

Topologia i geometria global de superfícies

Curs 2025-2026, primer quadrimestre

Descripció del curs

S'ofereix un estudi de les varietats de dimensió dos, tant des del punt de vista de la topologia com del de la geometria diferencial. En la part topològica es donen eines per construir superfícies i per distingir-les, i es demostra el teorema de classificació de les superfícies compactes. En la part diferenciable s'estudien conceptes bàsics de la geometria de Riemann i es demostra la fórmula de Gauss-Bonnet, que relaciona la curvatura de Gauss amb la característica d'Euler.

Avaluació

L'avaluació continuada es basarà en dues proves presencials de resolució d'exercicis amb un pes del 10%, un examen parcial amb un pes del 40% i un examen final amb un pes del 50% (o bé 60% si no s'han pogut fer les proves d'exercicis). No caldrà renunciar a l'avaluació continuada per acollir-se a l'avaluació única. Tothom qui ho desitgi podrà presentar-se a l'examen de reavaluació; la nota obtinguda en aquest examen serà la nota definitiva si supera l'obtinguda anteriorment.

Temari

1. Homotopia i grup fonamental

Homotopia d'aplicacions. Equivalències homotòpiques. Retractes de deformació. Homotopia de camins. Grup fonamental. Invariància homotòpica. Grup fonamental de la circumferència. Índex de camins tancats al pla. Teorema del punt fix de Brouwer. Teorema fonamental de l'àlgebra.

2. Classificació de les superfícies topològiques compactes

Varietats topològiques. Varietats amb vora. Orientabilitat. Suma connexa. Triangulacions. Característica d'Euler. Grup fonamental. Classificació de les superfícies compactes sense vora.

3. Varietats diferenciables

Estructures diferenciables en varietats. Aplicacions diferenciables. Difeomorfismes. Espai tangent. Immersions i encabiments.

4. Geometria de Riemann en superfícies

Mètriques de Riemann. Longitud de corbes. Símbols de Christoffel. Geodèsiques. El pla hiperbòlic. Curvatura de Gauss. Teorema de Gauss-Bonnet. Superfícies de curvatura constant.

Bibliografia

J. W. Anderson, *Hyperbolic Geometry*, Springer Undergraduate Mathematics Series, Springer, London, 2005

M. P. do Carmo, *Differential Geometry of Curves and Surfaces*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1976

M. P. do Carmo, *Riemannian Geometry*, Birkhäuser, Boston, 1992

C. Currás Bosch, *Geometria diferencial: varietats diferenciables i varietats de Riemann*, Col·lecció UB, vol. 63, Edicions de la Universitat de Barcelona, Barcelona, 2003

C. Kosniowski, *A First Course in Algebraic Topology*, Cambridge University Press, Cambridge, 1980 (edició en castellà per Ed. Reverté, Barcelona, 1986)

V. Navarro, P. Pascual, *Topologia algebraica*, Col·lecció UB, vol. 34, Edicions de la Universitat de Barcelona, Barcelona, 1999