on spectra; and on the radiation from moving ions”, *Philosophical Magazine* 44(271), pp. 503–512.
- Larmor, J. (1900): “On the dynamics of a system of electrons or ions; and on the influence of a magnetic field on optical phenomena”, *Transactions of the Cambridge Philosophical Society* 18, pp. 380–407.
- Lemmerich, J. (2011): *Science and conscience: the life of James Franck*, 1a edició, Stanford University Press: Stanford.
- Lewis, E. P. (1900): *The effects of a magnetic field on radiation. Memoirs by Faraday, Kerr and Zeeman*, Scientific Memoirs No. 8, American Book Company: New York.
- Liboff, R. L. (1980): *Introductory Quantum Mechanics*, 1a edició, Addison-Wesley: Reading, Massachusetts.
- Longair, M. (2013): *Quantum Concepts in Physics. An Alternative Approach to the Understanding of Quantum Mechanics*, 1a edició, Cambridge University Press: Cambridge.
- Lorentz, H. A. (1892): *La Théorie électromagnétique de Maxwell*, Leiden.
- Lorentz, H. A. (1895): *Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern*, Leiden.
- Lorentz, H. A. (1897a): “Over de gedeeltelijke polarisatie van het licht dat door eene lichtbron in een magnetisch veld wordt uitgestraald”, *Verslag van de Gewone Vergaderingen der Wis- en Natuurkundige Afdeeling Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam* 6, pp. 193–208.
- Lorentz, H. A. (1897b): “Über den Einfluß magnetischer Kräfte auf die Emission des Lichtes”, *Annalen der Physik* 63, pp. 278–284.
- Lorentz, H. A. (1899a): “Considerations concerning the influence of a magnetic field on the radiation”, *Verslag van de Gewone Vergaderingen der Wis- en Natuurkundige Afdeeling Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam* 1, pp. 90–98.
- Lorentz, H. A. (1899b): “On the vibrations of electrified systems, placed in a magnetic field”, *Verslag van de Gewone Vergaderingen der Wis- en Natuurkundige Afdeeling Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam* 1, pp. 340–359.
- Lorentz, H. A. (1900): “The elementary theory of the Zeeman-effect. Reply to an objection of Poincaré”, *Verslag van de Gewone Vergaderingen der Wis- en Natuurkundige Afdeeling Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam* 2, pp. 52–69.

- Lorentz, H. A. (2008): *The Scientific Correspondence of H.A. Lorentz, Volume 1*, editat per A. J. Kox, Springer: New York.
- Majorana, Q. (1902): “Nuovi fenomeni magneto-ottici presentati da speciali soluzioni magnetiche”, *Il nuovo cimento* 4(1), pp. 44–52.
- Martínez, A. A. (2004): “Ritz, Einstein, and the Emission Hypothesis”, *Physics in Perspective* 6(1), pp. 4–28.
- Massimi, M. (2004): “What demonstrative induction can do against the threat of underdetermination: Bohr, Heisenberg, and Pauli on spectroscopic anomalies (1921–24)”, *Synthese* 140, pp. 243–277.
- Medawar, J. & Pyke, D. (2000): *Hitler’s gift: scientists who fled Nazi Germany*, Richard Cohen Books.
- Mehra, J. & Rechenberg, H. (1982a): *The Historical Development of Quantum Theory, Vol. 1: The Quantum Theory of Planck, Einstein, Bohr and Sommerfeld. Its Foundation and the Rise of Its Difficulties (1900–1925)*, 1a edició, Springer-Verlag: New York.
- Mehra, J. & Rechenberg, H. (1982b): *The Historical Development of Quantum Theory, Vol. 3: The Formulation of Matrix Mechanics and Its Modifications 1925–1926*, 1a edició, Springer-Verlag: New York.
- Merzbacher, E. (1970): *Quantum Mechanics*, 2a edició, John Wiley & Sons: New York.
- Michelson, A. A. (1891): “On the application of interference-methods to spectroscopic measurements.–I”, *Philosophical Magazine* 31(191), pp. 338–346.
