

Topologia i geometria global de superfícies

Curs 2021-2022, primer quadrimestre

Descripció del curs

S'ofereix un estudi de les varietats de dimensió 2, tant des del punt de vista de la topologia com del de la geometria diferencial. En la part topològica es donen eines per construir superfícies i per distingir-les i es demostra el teorema de classificació de les superfícies compactes. En la part diferenciable s'estudien conceptes bàsics de la geometria de Riemann i es demostra la fórmula de Gauss-Bonnet, que relaciona la curvatura de Gauss amb la característica d'Euler. La geometria del pla hiperbòlic enllaça amb la classificació de les superfícies compactes.

Avaluació

L'avaluació continuada consistirà en una prova de problemes amb un pes del 15%, un examen parcial amb un pes del 35% i un examen final amb un pes del 50%. Totes les proves seran presencials si la situació sanitària ho permet. No caldrà renunciar a l'avaluació continuada per acollir-se a l'avaluació única. Tothom qui ho desitgi podrà presentar-se a l'examen de reavaluació; la nota obtinguda en aquest examen serà la nota definitiva si supera l'obtinguda anteriorment.

Temari

1. Homotopia

Homotopia d'aplicacions. Equivalències homotòpiques. Retractes de deformació. Homotopia de camins. Grup fonamental. Invariància homotòpica. Grup fonamental de la circumferència. Presentacions de grups. Teorema de Seifert i van Kampen. Índex de camins tancats al pla. Teorema fonamental de l'àlgebra. Teorema del punt fix de Brouwer.

2. Classificació de les superfícies topològiques compactes

Varietats topològiques. Varietats amb vora. Exemples de superfícies. Orientabilitat. Suma connexa. Triangulacions. Característica d'Euler. Càlcul del grup fonamental d'una superfície compacta. Classificació de les superfícies compactes sense vora.

3. Geometria de Riemann en superfícies

Estructures diferenciables en varietats. Aplicacions diferenciables. Difeomorfismes. Espai tangent. Aplicacions lineals tangents. Immersions. Mètriques de Riemann. Longitud de corbes. Superfícies parametritzades. Càlcul d'àrees. Connexions. Símbols de Christoffel. Transport paral·lel al llarg de corbes. Holonomia. Geodèsiques. Curvatura de Gauss. Teorema de Gauss-Bonnet. Isometries del pla hiperbòlic. Triangulacions del disc de Poincaré.

Bibliografia

E. D. Bloch, *A First Course in Geometric Topology and Differential Geometry*, Birkhäuser, Boston, 1996

M. P. do Carmo, *Differential Geometry of Curves and Surfaces*, Prentice-Hall, New Jersey, 1976

M. P. do Carmo, *Riemannian Geometry*, Birkhäuser, Boston, 1992

C. Currás Bosch, *Geometria diferencial: varietats diferenciables i varietats de Riemann*, Col·lecció UB, vol. 63, Edicions de la Universitat de Barcelona, Barcelona, 2003

C. Kosniowski, *A First Course in Algebraic Topology*, Cambridge University Press, Cambridge, 1980 (edició en castellà per Ed. Reverté, Barcelona, 1986)

W. S. Massey, *Algebraic Topology: An Introduction*, Graduate Texts in Mathematics, vol. 56, Springer, New York, 1977 (edició en castellà per Ed. Reverté, Barcelona, 1972)

V. Navarro, P. Pascual, *Topologia algebraica*, Col·lecció UB, vol. 34, Edicions de la Universitat de Barcelona, Barcelona, 1999