

Topologia i geometria global de superfícies

2011-2012

Descripció del curs

S'ofereix un estudi detallat de les varietats de dimensió 2, tant des del punt de vista de la topologia com del de la geometria diferencial. En la part topològica es donen eines per construir superfícies i per distingir-les, i es demostra el teorema de classificació de les superfícies compactes. En la part diferenciable s'estudien conceptes bàsics de la geometria de Riemann, com el transport paral·lel i les geodèsiques, i es demostra la fórmula de Gauss-Bonnet, que relaciona la curvatura de Gauss amb la característica d'Euler de les superfícies compactes.

Avaluació

Es valorarà la feina feta a les classes pràctiques (lliurament d'exercicis) amb un pes d'un 20% en la puntuació final i es faran dues proves parcials amb un pes d'un 40% cadascuna. L'alumnat que ho desitgi podrà presentar-se a la prova final per al 100% de la puntuació.

Temari

1. Homotopia

Homotopia d'aplicacions. Equivalències homotòpiques. Retractes. Homotopia de camins. Grup fonamental. Canvi de punt base. Morfismes induïts. Invariància homotòpica. Grup fonamental de la circumferència. Índex de camins tancats al pla respecte d'un punt. Teorema de Bolzano. Teorema fonamental de l'àlgebra. Teorema del punt fix de Brouwer.

2. Classificació de les superfícies topològiques compactes

Varietats topològiques. Varietats amb vora. Exemples de superfícies. Orientabilitat. Suma connexa. Triangulacions. Característica d'Euler. Presentacions de grups. Teorema de Seifert i Van Kampen. Càlcul del grup fonamental d'una superfície compacta. Demostració del teorema de classificació de superfícies compactes sense vora.

3. Geometria de Riemann en superfícies

Estructures diferenciables en varietats. Aplicacions diferenciables. Difeomorfismes. Corbes. Espai tangent. Aplicacions lineals tangents. Immersions. Camps tangents. Claudàtor de Lie. Mètriques de Riemann. Connexions afins. Símbols de Christoffel. Transport paral·lel al llarg de corbes. Longitud de corbes. Geodèsiques. Formes diferencials. Integració en superfícies orientables. Curvatura de Gauss. Teorema de Gauss-Bonnet: demostració i aplicacions.

Bibliografia

E. D. Bloch, *A First Course in Geometric Topology and Differential Geometry*, Birkhäuser, Boston, 1996.

M. P. do Carmo, *Differential Geometry of Curves and Surfaces*, Prentice-Hall, New Jersey, 1976.

M. P. do Carmo, *Riemannian Geometry*, Birkhäuser, Boston, 1992.

C. Currás Bosch, *Geometria diferencial: varietats diferenciables i varietats de Riemann*, Col·lecció UB, vol. 63, Edicions de la Universitat de Barcelona, Barcelona, 2003.

C. Kosniowski, *A First Course in Algebraic Topology*, Cambridge University Press, Cambridge, 1980 (edició en castellà per Ed. Reverté, Barcelona, 1986).

W. S. Massey, *Algebraic Topology: An Introduction*, Graduate Texts in Mathematics, vol. 56, Springer, New York, 1977 (edició en castellà per Ed. Reverté, Barcelona, 1972).