- Michelson, A. A. (1892a): “On the application of interference methods to spectroscopic measurements.–II”, *Philosophical Magazine* 34(208), pp. 280–299.
- Michelson, A. A. (1892b): “Application of Interference Methods to Spectroscopic Measurement”, *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* 4(25), pp. 190–192.
- Michelson, A. A. (1898a): “Radiation in a magnetic field”, *Astrophysical Journal* 7, pp. 131–138.
- Michelson, A. A. (1898b): “The echelon spectroscope”, *Astrophysical Journal* 8, pp. 37–47.
- Millikan, R. A. (1917): “Theoretical considerations relating to the single-lined and the many-lined spectrum of mercury”, *Physical Review* 9, pp. 378–382.
- Moravcsik, M. J. (1959): *The Conceptual Foundations of the Statistical Approach in Mechanics*, Cornell University Press: Ithaca.
- Munster, G. (2006): *Quantentheorie*, Walter de Gruyter: Berlin.

- Myrvold, W. & Christian, J., eds. (2009): *Quantum Reality, Relativistic Causality, and Closing the Epistemic Circle*, Western Ontario Series in Philosophy of Science, Volume 73, Springer: Dordrecht.
- Navarro, J. (2012): *A History of the Electron. J.J. and G.P. Thomson*, 1a edició, Cambridge University Press: Oxford.
- Navarro, L. & Pérez, E. (2004): “Paul Ehrenfest on the necessity of quanta (1911): Discontinuity, quantization, corpuscularity, and adiabatic invariance”, *Archive for the History of Exact Sciences* 58, pp. 97–141.
- Navarro, L. & Pérez, E. (2006): “Paul Ehrenfest: The genesis of the adiabatic hypothesis, 1911–1914”, *Archive for the History of Exact Sciences* 60, pp. 209–267.
- Nicholson, J. W. (1911a): “A structural theory of chemical elements”, *Philosophical Magazine* 22, pp. 864–889.
- Nicholson, J. W. (1911b): “The spectrum of nebulium”, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 72, pp. 49–64.
- Nicholson, J. W. (1912a): “On the new nebular line at $\lambda 4353$ ”, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 72, p. 693.
- Nicholson, J. W. (1912b): “The constitution of the solar corona”, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 72, pp. 139–150, 677–693, 729–739.
- Nielsen, J. R., ed. (1972): *Niels Bohr. Collected Works, volume 1. Early work (1905–1911)*, 1a edició, North-Holland: Amsterdam, Holanda.
- Nielsen, J. R., ed. (1976): *Niels Bohr. Collected Works, volume 3. The correspondence principle (1918–1923)*, 1a edició, North-Holland: Amsterdam, Holanda.
- Nielsen, J. R., ed. (1977): *Niels Bohr. Collected Works, volume 4. The periodic system (1920–1923)*, 1a edició, North-Holland: Amsterdam, Holanda.
- Pais, A. (1991): *Niels Bohr’s Times, In Physics, Philosophy, and Polity*, 1a edició, Oxford University Press: Cambridge.
- Paschen, F. (1909): “Über die Seriensysteme in den spektren von Zink, Cadmium und Quecksilber”, *Annalen der Physik* 30, pp. 746–754.
- Paschen, F. & Back, E. E. A. (1912): “Normale und anormale Zeemaneffekte”, *Annalen der Physik* 39, pp. 897–932.
- Paschen, F. & Back, E. E. A. (1913), *Annalen der Physik* 40, p. 960.
- Paschen, F. & Gerlach, W. (1914), *Physikalische Zeitschrift* 15, p. 489.
- Pauli, W. (1920): “Quantentheorie und Magneton”, *Physikalische Zeitschrift* 21, pp. 615–617.
- Pauli, W. (1924): “Zur Frage der Zuordnung der Komplexstrukturterme in starken und in schwachen äußeren Feldern”, *Zeitschrift für Physik* 20, pp. 371–387. Reimprès a Pauli 1964, pp. 176–192.
