

Topologia algebraica

Curs 2025-2026

Descripció del curs

El concepte central d'aquesta assignatura és l'*homologia*. Es motivarà amb un breu estudi de l'homologia simplicial i a continuació es desenvoluparà la teoria d'homologia singular. En paral·lel, s'aniran introduint les eines d'àlgebra homològica i de teoria de categories que siguin necessàries. El curs es completarà amb aplicacions a la topologia dels espais euclidians de dimensió arbitrària i amb una introducció de caire pràctic a l'anàlisi topològica de dades mitjançant homologia persistent de complexos simplicials filtrats.

Avaluació

L'avaluació continuada es basarà en lliuraments d'exercicis resolts i exposicions a classe, amb un pes del 30%, un examen parcial amb un pes del 30% i un examen final amb un pes del 40%. No caldrà renunciar a l'avaluació continuada per acollir-se a l'avaluació única. Tothom qui ho desitgi podrà presentar-se a l'examen de reavaluació.

Temari

1. Homologia simplicial

Complexos simplicials abstractes i geomètrics. Homologia simplicial. Característica d'Euler.

2. Fonaments d'àlgebra homològica

Complexos de cadenes. Homotopia. Successió exacta llarga d'homologia. Functors derivats.

3. Homologia singular

Símplexs singulars. Homologia amb coeficients. Relació amb el grup fonamental. Invariància homotòpica. Successió de Mayer-Vietoris. Homologia relativa. Excisió. Complexos cel·lulars.

4. Aplicacions teòriques

Teorema del punt fix de Brouwer. Teorema de Jordan-Brouwer. Invariància del domini i de la dimensió. Orientabilitat en varietats.

5. Aplicacions pràctiques

Complexos de Čech i de Vietoris-Rips. Homologia persistent. Codis de barres. Diagrames de persistència. Distàncies de Wasserstein. Filtracions. Anàlisi topològica de dades.

Bibliografia

H. Edelsbrunner, J. Harer, *Computational Topology: An Introduction*, American Mathematical Society, Providence, 2010

A. Hatcher, *Algebraic Topology*, Cambridge University Press, Cambridge, 2002

V. Navarro, P. Pascual, *Topologia algebraica*, Col·lecció UB, vol. 34, Edicions de la Universitat de Barcelona, Barcelona, 1999

J. J. Rotman, *An Introduction to Algebraic Topology*, Graduate Texts in Mathematics, vol. 119, Springer, New York, 1988

J. W. Vick, *Homology Theory: An Introduction to Algebraic Topology*, Graduate Texts in Mathematics, vol. 145, Springer, New York, 1994 (1a edició: Academic Press, 1973)