

# ***Topologia i geometria global de superfícies***

**2012-2013**

## **Descripció del curs**

S'ofereix un estudi de les varietats de dimensió dos, tant des del punt de vista de la topologia com del de la geometria diferencial. En la part topològica es donen eines per construir superfícies i per distingir-les, i es demostra el teorema de classificació de les superfícies compactes. En la part diferenciable s'estudien conceptes bàsics de la geometria de Riemann, com el transport paral·lel i les geodèsiques, i es demostra la fórmula de Gauss-Bonnet, que relaciona la curvatura de Gauss amb la característica d'Euler de les superfícies compactes.

## **Avaluació**

Es valorarà la feina feta a les classes pràctiques amb un pes d'un 20% en la nota d'avaluació continuada. Es farà un primer parcial amb un pes d'un 40% i una prova final on es podrà optar al 40% restant o bé al 100% de la puntuació en cas d'avaluació única. No caldrà renunciar a l'avaluació continuada per acollir-se a l'avaluació única: la qualificació final serà el màxim de les dues opcions. Tothom qui ho desitgi podrà presentar-se a l'examen de reavaluació; la nota obtinguda en aquest examen serà la nota definitiva si supera l'obtinguda anteriorment.

## **Temari**

### **1. Homotopia**

Homotopia d'aplicacions. Equivalències homotòpiques. Retractes. Homotopia de camins. Grup fonamental. Invariància homotòpica. Grup fonamental de la circumferència. Índex de camins tancats al pla respecte d'un punt. Teorema fonamental de l'àlgebra. Teorema del punt fix.

### **2. Classificació de les superfícies topològiques compactes**

Varietats topològiques. Varietats amb vora. Exemples de superfícies. Orientabilitat. Suma connexa. Triangulacions. Característica d'Euler. Presentacions de grups. Càlcul del grup fonamental d'una superfície compacta. Classificació de superfícies compactes sense vora.

### **3. Geometria de Riemann en superfícies**

Estructures diferenciables en varietats. Aplicacions diferenciables. Difeomorfismes. Corbes. Espai tangent. Aplicacions lineals tangents. Immersions. Camps tangents. Mètriques de Riemann. Connexions afins. Símbols de Christoffel. Transport paral·lel al llarg de corbes. Longitud de corbes. Geodèsiques. Integració en superfícies orientables. Curvatura de Gauss. Teorema de Gauss-Bonnet: demostració i aplicacions.

## **Bibliografia**

E. D. Bloch, *A First Course in Geometric Topology and Differential Geometry*, Birkhäuser, Boston, 1996.

M. P. do Carmo, *Differential Geometry of Curves and Surfaces*, Prentice-Hall, New Jersey, 1976.

M. P. do Carmo, *Riemannian Geometry*, Birkhäuser, Boston, 1992.

C. Currás Bosch, *Geometria diferencial: varietats diferenciables i varietats de Riemann*, Col·lecció UB, vol. 63, Edicions de la Universitat de Barcelona, Barcelona, 2003.

C. Kosniowski, *A First Course in Algebraic Topology*, Cambridge University Press, Cambridge, 1980 (edició en castellà per Ed. Reverté, Barcelona, 1986).

W. S. Massey, *Algebraic Topology: An Introduction*, Graduate Texts in Mathematics, vol. 56, Springer, New York, 1977 (edició en castellà per Ed. Reverté, Barcelona, 1972).