- Pauli, W. (1926): “Quantentheorie”, capítol 1 de Geiger & Scheel 1926, pp. 1–278.

- Pauli, W. (1964): *Collected scientific papers*, vol. 2, editat per R. Kronig i V.F. Weisskopf, Interscience: New York.
- Perrin, J. B. (1908): “L’agitation moléculaire et le mouvement brownien”, *Comptes Rendus (Paris)* 146, pp. 967–970.
- Pié i Valls, B. & Pérez, E. (2014): “L’àtom d’Schrödinger”, *Comprendre. Revista catalana de filosofia* 16(2), pp. 5–28.
- Preston, T. (1898): “On the modification of the spectra of iron and other substances radiating in a strong magnetic field”, *Proceedings of the Royal Society of London A* 43, pp. 26–31.
- Preston, T. (1899): “General law of the phenomena of magnetic perturbation of spectral lines”, *Nature* 59, p. 248.
- Pérez, E. (2009): “Ehrenfest’s adiabatic hypothesis and the old quantum theory, 1916–1918”, *Archive for the History of Exact Sciences* 63, pp. 81–125.
- Pérez, E. & Pié i Valls, B. (2015a): “Atomismo y Mecánica Cuántica”, esperant publicació a *Actas del X Congreso de Ontología*. (arxiv:physics.hist-ph/1502.01991).
- Pérez, E. & Pié i Valls, B. (2015b): “Ehrenfest’s adiabatic hypothesis in Bohr’s quantum theory”, *One hundred years of the Bohr atom: Proceedings from a conference, Scientia Danica, Series M · Mathematica et physica* 1, pp. 272–289.
- Pérez, E. & Pié i Valls, B. (2016): “Bohr and Ehrenfest: transformations and correspondences in the early 20’s”, enviat a *European Physical Journal H*.
- R. Heinrich, H.-R. B., ed. (1989): *Walther Gerlach. Physiker, Lehrer, Organisator. Dokumente aus seinem Nachlass*, eine Ausstellung im Deutschen Museum zum 100. Geburtstag des Experimentalphysikers, 26. Juli – 29. November 1989.
- Ritz, W. (1908a): “Magnetische Atomfelder und Serienspektren”, *Annalen der Physik* 35, pp. 660–696.
- Ritz, W. (1908b): “On a new law of the series spectra”, *Astrophysical Journal* 28, pp. 237–243.
- Rosenfeld, L. (1971): “Men and ideas in the history of atomic theory”, *Archive for History of Exact Sciences* 7(2), pp. 69–90.
- Runge, C. (1907): “Über die Zerlegung von Spektrallinien im magnetischen Felde”, *Physikalische Zeitschrift* 8, pp. 232–237.
- Runge, C. (1916): “Karl Schwarzschild”, *Physikalische Zeitschrift* 17, pp. 545–547.
- Sakurai, J. J. (2011): *Modern Quantum Mechanics*, 2a edició, Addison-Wesley: Boston.
- Sauter, F., ed. (1968): *Arnold Sommerfeld: Gesammelte Schriften*, 1a edició, vol. 3, F. Vieweg: Braunschweig, Alemanya.
- Schmidt-Böcking, H. & Reich, K. (2011): *Otto Stern. Physiker Querdenker, Nobelpreisträger*, Societäts-Verlag: Frankfurt am Main.

- Schwarzschild, K. (1916), *Sitzungsberichte der Berliner Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften*, pp. 548–568.
- Schütz, W. (1969): “Persönliche Erinnerungen an die Entdeckung des Stern-Gerlach-Effektes”, *Physikalische Blätter* 25(8), pp. 343–345.
- Segrè, E. (1973): “Otto Stern, 1888–1969”, *Biographical Memoirs of the National Academy of Sciences*, pp. 215–236.
- Serwer, D. (1977): “*Unmechanischer Zwang*: Pauli, Heisenberg, and the Rejection of the Mechanical Atom, 1923–1925”, *Historical Studies in the Physical Sciences* 8, pp. 189–256.
- Seth, S. (2010): *Crafting the Quantum. Arnold Sommerfeld and the Practice of Theory, 1890–1926*, 1a edició, The MIT Press: Cambridge, MA.
- Sherwin, C. W. (1959): *Introduction to Quantum Mechanics*, 1a edició, Holt, Rinehart and Winston: New York.
- Solvay, I., ed. (1923): *Atomes et électrons. Rapports et discussions du Conseil de Physique tenu a Bruxelles, du 1er au 6 avril 1921 sous les auspices de l’Institut International de Physique Solvay*, Gauthier Villars: Paris.
- Sommerfeld, A. (1913): “Der Zeemaneffekt eines anisotrop gebundenen Elektrons und die Beobachtungen von Paschen-Back”, *Annalen der Physik* 40, pp. 748–774.
- Sommerfeld, A. (1914): “Zur Voigtschen Theorie des Zeeman-Effektes”, *Nachrichten von der Königlich Geselleschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physikalische Klasse*, pp. 207–229.
- Sommerfeld, A. (1915a): “Die allgemeine Dispersionsformel nach dem Bohrschen Modell”, *Arbeiten aus den Gebieten der Physik, Mathematik, Chemie*, pp. 549–584. Reimprès a Sauter 1968, pp. 136–171.
- Sommerfeld, A. (1915b): “Zur Theorie der Balmerschen Serie”, *Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Klasse der K. B. Akademie der Wissenschaften zu München*, pp. 425–458. Reimprès a Eckert 2013c, pp. 66–99; traduït a l’anglès a Sommerfeld 2014a.
- Sommerfeld, A. (1915c): “Die Feinstruktur der Wasserstoff- und der Wasserstoff-ähnlichen Linien”, *Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Klasse der K. B. Akademie der Wissenschaften zu München*, pp. 459–500. Reimprès a Eckert 2013c, pp. 100–141; traduït a l’anglès a Sommerfeld 2014b.
- Sommerfeld, A. (1916a): “Zur Quantentheorie der Spektrallinien”, *Annalen der Physik* 51, pp. 1–94.
- Sommerfeld, A. (1916b): “Zur Quantentheorie der Spektrallinien”, *Annalen der Physik* 51, pp. 125–167.

- Sommerfeld, A. (1916c): “Zur Theorie des Zeemaneffektes der Wasserstofflinien, mit einen Anhang über den Starkeffekt”, *Physikalische Zeitschrift* 17, pp. 491–507. Reimprès a Sauter 1968, pp. 309–325.
- Sommerfeld, A. (1919): *Atombau und Spektrallinien*, 1a edició, F. Vieweg: Braunschweig, Alemanya.
- Sommerfeld, A. (1920a): “Ein Zahlenmysterium in der Theorie des Zeemaneffektes”, *Die Naturwissenschaften* 8, pp. 61–64.
- Sommerfeld, A. (1920b): “Allgemeine spektroskopische Gesetze, insbesondere ein magnetooptischer Zerlegungssatz”, *Annalen der Physik* 63, pp. 221–263.
- Sommerfeld, A. (1921a): *Atombau und Spektrallinien*, 2a edició, F. Vieweg: Braunschweig, Alemanya.
- Sommerfeld, A. (1921b): “Fünfundzwanzig Jahre Zeemaneffekt”, *Die Naturwissenschaften* 9(45), pp. 911–916. Reimprès a Sauter 1968, pp. 136–171.
- Sommerfeld, A. (1922a): “Quantentheoretische Umdeutung der Voigt’schen Theorie des anomalen Zeemaneffektes vom D-Linientypus”, *Zeitschrift für Physik* 8, pp. 257–272.
- Sommerfeld, A. (1922b): *Atombau und Spektrallinien*, 3a edició, F. Vieweg: Braunschweig, Alemanya.
- Sommerfeld, A. (1923a): “Über die Deutung verwickelter Spektren (Mangan, Chron usw.) nach der Methode der inneren Quantenzahlen”, *Annalen der Physik* 70(1), pp. 36–62.
- Sommerfeld, A. (1923b): *Atomic Structure and Spectral Lines*, 1a edició, Methuen & Co.: London. Traducció a l’anglès de la 3a edició alemanya (Sommerfeld 1922b) per Henry L. Brose.
- Sommerfeld, A. (1923c): “Zur Theorie der Multipletts und ihrer Zeemaneffekte”, *Annalen der Physik* 73, pp. 209–227.
- Sommerfeld, A. (1924): *Atombau und Spektrallinien*, 4a edició, F. Vieweg: Braunschweig, Alemanya.
- Sommerfeld, A. (1931): *Atomic Structure and Spectral Lines*, 3a edició, Methuen & Co.: London. Traducció a l’anglès de la 5a edició alemanya per Henry L. Brose.
- Sommerfeld, A. (2014a): “On the theory of the Balmer series”, *The European Physical Journal H* 39(2), pp. 157–177. Traducció a l’anglès de Sommerfeld 1915b per Patrick D.F. Ion.
- Sommerfeld, A. (2014b): “The fine structure of Hydrogen and Hydrogen-like lines”, *The European Physical Journal H* 39(2), pp. 179–204. Traducció a l’anglès de Sommerfeld 1915c per Patrick D.F. Ion.

- Sommerfeld, A. & Heisenberg, W. (1922): “Die Intensität der Mehrfachlinien und ihrer Zeemankomponenten”, *Zeitschrift für Physik* 11(1), pp. 131–154. Reimprès a Sauter 1968, pp. 625–648.
- Spencer, J. B. (1970): “On the Varieties of Ninteenth-Century Magneto-Optical Discovery”, *Isis* 69(1), pp. 34–51.
- Speziali, P., ed. (1972): *Albert Einstein. Michele Besso. Correspondance 1903-1955*, Hermann: Paris.
- Stachel, J. (2009): “Bohr and the Photon”, a Myrvold & Christian 2009, pp. 69–83.
- Stark, J. (1913a): “Beobachtungen über den Effekt des elektrischen Feldes auf Spektrallinien”, *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften (Berlin)*, pp. 932–946.
- Stark, J. (1913b): “Observation of the separation of spectral lines by an electric field”, *Nature* 92, p. 401.
- Stark, J. (1914): “Beobachtungen über den Effekt des elektrischen Feldes auf Spektrallinien”, *Annalen der Physik* 43, pp. 965–982.
- Stern, O. (1920a): “Eine direkte Messung der thermischen Molekulargeschwindigkeit”, *Zeitschrift für Physik* 2(1), pp. 49–56.
- Stern, O. (1920b): “Eine direkte Messung der thermischen Molekulargeschwindigkeit”, *Physikalische Zeitschrift* 21, p. 582.
- Stern, O. (1920c): “Nachtrag zu meiner Arbeit: „Eine direkte Messung der thermischen Molekulargeschwindigkeit“”, *Zeitschrift für Physik* 3(5), pp. 417–421.
- Stern, O. (1921): “Ein Weg zur experimentellen Prüfung der Richtungsquantelung im Magnetfeld”, *Zeitschrift für Physik* 7(1), pp. 249–253. Reimprès a Stern 1988a, i traduït a l’anglès a,b.
- Stern, O. (1922): “Über den experimentellen Nachweis der räumlichen Quantelung im elektrischen Feld”, *Physikalische Zeitschrift* 23, pp. 476–481.
- Stern, O. (1988a): “Ein Weg zur experimentellen Prüfung der Richtungsquantelung im Magnetfeld”, *Zeitschrift für Physik D Atoms, Molecules and Clusters* 10(2-3), pp. 111–113. Reimpressió de Stern 1921.
- Stern, O. (1988b): “A way towards the experimental examination of spatial quantisation in a magnetic field”, *Zeitschrift für Physik D Atoms, Molecules and Clusters* 10(2-3), pp. 114–116. Traducció de Stern 1921.
- Stern, O. & Volmer, M. (1919a): “Über die Abklingungszeit der Fluoreszenz”, *Physikalische Zeitschrift* 20, pp. 183–188.
- Stern, O. & Volmer, M. (1919b): “Sind die Abweichungen der Atomgewichte von der Granzzahligkeit durch Isotopie erklärbar”, *Annalen der Physik* 59, pp. 225–238.
- Stern, O. & Volmer, M. (1920): “Bemerkungen zum photochemischen Äquivalenzgesetz vom Standpunkt der Bohr-Einsteinschen Auffassung der Lichtabsorption”,

- Zeitschrift für Wissenschaftliche Photographie, Photophysik und Photochemie* 19, pp. 257–287.
- Stolzenburg, K., ed. (1984): *Niels Bohr. Collected Works, volume 5. The emergence of quantum mechanics (mainly 1924–1926)*, 1a edició, North-Holland: Amsterdam, Holanda.
- Sánchez Ron, J. M. (1994): *Miguel Catalán. Su obra y su mundo*, 1a edició, CSIC: Madrid.
- Sánchez Ron, J. M. (2001): *História de la física cuántica. I. El período fundacional (1860–1926)*, 1a edició, Crítica: Barcelona.
- Taketani, M. (2001): *The Formation and Logic of Quantum Mechanics*, traduït a l'anglès i amb notes explicatives de Masayuki Nagasaki, World Scientific: New Jersey.
- ter Haar, D. (1967): *The Old Quantum Theory*, Pergamon Press: Oxford.
- Toennies, J., Schmidt-Böcking, H., Friedrich, B., & Lower, J. (2011): “Otto Stern (1888–1969): The founding father of experimental atomic physics”, *Annalen der Physik* 523(12), pp. 1045–1070.
- Tolansky, S. (1947): “Friedrich Paschen”, *Proceedings of the Physical Society* 59, pp. 1040–1041.
- Townsend, J. S. (2000): *A Modern Approach to Quantum Mechanics*, University Science Books: Sausalito, CA.
- Trageser, W. (2004): “Vom Sturm und Drang zur Normalität”, *UniReport* 3-2004, (any 37), pp. 329–344. Johann wolfgang goethe-universität, frankfurt am main (19 maig 2004).
- Trageser, W. (2011): *Genese, Entwicklung und Rekonstruktion eines Grundexperimentes der Quantentheorie 1916 bis 1926*, Frankfurt am Main. (tesi doctoral).
- Unna, I. & Sauer, T. (2013): “Einstein, Ehrenfest, and the quantum measurement problem”, *Annalen der Physik* 525(1-2), A15–A19.
- van der Waerden, B. L., ed. (1968): *Sources of quantum mechanics*, Dover: New York.
- van Lunteren, F. H. & Hollestelle, M. J. (2013): “Paul Ehrenfest and the Dilemmas of Modernity”, *Isis* 104(3), pp. 504–536.
- Voigt, W. (1898): “Über den zusammenhang zwischen dem Zeeman’schen un dem Faraday’schen Phänomen”, *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, pp. 329–344.
- Voigt, W. (1899): “Zur Theorie der magneto-optischen Erscheinungen”, *Annalen der Physik* 67(2), pp. 345–365.
- Voigt, W. (1901): “Über das elektrische Analogon des Zeemaneffectes”, *Annalen der Physik* 4, pp. 197–208.
- Voigt, W. (1902): “Sul fenomeno Majorana”, *Il nuovo cimento* 4(1), pp. 52–55.

- Voigt, W. (1907): “Betrachtungen über die komplizierten Formen des Zeemaneffektes”, *Annalen der Physik* 4, pp. 193–224.
- Voigt, W. (1913a): “Über die anomalen Zeemaneffekte”, *Annalen der Physik* 40, pp. 368–380.
- Voigt, W. (1913b): “Die anomalen Zeemaneffekte der Spektrallinien vom D-Typus”, *Annalen der Physik* 42, pp. 403–440.
- Voigt, W. (1913c): “Weiteres zum Ausbau der Kopplungstheorie der Zeemaneffekte”, *Annalen der Physik* 41, pp. 403–440.
- Warburg, E. G. (1913): “Weiteres zum Ausbau der Kopplungstheorie der Zeemaneffekte”, *Verhandlungen der deutschen physikalischen Gesellschaft* 25, p. 1259.
- Weinberg, S. (2013): *Lectures on Quantum Mechanics*, 1a edició, Cambridge University Press: Cambridge.
- Weinberger, P. (2008): “John Kerr and his effects found in 1877 and 1878”, *Philosophical Magazine Letters* 88(12), pp. 897–907.
- Weinert, F. (1995): “Wrong theory—Right experiment: The significance of the Stern-Gerlach experiments”, *Studies in History and Philosophy of Science Part B: Studies in History and Philosophy of Modern Physics* 26(1), pp. 75–86.
- Weyssenhoff, J. (1919): “Über die Reflexion von Quecksilbermolekülen an Gold bei tiefen Temperaturen”, *Annalen der Physik* 363(6), pp. 505–514.
- Wheaton, B., ed. (1977): *Catalogue of the Paul Ehrenfest Archive at the Museum Boerhaave Leiden*, Communication 151 of the National Museum for the History of Science and Medicine ‘Museum Boerhaave’: Leiden.
- Wheeler, J. A. & Zurek, W. H. (1983): *Quantum Theory and Measurement*, Princeton Series in Physics, Princeton University Press: Princeton, NJ.
- Wilson, W. (1915): “The Quantum-Theory of Radiation and Line Spectra”, *Philosophical Magazine* 29(174), pp. 795–802.
- Wood, R. W. (1905), *Philosophical Magazine*, p. 513.
- Wood, R. W. (1912), *Philosophical Magazine* 23, p. 689.
- Wood, R. W. (1915), *Philosophical Magazine* 30(176), p. 300.
- Wood, R. W. (1916), *Philosophical Magazine* 32, pp. 364–371.
- Wrede, E. (1927a): “Über die magnetische Ablenkung von Wasserstoffatomstrahlen”, *Zeitschrift für Physik* 41(5), pp. 569–575.
- Wrede, E. (1927b): “Über die Ablenkung von Molekularstrahlen elektrischer Dipolmoleküle im inhomogenen elektrischen Feld”, *Zeitschrift für Physik* 44(4–5), pp. 261–268.
- Zeeman, P. (1896a): “Over den invloed eener magnetisatie op den aard van het door een stof uitgezonden licht”, *Verslag van de Gewone Vergaderingen der Wis- en*

- Natuurkundige Afdeeling Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam* 5, pp. 181–185.
- Zeeman, P. (1896b): “Over den invloed eener magnetisatie op den aard van het door een stof uitgezonden licht”, *Verslag van de Gewone Vergaderingen der Wis- en Natuurkundige Afdeeling Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam* 5, pp. 242–248.
- Zeeman, P. (1897a): “On the influence of magnetism on the nature of the light emitted by a substance”, *Philosophical Magazine* 43, pp. 226–239.
- Zeeman, P. (1897b): “Over doubletten en tripletten in het spectrum, teweeggebracht door uitwendige magnetische krachten”, *Verslag van de Gewone Vergaderingen der Wis- en Natuurkundige Afdeeling Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam* 6, pp. 13–18.
- Zeeman, P. (1897c): “Over doubletten en tripletten in het spectrum, teweeggebracht door uitwendige magnetische krachten”, *Verslag van de Gewone Vergaderingen der Wis- en Natuurkundige Afdeeling Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam* 6, pp. 99–102.
- Zeeman, P. (1897d): “Doublets and triplets in the spectrum produced by external magnetic forces”, *Philosophical Magazine* 44, pp. 55–60.
- Zeeman, P. (1897e): “Doublets and triplets in the spectrum produced by external magnetic forces”, *Philosophical Magazine* 44, pp. 255–259.
- Zeeman, P. (1897f): “Over doubletten en tripletten in het spectrum, teweeggebracht door uitwendige magnetische krachten”, *Verslag van de Gewone Vergaderingen der Wis- en Natuurkundige Afdeeling Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam* 6, pp. 260–262.